人口減少下の単一中心都市における住宅地の開発と撤退の空間的パターン*

SPATIAL RESIDENTIAL PATTERN IN A MONOCENTRIC CITY IN THE CASE OF THE DECREASE IN POPULATION *

河野達仁**・宮原史***・織田澤利守****

By Tatsuhito KONO **, Fumi MIYAHARA***・Toshimori OTAZAWA

1．はじめに

近年，我が国をはじめとする先進国は人口減少社会を迎えている．人口減少社会における住宅地の立地パターンは，人口増加社会におけるパターンとは異なることが予想される．そこで，人口減少社会で発生する住宅地の立地パターンの経済効率性を検討するために，住宅地の立地パターンの理論分析が必要である．

また，住宅地の立地パターンは人口追従型の公共施設(例:学校，上下水道)計画や商業施設計画に影響を与える．したがって，人口減少社会で人口追従型の公共施設計画や商業施設計画を立てるためには，人口減少下で発生する住宅地の立地パターンを予測する必要がある．

Fujita[1], Wheaton[2]は人口増加下の単一中心都市における住宅地の開発の空間的パターンを分析した．ここで，Fujita[1], Wheaton[2]は，完全に耐久性のある住宅を仮定している．この仮定の下では，一度開発された住宅地は立地し続けるため，人口減少下においてはやがて住宅地は供給過剰になる．したがって，人口減少下の分析はできない．また，Fujita[1], Wheaton[2]は住宅地の建て替えや住宅地の農地への転換は扱っていない．結局，Fujita[1], Wheaton[2]の分析結果から，人口減少下の住宅パターンを知ることはできない．

そこで，本研究は開放型の単一中心都市において動学的な住宅地の開発・撤退モデルを構築し，人口減少下における住宅地の開発と撤退の空間的パターンを分析する．

本研究は，人口減少下の都市を対象とした分析を行う．しかし，本研究では現実の都市の長期的な開放性を考慮して開放型都市を仮定するため，人口は内生変数である．したがって，人口を与件とすることはできない．そこで，本研究は単位ロットサイズ当たりの住宅地代(以下，住宅地代)を与件とする．一般に，住宅地代の変化と人口増減には正の相関がある．

本研究では，住宅地代上昇時と住宅地代低下時の両方において，住宅地の開発と撤退の空間的パターンを分析する．それぞれにおけるパターンを比較して，その結果の違いとそのメカニズムの違いを明確にすることが本研究の目的である．

*キーワーズ：計画手法論，公共交通計画

**正員，博(学術)，東北大学大学院工学研究科
(〒980-8579, 仙台市青葉区青葉06,Tel022-795-7501)
***非正員，修士，国土交通省
***正員，博(工学)，東北大学大学院情報科学研究科
(〒980-8579,仙台市青葉区荒巻字青葉 06,Tel022-217-7498)

2．モデル

(1) モデルの概要

本研究では，開放型の単一中心都市において動学的な住宅地の開発・撤退モデルを構築する．主体として，ディベロッパーおよび家計が存在する．

ディベロッパーは多数存在し，都市内の全ての土地を所有している．ディベロッパーは将来を完全予見し，単位ロットサイズ当たりの利潤が最大になるように住宅地のロットサイズと開発・撤退時点を決定する．家計は住宅地を賃借し，住宅地から商業地へと通勤する．ただし，商業地はCBDにのみ立地しており，その面積は無視する．

a) ディベロッパーの行動

時点tにおいて，ディベロッパーは式(2.1)で表される単位ロットサイズ当たりの利潤$Z(\cdot)$が最大になるように，開発・撤退の選択を表す変数ϕ^k (開発:1，撤退:0)とロットサイズq^kと開発・撤退時点L^kを決定する．ただし，撤退を選択する場合は撤退時点L^kのみを決定する．なお，開発を選択する場合は，ディベロッパーは開発費用$F\left(q^k\right)$に加えて，毎期維持費用mを支払う．また，住宅地の耐久期間を$\bar{L}$とする．$r^k(\tau)$は時点τにおける住宅地代，r_Aは農業地代，iは利子率を表す．スーパースクリプトkは開発・撤退の回数を表す．したがって，$L^0=0$とする．

