

# 道路交通における所要時間分布特性の統計解析：時間信頼性の経済評価に向けて\*

## Statistical Investigation of the Empirical Characteristics of Travel Time Distribution on an Urban Road for Valuing Reliability\*

福田 大輔\*\*・モーンズ フォスグロウ\*\*\*

by Daisuke FUKUDA\*\*・Mogens FOSGERAU\*\*\*

### 1. はじめに

本研究では、道路交通における所要時間信頼性向上の経済評価の基礎となる時間信頼性価値 (VOR: Value of Reliability) について検討を行う。交通プロジェクトの利用者便益計算の実務において一般的に対象とされるのは、プロジェクトの実施に伴う“平均”所要時間の節約便益であり、その限界的価値 (時間価値) については古くから膨大な研究蓄積がある。一方、交通システムの整備は、平均的な所要時間の短縮のみならず、所要時間の定刻性を向上させる効果を併せ持つ。VOR は、所要時間分布の変化に対する利用者の限界的な支払い意思額と考えることができる<sup>1)</sup>。

VOR に関しては、近年欧米の研究者を中心に、理論的側面<sup>1-3)</sup> 並びに実証的側面<sup>4-6)</sup> の双方で研究が蓄積されつつあるものの、統一的な分析の枠組みは未だ確立されていない。このような中、Fosgerau & Karlström<sup>1)</sup> 並びに Fosgerau & Fukuda<sup>7)</sup> において、スケジューリングモデルを基礎としたより一般的な分析の枠組みが提案された。但し、これらの研究で提案されたモデルを実適用するにあたっては、対象とする所要時間分布が好ましい統計的性質を持つことが前提条件となる。さらに、ルートレベルでの分析へと拡張するためには、所要時間分布がパラメトリックに表現でき、所要時間分布の母数に共通性が存在することが望ましい<sup>7)</sup>。以上の問題意識の元、本研究では、コペンハーゲン都市圏において長期観測された道路所要時間のデータを解析し、その統計学的性質について検証を行った。

### 2. スケジューリング・モデル<sup>1),7)</sup>

#### (1) 定式化

毎朝の通勤交通で道路を利用するドライバーを想定する。ドライバーのスケジューリング・コストは、実旅行時間  $T$  並びに出発時刻  $-D$  ( $D > 0$ ) によって規定され

るものとする。ここで  $T$  を確率変数と見なす。また、一般性を失うことなく、ドライバーの希望到着時刻を  $0$  とする。さらに、出発時刻に関する既往研究<sup>8),9)</sup> と同様、スケジューリング・コスト関数を次のように定義する：

$$C(D, T) = \eta D + \lambda(T - D)^+ + \omega T,$$

ここで第一項は早着不効用、第二項は遅着不効用、第三項は旅行時間そのものによる不効用を表す。また、 $\eta$ ,  $\lambda$ ,  $\omega$  はコストを構成する各要因の重要度を規定する非負のパラメータである。

次に、所要時間  $T$  を下記のような Location-Scale 型の表記として表す：

$$T = \mu + \sigma X, \quad (1)$$

ここで、 $\mu, \sigma$  はそれぞれ所要時間分布の位置及び尺度を規定する滑らかな未知関数である。本研究では、 $\mu$  は平均所要時間と考える。一方、尺度関数  $\sigma$  は標準偏差に限定されない。後述するように、本研究では四分圏範囲を尺度関数として採用する。また、 $X$  を“正規化所要時間”と称し、その密度関数を  $\phi$ , 分布関数を  $\Phi$  で表す。ここで、 $\phi, \Phi$  は  $D$  に対して独立と仮定する。

Fosgerau & Karlström<sup>1)</sup> は、まず、 $\mu$  と  $\sigma$  が  $D$  に依存せず時刻に対して不変である場合について考察している。この仮定の元でのドライバーの出発時刻選択行動 (期待コスト  $EC$  の最小化問題) は、下記で表される：

$$EC^* = \min_D EC(D, T) \quad (2)$$
$$= \min_D \left[ \eta D + \lambda \int_{\frac{D-\mu}{\sigma}}^{\infty} (\mu + \sigma x - D) \phi(x) dx + \omega \mu \right].$$

