

# 動学マクロ経済モデルにおけるインフラ技術のキャラクタライズ\*

## Characterization of Infrastructure Technologies in Dynamic Macroeconomics Models\*

石倉智樹\*\*・横松宗太\*\*\*

By Tomoki ISHIKURA\*\*・Muneta YOKOMATSU\*\*\*

### 1. はじめに

インフラストラクチャとしての土木施設（以下、しばしば「土木インフラ」と呼ぶ）が一国の経済成長の原動力として重要であることは広く認識されている<sup>1)</sup>。しかし、一国レベルの長期的な経済システムの挙動を対象とするマクロ経済モデルにおいて、土木インフラの技術、特に工学的な技術特性について、定式化の方法やその帰結に関する体系的な整理が十分になされているとは言い難い。

土木分野は、空港・港湾・道路など超長期にわたり経済システムを支える機能を持つインフラストラクチャについて、計画・建設・利用・維持管理などを全て研究・実務の範疇としている。したがって、超長期的なマクロ経済システムの中において、インフラストラクチャの役割および、インフラストラクチャを管理する技術の役割を整理することは、土木分野の技術の存在意義を示すことに他ならない。本稿は動学的なマクロ経済モデルにおける土木インフラストラクチャの取り扱いの方法について整理し、土木計画における超長期視野研究の足掛かりとなることを目標とする。とりわけ土木インフラが、法律などの制度インフラや、コンピュータのOSやインターネットなどの情報インフラとどのような点で本質的に異なるのかを明らかにすることを目的とする。

### 2. マクロ動学的視点によるインフラの技術的特性

#### (1) 「インフラ概念」の特徴

マクロ経済学の分野では、Aschauerの問題提起<sup>2)</sup>以降、インフラストラクチャは主として生産関数の中で取り扱われている。すなわちインフラストラクチャを、生産性を規定する要因、あるいはより直接的に生産要素として取り扱うモデル化手法<sup>3)</sup>が標準的となっている。また、インフラへの支出を費用関数における固定費用と捉えることによって、公的供給の妥当性が説明されることもある。

一方、土木計画学の分野では、インフラの概念規定について膨大な研究蓄積がある。例えば小林<sup>4)</sup>はロジスティック・ネットワークの概念等を提示して、インフラの技術的特性を多角的に論じている。以下、動学的マクロ経済モデルに強く関連した土木インフラの特性について整理したい。ここで本研究では、インフラ自体の技術的特性を「インフラ概念」と呼び、建設や維持管理など、インフラストックの状態変化過程へ影響を与える技術を「ストック管理技術」と呼ぶこととする。

「インフラ概念」については、保有や利用に関して集会的性格を持つ資本財であること、大きな外部経済性をもつこと、ネットワーク性をもつこと等が最も基本的な捉え方となる。それに加えて、マクロ動学的モデルで意味をもつ性格付けとしては、以下の視点がありえよう。

#### a) ロジスティック・ネットワーク

インフラは Slow variable すなわち変化の遅いシステムとして、全体のシステムの動学を規定している。小林<sup>4)</sup>は、近年のロジスティック・ネットワークの発展が世界経済の離散化をもたらした結果、空間における場所の連続性の重要性が低下していることを指摘している。またロジスティック・ネットワークを、生産過程における生産要素間のシナジー効果を発揮させる媒体として性格付けている。

#### b) バッファ・システム

インフラは非線形動学の世界（カオス、不安定性、分岐現象）において、カオスを吸収し、許容する役割をもつ。土木インフラの長期性・耐用性が、社会の安定性や確実性をもたらす効果をもっている。また、不可逆性の大きさが、政府の民間セクターに対するコミットメント効果を発揮する。