$$\max_{q^k,L^k,\phi^k} Z\left(q^k,L^k,\phi^k\right)\equiv$$
$$\sum_{k=0}^{\infty}\phi^k\left[\int_{t+L^k}^{t+L^{k+1}}\left(r^k(\tau)-m\right)e^{-i(\tau-t)}d\tau-\left[F\left(q^k\right)/q^k\right]e^{-iL^k}\right]$$
$$+\sum_{k=0}^{\infty}\left(1-\phi^k\right)\int_{t+L^k}^{t+L^{k+1}}r_A e^{-i(\tau-t)}d\tau$$

$$\text{s.t.}\quad L^{k+1}-L^{k}\le \bar{L}\quad \text{for}\quad k\big|_{\phi^{k}=1} \qquad (1)$$

ただし，$k\big|_{\phi^{k}=1}$は$\phi^{k}=1$を満たすkを表す．

b) 家計の行動

時点τにおいて，地点xの家計は式(2)で表されるように住宅地代$r^{k}(\tau,x)$を決定する． cは合成財の消費量，$s(x)$は通勤費用を表す．合成財の価格は1とする．

また，式(3)で表されるように家計の効用$u(\tau)$はロットサイズと合成財の消費量によって決定される．ここで，本研究は開放型都市を仮定しているため，家計の均衡効用$\bar{u}(\tau)$は外生変数である．

$$r^{k}(\tau,x)=\left[Y(\tau)-c\left(q^{k},u(\tau)\right)-s(x)\right]\big/q^{k} \qquad (2)$$

$$\text{s.t.}\quad u(\tau)=u\left(q^{k},c\right)=\bar{u}(\tau) \qquad (3)$$

$$\text{for}\quad t+L^{k}\le\tau<t+L^{k+1}$$

なお，合成財の消費量と通勤費用は，それぞれ式(4)と式(5)で表される性質をもつものとする．サブスクリプトは偏微分を表す．

$$c_{q^{k}}<0,\quad c_{q^{k}q^{k}}>0,\quad c_{u}>0 \qquad (4)$$

$$s_{x}>0,\quad s(0)=0 \qquad (5)$$

3. 分析条件

(1) 分析の前提とディベロッパーの利潤最大化条件

本研究ではディベロッパーが決定するq^{k}とL^{k}に着目するために，$k-1$回目に撤退を選択（農地のままであったという解釈も可能）しk回目に開発を選択する「農地を住宅地に転換するケース」，$k-1$回目に開発を選択しk回目に開発を選択する「住宅地を建て替えるケース」，k回目に撤退を選択する「住宅地を農地に転換するケース」の3つのケースに場合分けした上で，ディベロッパーの利潤最大化条件を導出する．ここで，本研究では**Presumption 1**を仮定する．

Presumption 1

(i) 開発を選択する場合は，住宅を耐久期間にわたり利用するとして$L^{k+1}-L^{k}=\bar{L}$が成立する．一方，撤退を選択する場合は，撤退のベストタイミングが住宅耐久期間終了時になる偶然はないと考えて，$L^{k+1}-L^{k}<\bar{L}$の成立を仮定する．また，開発を選択する場合は，住宅地は1期先に農地に転換されない．

(ii) 開発時点L^{k}の変化による 1 期先に得られる住宅地代の変化$\left(r^{k}-r^{k+1}\right)e^{-iL^{k+1}}$は無視することができる．

なお，(ii)が成立する条件はq^{k}とq^{k+1}の差が十分小さいことである．このとき，r^{k}とr^{k+1}の差が小さい．また，$e^{-iL^{k+1}}$は小さい．したがって，$\left(r^{k}-r^{k+1}\right)e^{-iL^{k+1}}\approx 0$とすることができる．