この関数は大域的に凹であるので<sup>1)</sup>、問題 (2) は唯一解を持つ。その解は下記で表される：

$$D^* = \mu + \sigma \Phi^{-1} \left( 1 - \frac{\eta}{\lambda} \right).$$

また、最小化期待コストは下記で表される：

$$EC^* = (\eta + \omega) \mu + \lambda H \left( \Phi, \frac{\eta}{\lambda} \right) \sigma. \quad (3)$$

$$H \left( \Phi, \frac{\eta}{\lambda} \right) = \int_{1-\frac{\eta}{\lambda}}^1 \Phi^{-1}(v) dv.$$

式 (3) の第一項は平均所要時間の絶対的な大きさに起因するコストであり、 $(\eta + \omega)$  は時間価値に相当する。

\* キーワーズ：時間信頼性価値，所要時間分布，プロジェクト評価

\*\* 正会員 博 (工) 東京工業大学大学院理工学研究科土木工学専攻  
(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1-M1-11  
TEL 03-5734-2577, FAX 03-5734-3578)

\*\*\* 非会員 Ph. D. Technical University of Denmark

(Bygningstorvet 116 Vest, Kgs. Lyngby, 2800, Denmark)

一方、第二項は所要時間のバラツキによるドライバーの不効用を表しており、VOR は  $\lambda H(\Phi, \frac{\mu}{\lambda})$  で表される。ここで、 $H$  はドライバーの選好  $(\eta, \lambda)$  及び正規化所要時間分布  $(\Phi)$  に依存する定数であり、 $EC^*$  は Mean-Variance モデルの形式をとっていることが分かる。以上の関係は、任意の正規化所要時間分布  $\Phi$  に対して成り立つことが分かっており、VOR を実際に計測する上で好ましい性質である。

## (2) モデルの実適用に当たっての留意点

実際の道路交通においては、例えば、朝の通勤交通ピーク時のように平均所要時間が大きい時刻帯においては、他の時刻帯に比べて、所要時間の日々の変動も大きくなる傾向があることが分かっている<sup>10)</sup>。Fosgerau & Karlström<sup>1)</sup> は、平均所要時間  $\mu$  及び尺度  $\sigma$  がそれぞれ最適出発時刻  $D^*$  を枢軸 (pivot) とする線形関数として表される場合に関しても考察を行っており、 $\mu$  と  $\sigma$  を一定と仮定した先の分析結果を用いて VOR を精度良く近似的であることを示した。すなわち、所要時間の平均及び変動が出発時刻に関わらず一定の場合について検討することが分析上まず重要となる。しかし、この近似が成り立つためには、正規化所要時間分布が出発時刻に大使で独立でなければならない。この独立性の仮定が妥当であることを確認できて初めて、上記の理論モデルの実適用が支持される。

また、実適用を考える上では、経路レベルで VOR を定義できることが好ましい。その際、分布  $\Phi$  を算出するために必要となる所要時間データは、感知器等を用いてより細分化されたリンク単位で容易に計測することができる。本研究では、経路を構成するリンク単位で推計された  $\Phi$  の畳込 (Convolution) によって当該経路の  $\Phi$  の導出する可能性について検討する。

以降の節では、これらの点について検証する。

## 3. 所要時間分布特性のノンパラメトリック統計解析

### (1) 正規化所要時間の算出

所要時間が時刻  $t$  の関数であることを明示するため、式 (1) を以下のように書き改める：

$$T_t = \mu(t) + \sigma(t)X_t. \quad (4)$$

このとき、先に示した仮定より、 $\mu(t)$  と  $\sigma(t)$  は次のように表される：

$$\begin{aligned} \mu(t) &= E[T|t], \\ \sigma(t) &= q_{0.75}(t) - q_{0.25}(t), \end{aligned}$$