#### c) General Purpose Technology

インフラは民間資本のメニュー増加をもたらす基礎技術である。生産要素間のシナジー効果を発揮させ、社会のドラスティックな発展をもたらす。

#### d) 普遍的機能

土木インフラは「ミーティングを実現させる機能」、「災害から人命を守る機能」など、基礎的かつ普遍的な機能を担う。施設や物的な劣化をして

\*キーワード：計画基礎論、インフラ管理、マクロ経済

\*\*正員，博（情報科学），国土技術政策総合研究所

（横須賀市長瀬3-1-1, TEL: 046-844-5032,

E-mail: ishikura-t92y2@ysk.nilim.go.jp)

\*\*\*正員，博（工），京都大学防災研究所

も、機能自体の陳腐化の程度は小さい。

e) 動かない要素

空間システムにおいて、リスクは動かない要素のレントに帰着する構造がある。土木インフラは、民間資本や労働が回避したリスクを吸収する役割をもつ。

f) 動学的外部性

インフラは世代を通じた外部性を発生させる。

g) ハードウェア

インフラは生物学における遺伝装置のように、厳格に制御され、誤りが許容されないシステムという意味での「ハードウェア」の性格をもっている。それに対してインフラではない要素は、ソフトウェアとして、さまよう自由があり、誤りを犯したり、ときには創造的になったりすることができる。

h) 価値に対して中立的

時代の価値観（時代精神）に対して、土木インフラの役割は中立的である。すなわち土木インフラは「移動する、人と会う、命を守る」ことを請け負うことを通じて、時代の価値観に関する議論を活発にする（効率的な知識のマッチングを可能にする）機能をもつ。それによって均衡や合意への調整プロセスを早める効果を発揮する。

## (2) 「ストック管理技術」の視点

また、「ストック管理技術」としての土木技術の理解は動学モデルにおいて重要となる。従来のモデルでは主としてインフラ概念に関心が集められ、インフラストックの異時点間の遷移を表す状態方程式は、例えば総投資マイナス定率減耗などのように、単純に表現されてきた。しかし、土木分野の技術は、建設、維持管理、修繕など、ストックの状態変化を直接制御するものが多く、モデルにおいて土木技術の特性を考慮するためには、状態変化の過程への影響を明示的に扱うことが望ましい。

## 3. 成長モデルの応用によるストック管理技術の表現

### (1) Ramsey 型成長モデルの枠組み

本章では Ramsey 型成長モデルを応用した「ストック管理技術」の定式化について示す。閉鎖経済を仮定したモデルの基本形は以下のように表される。

$$Y_t = f(K_t, L_t, A_t) \quad (1)$$

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \quad (2)$$

$$Y_t = C_t + I_t \quad (3)$$

$$\dot{K} = I_t - \delta K_t \quad (4)$$

以上の条件および適切な横断性条件の下で、

$$\max_{\{C_t\}_0^\infty} \int_0^\infty U(C_t) e^{-\rho t} dt \quad (5)$$

の問題を解くことにより、最適成長経路が得られる。ここで、 $Y$ : 生産、 $K$ : 資本、 $L$ : 労働、 $A$ : 技術指標、 $C$ : 消費、 $I$ : 投資、 $\sigma$ : 異時点間代替弾力性の逆数、 $\delta$ : 減耗率、 $\rho$ : 割引率である。(1)は生産関数、(2)は相対的危険回避度一定型の瞬時効用関数、(3)は分配のバランス、(4)は資本蓄積（状態方程式）を表す関数である。以下、時間の添字  $t$  を略する。以上の問題により、以下のようにシャドウプライス  $\lambda$  の動学や均斉成長経路を表すオイラー方程式が得られる。

$$\dot{\lambda} = -\lambda(Y_K - \delta - \rho) \quad (6)$$

$$\dot{C}/C = (1/\sigma)(Y_K - \delta - \rho) \quad (7)$$

### (2) 建設技術の定式化

投資理論の分野において、据付或いは除却によりストック量を変化させることに伴うコストは、（内部）調整費用として議論されてきた。上田ら<sup>5)</sup>は、調整費用を建設技術の側面から捉え、建設容易個所から工事が行われることによる後発工事の難条件化、資本蓄積に伴う経済集積による建設工事調整費用増加など、インフラのストック管理技術の観点から解釈を加えている。