(iii) 2 期以上先の一階条件は長期の割引であるため無視することができる．

Lemma 1

Presumption 1を仮定すると，3つのケースにおける一階条件は以下のように表すことができる．また，二階条件が成立する．なお，住宅地を建て替えるケースでは開発時点は与件となる．以下，$t+L^{k}\le\tau<t+L^{k+1}$の期間をk期と呼ぶ．

a) 農地を住宅地に転換するケース

$$\mathcal{L}_{q^{k}}=\int_{t+L^{k}}^{t+L^{k}+\bar{L}} r_{q^{k}}^{k}(\tau)e^{-i(\tau-t)}d\tau -\left[\left[F_{q^{k}}\left(q^{k}\right)-F\left(q^{k}\right)\big/q^{k}\right]\big/q^{k}\right]e^{-iL^{k}}=0 \qquad (6)$$

$$\mathcal{L}_{L^{k}}=r_{A}e^{-iL^{k}}-r^{k}\left(t+L^{k}\right)e^{-iL^{k}}+me^{-iL^{k}} +i\left[F\left(q^{k}\right)\big/q^{k}\right]e^{-iL^{k}}+i\left[F\left(q^{k+1}\right)\big/q^{k+1}\right]e^{-i\left(L^{k}+\bar{L}\right)}=0 \qquad (7)$$

式(6)は，ロットサイズを大きくすることによる利潤の変化を表す．第1項はk期に得られる住宅地代の変化を表す．第2項は開発費用の変化を表す．式(7)は，開発時点を遅らせることによる利潤の変化を表す．第1項は農業地代収入の増加を表す．第2項は住宅地代収入の減少を表す．第3項は維持費用の減少を表す．第4項と第5項は開発費用から得られる利子を表す．

b) 住宅地を建て替えるケース

$$\mathcal{L}_{q^{k}}=\int_{t+L^{k}}^{t+L^{k}+\bar{L}} r_{q^{k}}^{k}(\tau)e^{-i(\tau-t)}d\tau -\left[\left[F_{q^{k}}\left(q^{k}\right)-F\left(q^{k}\right)\big/q^{k}\right]\big/q^{k}\right]e^{-iL^{k}}=0 \qquad (8)$$

c) 住宅地を農地に転換するケース

$$\mathcal{L}_{L^{k}}=r^{k-1}\left(t+L^{k}\right)e^{-iL^{k}}-me^{-iL^{k}}-r_{A}e^{-iL^{k}}=0 \qquad (9)$$

(2) 分析の枠組み

本研究の未知数は時間と空間とロットサイズの3つである．そこで，3つのケースにおいて「時間軸分析」と「空間軸分析」の2つの分析を行う．

a) 時間軸分析

ある時点に開発される地点とロットサイズを求める．本分析ではL^{k}を与件とし，代わりにxを内生変数とする．ただし，住宅地を農地に転換するケースでは，ある時点に撤退する地点を求める．

さらに，本分析では，以上の分析により得られるある時点の解が，時間の経過によりどのように推移するかを分析する．

b) 空間軸分析

ある地点が開発される時点とロットサイズを求める．ただし，住宅地を農地に転換するケースでは，ある地点が撤退する時点を求める．

さらに，本分析では，以上の分析により得られるある地点の解が，CBDからの距離の増加によりどのように推移するか，また，住宅地代の変化によりどのように推移するかを分析する．

(3) 分析の枠組みと住宅地代の変化

本研究では農地を住宅地に転換するケースでは住宅地代上昇時，住宅地を建て替えるケースでは住宅地代上昇時と住宅地代低下時の両方，住宅地を農地に転換するケースでは住宅地代低下時をそれぞれ想定して分析を行う．