ここで  $E[T|t]$  は与えられた時刻  $t$  に関する所要時間の条件付期待値、また、 $q_\rho(t)$  は時刻  $t$  に関する所要時間分布の条件付  $\rho \times 100\%$  分位点関数である (但し  $\rho \in (0, 1)$ )。

### a) 条件付平均関数

今、 $(T_i, t_i)$  を所要時間と時刻に関する  $n$  個の i.i.d. サンプルデータ ( $i = 1, \dots, n$ ) とする。また、時刻  $t$  は密度  $p(t)$  を持つものとする。このとき、 $\mu(\cdot)$  を局所カーネル推定<sup>11)</sup>に基づいてノンパラメトリックに推定すると、次式ようになる：

$$\hat{\mu}(t) = \frac{\sum_{i=1}^n T_i K\left(\frac{t_i-t}{h_t}\right)}{\hat{p}(t)}, \quad (5)$$

ここで  $h_t$  は時刻に関するバンド幅を、 $K(\cdot)$  はカーネル関数を、 $\hat{p}(t) = n^{-1} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{t_i-t}{h_t}\right)$  は  $p(t)$  のカーネル推定量を表す。以降の分析では、標準正規密度関数をカーネル関数に採用する。

### b) 条件付分位点関数

$\sigma(t)$  を推定する先立ち、条件付分位点関数  $q_\rho(t)$  を求める必要がある。 $q_\rho(t)$  は、以下のように表される：

$$\hat{q}_\rho(t) = \arg \min_q |\rho - \hat{F}(q|t)|, \quad (6)$$

ここで、 $\hat{F}(q|t)$  は所要時間の条件付分布関数  $F(T|t)$  の推計値であり、以下のように求めることができる：

$$\hat{F}(T|t) = \frac{n^{-1} \sum_{i=1}^n L\left(\frac{T_i-T_i}{h_T}\right) K\left(\frac{t_i-t}{h_t}\right)}{\hat{p}(t)},$$

$L(v) = \int_{-\infty}^v K(u)du$  はカーネル分布関数と呼ばれる。また、 $h_T$  は所要時間に関するバンド幅である。

### c) 正規化所要時間分布の独立性の判定

式 (5), (6) を用いて式 (4) を推定することにより、サンプルの正規化所要時間は  $X_i = (T_i - \hat{\mu}(t_i))/\hat{\sigma}(t_i)$ ,  $\forall i$  として算出することができる。ここでは、正規化所要時間の条件付分布に基づいて時刻に対する独立性を判定する。与えられた時刻  $t$  に対する正規化所要時間の条件付分布関数は、次式で表される：

$$\hat{G}(X|t) = \frac{n^{-1} \sum_{i=1}^n L\left(\frac{X_i-X_i}{h_X}\right) K\left(\frac{t_i-t}{h_t}\right)}{\hat{p}(t)},$$

$h_X$  は正規化所要時間に関するバンド幅である。

$\hat{G}(X|t)$  のグラフを描くことにより、正規化所要時間が時刻に依存しているかどうかの全体傾向を簡便に把握することができる。もし、正規化所要時間が完全に時刻から独立しているならば、描かれた密度の等高線は、時刻軸に対して完全に平行になる。

### d) バンド幅の選択

上記の一連の手順を行うに先立って、ノンパラメトリック・カーネル関数のバンド幅を適切な値に設定する必要がある。クロス・バリデーションなどの基準に依る方法等もあるが、大規模データの利用に対する計算効率性の観点から、本研究では簡便な Plug-in 法<sup>11)</sup>

を用い、以下のように各バンド幅を決定する：

$$\begin{aligned} h_t^{\text{plug},\mu} &= 1.06\sigma_t n^{-1/5}, \\ h_t^{\text{plug},F} &= 1.06\sigma_t n^{-1/6}, \\ h_T^{\text{plug},F} &= 1.06\sigma_T n^{-1/6}, \end{aligned}$$