各期のフロー変数として内部調整費用を明示化する場合、(3)式の分配バランスを拡張し、内部的調整費用を  $h(\cdot)$  として表せば、

$$Y = C + I + h(K, I) \quad (8)$$

となる。 $I = g(K, C)$  と表すと  $H_C = 0$  より

$$\lambda = C^{-\sigma} / g_C(K, C) \quad (9)$$

であり、また、随伴変数の動学は、

$$\dot{\lambda} = -\lambda(Y_K - h_K(g(K, C), K) - \delta - \rho) \quad (10)$$

となり、成長経路は、

$$\dot{C}/C = (1/\sigma) \{-\dot{g}_C/g_C + (Y_K - h_K(g(K, C), K) - \delta - \rho)\} \quad (11)$$

と表される。以上の条件より、内部調整費用に係るストック管理技術が、投資のシャドウプライスを左右する要因となり、最適経路における成長率にも影響を及ぼすことが明確に示される。

### (3) 維持管理技術の定式化

ストックの規模や経済活動の規模によって、ストックを正常に機能させるための維持管理費用が

変化しうる。我が国のインフラにおいても、将来の維持補修費の増大が予測されている<sup>6)</sup>。ストックの維持管理に必要な費用  $M$  を、ストック  $K$  および経済活動水準  $Y$  の関数と仮定し、前述のストック調整費用と同様に(3)式の各期フロー分配条件において定義すると、

$$Y = C + I + M(Y, K) \quad (12)$$

より、随伴変数の動学は、

$$\dot{\lambda} = -\lambda(Y_K - M_K(Y, K) - \delta - \rho) \quad (13)$$

であり、成長経路は、

$$\dot{C}/C = (1/\sigma)(Y_K - M_K(Y, K) - \delta - \rho) \quad (14)$$

となる。

以上より、建設における内部調整費用と維持管理費用は、消費の成長率を低下させるという点で同様の影響をもつ。しかし維持管理費用は当該期の変数のみに依存するのに対して、内部調整費用を想定することは、投資の意思決定を遠視眼的にする。すなわち投資決定に必要なシャドウプライスを計測する上で、将来シナリオを必要とすることになる。

#### (4) 状態変化技術(劣化, 回復, 据付)の定式化

ストックの長寿命化や施設劣化のモニタリングと制御など、アセットマネジメントに関わる工学的技術は、資本ストックの状態変化に直接影響を及ぼす技術である。また、経済活動のレベルが活発になるほど、摩耗や滅失により既設固定資本ストックの状態が劣化することが考えられる。例えば、道路や空港の舗装において、利用頻度が高いほど轍ぼれ、ひび割れなどのダメージが大きくなることを想定するとわかりやすい。

また、インフラストックの蓄積が進むにつれて、ストック調整技術の項で述べたような、内部調整費用が生じるばかりではなく、据付の効率性にも影響しうる。これは、インフラ投資の集計的ペンローズ効果<sup>5)</sup>として解釈され、当期に投下された投資が資本ストックへと体化される際の技術的効率性と捉えることができる。

このような、ストックの状態変化に影響する技術的特性は、当該期以降の時点におけるストック状態を変化させるものであり、状態方程式(4)を拡張して考慮<sup>57)</sup>する必要がある。こうした特性を踏まえてモデルを拡張すると、以下のような一般形が考えられる。ここで、維持管理費用  $M$  により劣化が制御可能と考える。

$$\dot{K} = \phi(K, I) + \psi(K, Y(K), M) \quad (15)$$

$$I = Y - C - M \quad (16)$$

また、財源・制度などの制約等により、 $M$  に制約条件、が存在することを想定する。

$$M \leq a \quad (17)$$

ラグランジュ関数を以下のように定義すると、

$$L = U + \lambda(\phi + \psi) + \mu(a - M) \quad (18)$$

消費  $C$  が内点解であることを仮定すれば、最適化の条件は、

$$\frac{\partial L}{\partial C} = U'(C) - \lambda\phi_I = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial M} = \lambda\left(\frac{\partial\psi}{\partial M} - \phi_I\right) - \mu = 0 \quad (20)$$