(4) 関数の特定化

開発費用 $F(q^k)$ は式(10)で表されるようにロットサイズ q^k に関して線形の関数に特定化する．

$$F(q^k) = Aq^k \tag{10}$$

4. 分析結果

紙面制約から，ここでは農地を住宅地に転換するケースの空間軸分析と住宅地を農地に転換するケースの時間軸分析の結果のみを示す．以下，表記の簡単化のため $t=0$，$r_A = 0$ とする．

(1) 農地を住宅地に転換するケース

a) 空間軸分析

式(6)と式(7)それぞれにおける q^k と L^k の関係を得るために陰関数定理を用いると，式(11)と式(12)が得られる．

$$\mathcal{L}_{q^k} = 0: \qquad dL^k/dq^k = -\mathcal{L}_{q^kq^k}/\mathcal{L}_{q^kL^k} \tag{11}$$

$$\mathcal{L}_{L^k} = 0: \qquad dL^k/dq^k = -\mathcal{L}_{q^kL^k}/\mathcal{L}_{L^kL^k} \tag{12}$$

ここで，二階条件より $\mathcal{L}_{q^kq^k} < 0$，$\mathcal{L}_{L^kL^k} < 0$，$-\mathcal{L}_{q^kq^k}/\mathcal{L}_{q^kL^k} < -\mathcal{L}_{q^kL^k}/\mathcal{L}_{L^kL^k}$ である．また，$\mathcal{L}_{q^kL^k}$ の正負は式(13)の条件により決定される．ただし，$\tilde{q}^k$ は $\mathcal{L}_{q^kL^k} = 0$ を満たす q^k である．

$$\mathcal{L}_{q^kL^k} \underset{<}{>} 0 \quad \text{as} \quad q^k \underset{<}{>} \tilde{q}^k \tag{13}$$

したがって，式(11)と式(12)を表す曲線を横軸を q^k，縦軸を L^k とした平面に描くと**図**-1のようになる．2本の曲線の交点が解となる．ただし，$q^k \geq \tilde{q}^k$ の領域では二階条件を満たす解が存在しない．以下では，**図**-1の解がCBDからの距離の増加によりどのように推移するかを分析する．

式(11)と式(12)を行列表示しクラメールの公式を用いると，x の増加による q^k と L^k の変化の正負はそれぞれ式(14)と式(15)の条件により決定される．

$$dq^k/dx \underset{<}{>} 0 \quad \text{as} \quad \mathcal{L}_{q^kx}\mathcal{L}_{L^kL^k} \underset{>}{<} \mathcal{L}_{q^kL^k}\mathcal{L}_{L^kx} \tag{14}$$

$$dL^k/dx \underset{<}{>} 0 \quad \text{as} \quad \mathcal{L}_{q^kq^k}\mathcal{L}_{L^kx} \underset{>}{<} \mathcal{L}_{q^kx}\mathcal{L}_{L^kq^k} \tag{15}$$

ここで，式(6)と式(7)より $\mathcal{L}_{q^kx}$ と $\mathcal{L}_{L^kx}$ はそれぞれ式(16)と式(17)で表されるように正となる．

$$\mathcal{L}_{q^kx} = \int_{L^k}^{L^k+\bar{L}} \left[s_x / \left(q^k\right)^2 \right] e^{-i\tau} d\tau > 0 \tag{16}$$

$$\mathcal{L}_{L^kx} = \left[s_x / q^k \right] e^{-iL^k} > 0 \tag{17}$$

式(16)と式(17)より，$q^k < \tilde{q}^k$ の領域では $\mathcal{L}_{q^kx}\mathcal{L}_{L^kL^k}$，$\mathcal{L}_{q^kL^k}\mathcal{L}_{L^kx}$，$\mathcal{L}_{q^kq^k}\mathcal{L}_{L^kx}$，$\mathcal{L}_{q^kx}\mathcal{L}_{L^kq^k}$ は全て負となる．したがって，式(14)と式(15)より，dq^k/dx と dL^k/dx の正負は定まらない．