ここで添字の  $\mu, F$  はそれぞれ条件付平均、条件付分布関数を表す。また、 $\sigma_t$  は時刻の母集団標準偏差を、 $\sigma_T$  は所要時間の母集団標準偏差を表す。実際の計算では、これらはサンプル標準偏差によって代替される。

#### 4. 正規化所要時間のパラメトリック分析

##### (1) 安定分布へのフィッティング

正規化所要時間分布の時刻独立性の仮定を妥当と見なせる場合、VOR の推計作業の効率性の観点からは、操作性の高いパラメトリックな分布を見出すことができるかどうか重要となる。Fosgerau & Karlström<sup>1)</sup> は、ノンパラメトリック密度推定の結果より、正規化所要時間分布は右に厚い裾をもつ非対称な形状をしており、正規分布等とは大きく異なっていることを確認した。本研究では、ファイナンスや情報通信の分野で適用例が多く見られる“安定分布 (Stable Distribution)”の正規化所要時間分布への当てはめについて検討する。

安定分布は、極値の存在に起因する分布の裾厚 (heavy tails)、及び、分布の非対称性 (skewness) を表現することが可能であり、正規分布等をその特別ケースとして包含する統計分布である。一般的に、その確率密度関数は陽に与えられず、特性関数  $\phi(\tau) = E(\exp(i\tau X))$  を用いて以下のように表される<sup>12)</sup>：

$$\phi(\tau) = \begin{cases} \exp\left\{-\gamma|\tau|^\alpha \left[1 + i\beta(\text{sign}\tau) \left(\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right) \left((\gamma|\tau|^{1-\alpha} - 1) + i\delta\tau\right)\right]\right\} & (\alpha \neq 1 \text{ のとき}) \\ \exp\left\{-\gamma|\tau| \left[1 + i\beta(\text{sign}\tau) \tan\frac{\pi}{2} (\ln|\tau| + \ln\gamma)\right] + i\delta\tau\right\} & (\alpha = 1 \text{ のとき}), \end{cases}$$

ここで  $\alpha \in (0, 2]$  は分布の裾厚を定めるパラメータであり、1 以下の場合には確率分布の二次以上のモーメントは無限に発散する。四分位範囲をスケールの尺度として用いる理由である。また、 $\beta \in [-1, 1]$  は歪度、 $\gamma > 0$  はスケール、 $\delta \in \mathbf{R}$  は位置をそれぞれ規定するパラメータである。これらは、特性関数に基づく数値尤度最大化によってデータから推定することができる。

##### (2) 安定分布の加法性

安定分布の持つ好ましい性質の 1 つに加法性がある。これは、「 $\alpha$  が共通である独立な安定分布の和も同じく安定分布に従う」というものである。連続する道路リンク部において、各リンクの正規化所要時間が共通の  $\alpha$  を持つ安定分布にそれぞれ従い、さらに、それらが互いに独立だと仮定すれば、加法性により、リンク単位で推計された正規化所要時間を経路レベルでの正規化所要時間に容易に集計化することが可能となる。

#### 5. ケース・スタディ

##### (1) データの概要

用いるデータは、コペンハーゲン中心部と郊外をつなぐ環状道路 (Frederikssundsvej) の一部区間 (11.263 km) において、2007 年 1 月 16 日から 5 月 8 日にかけて観測された所要時間データである。図 - 1 において A ~ E の各地点に設けられた車両感知器を用いて 24 時間・1 分刻みの時刻毎に計測された所要時間のうち、6 時 ~ 22 時のデータを用いる。表 - 1 に各道路セクションの概要と推計に用いたバンド幅を、表 - 3 にデータの要約統計量を示す。