および、KKT 条件より

$$\mu(a - M) = 0, \mu \geq 0, a - M \geq 0 \quad (21)$$

となる。 $M$  が内点解の場合は、 $\mu = 0$  より、

$$\partial\psi(K, Y(K), M)/\partial M = 1 \quad (22)$$

であるため、維持管理による限界的資本残存量が、投資の限界資本蓄積 (=1) と等しくなることが明らかである。また、随伴変数の動学方程式は、最適維持管理費用を  $M^*$  で表すと、

$$\dot{\lambda} = -\lambda(\phi_K(I, K) - \psi_K(K, Y(K), M^*) - \rho) \quad (23)$$

となり、したがって成長経路は、

$$\dot{C}/C = (1/\sigma)(\phi_K - \psi_K - \rho - \dot{\phi}_I/\phi_I) \quad (24)$$

として導出される。このように、ストックの状態変化に関わる技術、すなわち劣化過程の技術と据付過程の技術はともに、最適成長率の水準を左右しうる要因となる。ストック状態変化の関数が、ストック水準、投資、維持管理費の各変数についていかなる形状であるか、注意を払う必要がある。

#### 4. Vintage モデルによる時間軸上の異質性の考慮

本章では、「インフラ概念」の特性の一つとしての「長寿命性」を扱うモデルを提案する。インフラは一度据付されると変更が容易ではないという性格を持つ。したがって、過去に据付されたインフラに依存する技術は、それが廃棄されるまでの期間にわたり、経済活動に影響を及ぼす。また、新しい技術によるインフラの下では、生産に必要な民間資本ストックの生産効率性が変わる。

このような技術的異質性を Vintage モデル<sup>8)9)</sup>の考え方をを用いて検討する。ここでは、インフラ対民間資本ストックの不完全代替技術の下で、putty-clay 型生産技術を検討する。t 期における事前生産関数  $y$  を以下のように想定する。

$$y_t = f(G_t, I_t) = A_t G_t^\alpha I_t^\beta \quad (25)$$

選択される技術、すなわち民間資本  $I$  対インフラストック  $G$  の比率を

$$n_t = I_t/G_t \quad (26)$$

と表すと、 $t$ 期の生産と民間資本の総投入は、

$$Y_t = \int_{t-T}^t y_s ds = \int_{t-T}^t A_s n_s^\beta G_s^{\alpha+\beta} ds \quad (27)$$

$$K_t = \int_{t-T}^t I_s ds = \int_{t-T}^t (n_s G_s) ds \quad (28)$$

となる。 $T$ は、最も古い時点に据付されたインフラのヴィンテージ（すなわち除却直前の時点）を表す。ここで、集計的企業の通時的な利潤最大化問題を設定する。

$$\max_{\{G_t\}_0^\infty, \{n_t\}_0^\infty} V = \int_0^\infty \{Y_t - r_t K_t - w_t G_t - g(G_t)\} e^{-\rho t} dt \quad (29)$$

$r$ と $w$ はそれぞれ民間資本とインフラのレントを表す。インフラが排除不可能性を持つ場合には $w$ はゼロとなる。 $g(G)$ はインフラ蓄積の調整費用関数を表す。当期価値ハミルトニアンを以下のように定義し、

$$\begin{aligned} H = & Y_t - r_t K_t - w_t G_t - g(G_t) \\ & + \lambda_t \left[ A_t n_t^\beta G_t^{\alpha+\beta} - (1-\dot{T}) A_{t-T} n_{t-T}^\beta G_{t-T}^{\alpha+\beta} \right] \\ & + \mu_t \left[ n_t G_t - (1-\dot{T}) n_{t-T} G_{t-T} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