ここで，式(7)より一階条件が成立しているとき $\mathcal{L}_{L^kL^k}$ と $\mathcal{L}_{q^kL^k}$ はそれぞれ式(18)と式(19)で表される．

$$\mathcal{L}_{L^kL^k} = -r^k_{L^k}\left(L^k\right) e^{-iL^k} < 0 \tag{18}$$

$$\mathcal{L}_{q^kL^k} = \left[\left[c_{q^k} + m + iA\left(1 + e^{-i\bar{L}}\right) \right] / q^k \right] e^{-iL^k} \tag{19}$$

式(18)より，$\mathcal{L}_{L^kL^k}$ は住宅地代の上昇率に関して単調減少である．また，式(19)より $\mathcal{L}_{q^kL^k}$ は維持費用 m と開発費用 A に関して単調増加である．

一方，式(14)より $\mathcal{L}_{L^kL^k}$ が十分に小さい場合は $dq^k/dx > 0$ となる．すなわち，住宅地代の上昇率が十分に高い場合，住宅地のロットサイズはCBDから郊外に向かって大きくなる．このとき，式(15)より $\mathcal{L}_{q^kL^k}$ が大きい場合は $dL^k/dx > 0$，$\mathcal{L}_{q^kL^k}$ が小さい場合は $dL^k/dx < 0$ となる．すなわち，維持費用と開発費用が大きい場合，農地はCBDから郊外に向かって住宅地に転換され，維持費用と開発費用が小さい場合，農地は郊外からCBDに向かって住宅地に転換される．

また，式(14)より $\mathcal{L}_{L^kL^k}$ が十分に大きい場合は $dq^k/dx < 0$ となる．すなわち，住宅地代の上昇率が十分に低い場合，住宅地のロットサイズはCBDから郊外に向かって小さくなる．このとき，$dL^k/dx > 0$ となる．すなわち，農地はCBDから郊外に向かって住宅地に転換される．

以上より，CBD からの距離の増加による**図**-1 の解の推移は**図**-2，**図**-3，**図**-4のようになる．ただし，**図**-2は $dq^k/dx > 0$ かつ $dL^k/dx > 0$ の場合，**図**-3は $dq^k/dx > 0$ かつ $dL^k/dx < 0$ の場合，**図**-4は $dq^k/dx < 0$ かつ $dL^k/dx > 0$ の場合の解の推移である．

(2) 住宅地を農地に転換するケース

a) 時間軸分析

式(9)に式(2)と式(3)を代入すると式(20)が得られる．

$$\left[Y\left(L^k\right) - c\left(q^{k-1}, \bar{u}\left(L^k\right)\right) - s(x) \right] / q^{k-1} = m \tag{20}$$

式(20)の未知数は x である．そこで，式(20)の左辺を表す曲線と右辺を表す曲線を横軸を x とした平面に描くことにより，式(20)の解を示す．

式(20)の左辺の x に関する変化率の正負は式(21)で表される条件により決定される．

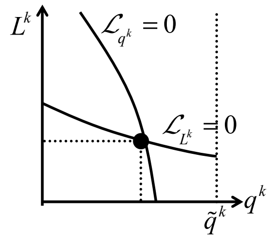

図-1　住宅地を建て替えるケース(空間軸分析)

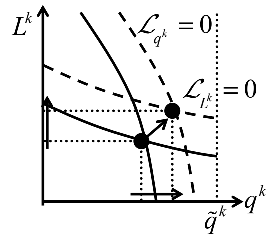

図-2　CBDからの距離の増加による解の推移

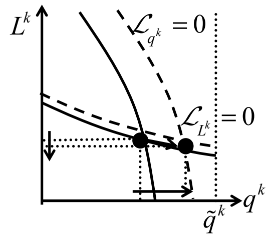

図-3　CBDからの距離の増加による解の推移

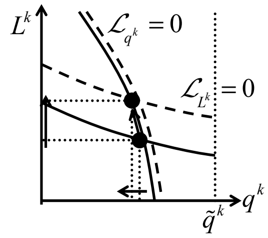

図-4　CBDからの距離の増加による解の推移

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left[Y\left(L^k\right)-c\left(q^{k-1},\bar{u}\left(L^k\right)\right)-s(x)\right]\Big/q^{k-1}\right] \gtrless 0$$
$$\text{as} \quad -\left[c_{q^{k-1}}+r^{k-1}\right]q_x^{k-1} \gtrless s_x \qquad (21)$$

式(21)より，q_x^{k-1}が十分小さい場合や，s_xが十分大きい場合は，式(20)の左辺のxに関する変化率は負となる．すなわち，立地している住宅地のロットサイズのCBDからの距離に関する変化率が小さい場合や，通勤費用のCBDからの距離に関する変化率が大きい場合は，住宅地代はCBDからの距離の増加により低下する．

q_x^{k-1}が十分小さくない場合や，s_xが十分大きくない場合は，式(20)の左辺のxに関する変化率の正負は定まらない．すなわち，立地している住宅地のロットサイズのCBDからの距離に関する変化率が小さくない場合や，通勤費用のCBDからの距離に関する変化率が大きくない場合は，住宅地代はCBDからの距離の増加により上昇し得る．

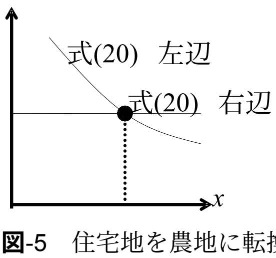

図-5　住宅地を農地に転換するケース(時間軸分析)

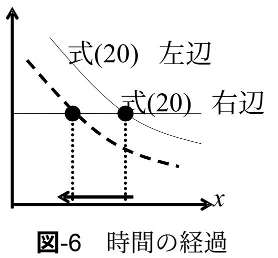

図-6　時間の経過による解の推移

以上より，式(20)の左辺を表す曲線と式(20)の右辺を表す曲線を横軸をxとした平面に描くと**図**-5のようになる．ただし，**図**-5は式(20)の左辺のxに関する変化率が負となる場合の例である．

また，住宅地代低下時を想定しているため，時間の経過による**図**-5の解の推移は**図**-6のようになる．**図**-6より，立地している住宅地のロットサイズのCBDからの距離に関する変化率が小さい場合や，通勤費用のCBDからの距離に関する変化率が大きい場合は，郊外からCBDに向かって住宅地が農地に転換されることが得られる．

5.　結論

本研究では，2章で示した一般的なモデルに3章でいくつかの仮定をすることにより，人口増加下および人口減少下における住宅地の立地パターンを分析した．これらの仮定はFujita[1), Wheaton[2) と同様の仮定である．したがって，本研究の分析は，彼らの分析に加えて住宅地の建て替えや住宅地の農地への転換を考慮した分析となっている．

農地を住宅地に転換するケースの結果から，住宅地代の上昇率が十分に低いときは，郊外の住宅地よりも大きいロットサイズの住宅地がCBDに開発される傾向があることを示した．また，住宅地を農地に転換するケースの結果から，立地している住宅地のロットサイズのCBDからの距離に関する変化率が小さい場合や，通勤費用のCBDからの距離に関する変化率が大きい場合は，住宅地は郊外からCBDに向かって農地に転換される傾向があることを示した．

謝辞：本研究について，宮城俊彦先生（東北大学）から多くの有益な指摘を頂いた．ここに記して感謝する．

参考文献

1) Fujita, M.: Spatial patterns of residential development, *Journal of Urban Economics*, Vol. 12, pp. 22-52, 1982.

2) Wheaton, W. C.: Urban residential growth under perfect foresight, *Journal of Urban Economics*, Vol. 12, pp. 1-21, 1982.