制御変数の内点解を仮定すると、一階の条件および横断性条件から、随伴変数が以下のように導出される。

$$\lambda_t = 1/\rho \quad (31)$$

$$\mu_t = -e^{\rho t} \left[ \int_t^\infty r_s e^{-\rho(s-t)} ds \right] \quad (32)$$

これらを、最大値原理の条件式より整理すると、

$$\alpha A_t I_t^\beta G_t^{\alpha-1} \left( = \frac{\partial y_t}{\partial G_t} \right) = \rho \left( w_t + \frac{\partial g(G_t)}{\partial G_t} \right) \quad (33)$$

という関係が得られる。これは、 $t$ 期に据付されるインフラ投資の限界生産物とインフラ追加の限界的費用の均衡を意味する。(33)式は、民間資本蓄積のシャドウプライスが将来の民間資本用役費の予想に依存していることから、当期の意思決定が遠視眼的に行われるべきであることを示している。

上記関係を基本として、インフラ蓄積の調整費用や生産性変化などを拡張することにより、インフラ技術のさらなる分析が可能となる。例えば、ストックの老朽化に伴い機能も劣化するものと、機能自体は劣化しない場合における、技術選択の比較を検討することができる。また、足立<sup>9)</sup>のように、 $T$ の時間変化も制御変数とすることで旧インフラの除却（および規格・基準の変更）政策について吟味することが可能となる。

## 5. おわりに

インフラストラクチャは多くの側面においてマ

クロ動学に影響を与えている。しかしそれら全てを一つのモデルで表現することはできない。まずは、モデル分析の対象となる特性・構造を明確にしなければならない。すなわち、どの外生パラメータや制約条件による経済成長へのインパクトを見たいのかによって、採用される定式化の方針が決まる。一方、一見異なった関数を用いて問題を定式化したところで、経済成長への定性的影響に関して異なった結論が得られないことも多い。したがって、関数の特定化や実データを用いた計量分析が求められることとなる。

このとき、そのような変数がマクロ経済データとして存在するか否かは重要な観点となろう。データが存在しない変数についてはキャリブレーション等で補うことができるとはいえ、一般的にマクロモデルはミクロモデルに較べて公理的な基礎が弱い。このため、実証することが重要なステップになろう。よって、インフラが組み込まれた生産関数や調整費用関数等を実証する、キャリブレーションした上で将来の成長経路を計量する、あるいはマクロ動学と整合的な会計システムを導く等が、研究の大きな目的となるだろう。また、現実に利用価値がある政策関数を導くためのモデルを設計することにも意義がある。今後は、モデル化の目的と定式化を対応させることが重要な課題である。

## 参考文献

- 1) Bernstein, W.J.: The Birth of Plenty, McGraw-Hill, 2004 (徳川家広訳: 「豊かさ」の誕生, 日本経済評論社, 2006)
- 2) Aschauer, D.A.: Is Public Expenditure Productive?, Journal of Monetary Economics, vol.23, pp.177-200, 1989
- 3) Barro, R.: Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth, Journal of Political Economy, vol.98, No.5, 1990
- 4) 小林潔司編: 知識社会と都市の発展, 森北出版, 1999
- 5) 上田孝行, 横松宗太: 建設技術進歩の経済成長への貢献 -理論的分析-, 土木計画学研究・講演集, vol.34, CD-ROM, 2006
- 6) 内閣府政策統括官偏, 日本の社会資本, 財務省印刷局, 2002
- 7) 石倉智樹: 資本減耗の制御とマクロ経済成長, 土木計画学研究・講演集 Vol. 36, CD-ROM, 2007
- 8) Bliss, C.: On Putty Clay, Review of Economic Studies, vol.35, pp.105-132, 1968
- 9) 足立英之: 企業の投資と技術決定の動学モデル, 国民経済雑誌, Vol.159, No.3, pp. 49-63, 1989