##### (2) ノンパラメトリック統計解析結果 [区間 A → E]

図 - 2 に所要時間の平均値とその 95% 信頼区間、及び四分位範囲のノンパラメトリック推定結果を示す。朝の通勤ピーク時、及び夕方の帰宅ラッシュ時に平均所要時間が大きくなっていることが分かる。また、所要時間の四分位範囲に関しても、平均所要時間に連動するような挙動を示している。これを詳細に確認するため、 $(\hat{\mu}(t), \hat{\sigma}(t))$  をプロットした結果を図 - 3 に示す。既往研究<sup>10)</sup> 同様、平均所要時間と所要時間変動の間に有意な正の相関が存在していることが確認できた。

次に、与えられた時刻に対する正規化所要時間の条件付分布を図 - 4 に示す。図には 0.1 から 0.9 までの

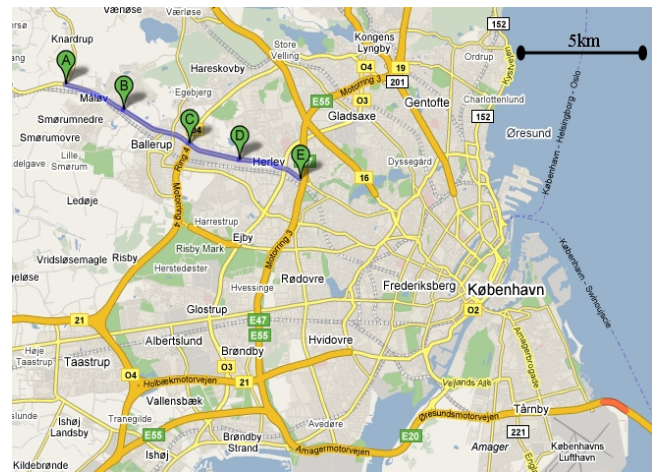


図 - 1 対象とする道路 (Frederikssundsvej in Copenhagen)

表 - 1 所要時間データの概要と Plug-in バンド幅 (分)

ID	方向	延長 (km)	n	$h_t^{\text{plug},\mu}$	$h_t^{\text{plug},F}$	$h_T^{\text{plug},F}$
1	A → B	2.725	60669	32.9	47.5	0.162
2	B → C	3.279	59950	32	46.1	0.406
3	C → D	2.508	57759	32.1	46.2	0.183
4	D → E	2.751	54462	32.6	46.9	0.339
5	A → E	11.263	24271	37.9	53.1	0.895

表 - 2 所要時間の要約統計量 (分)

ID	Mean	S.D.	Min.	L.Q.	Median	U.Q.	Max.
1	2.967	0.957	0.98	2.49	2.69	3.14	24.6
2	4.854	2.395	1.55	3.45	3.94	5.22	27.4
3	3.037	1.074	0.1	2.38	2.66	3.3	19.5
4	4.442	1.967	1.4	3.16	3.84	5.05	28.59
5	15.399	4.543	8.76	12.15	13.83	17.67	47.5

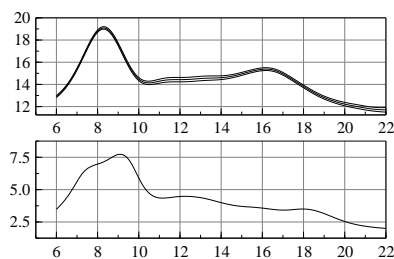


図 - 2 条件付平均所要時間 (上) 及び条件付四分位範囲 (下) の推定結果 [区間 A → E]

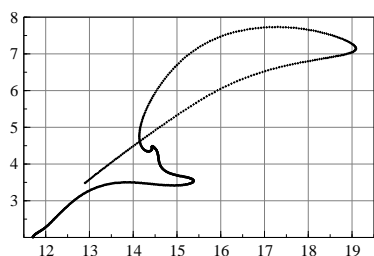


図 - 3  $(\hat{\alpha}(t), \hat{\delta}(t))$  の散布図 (分)[区間 A → E]

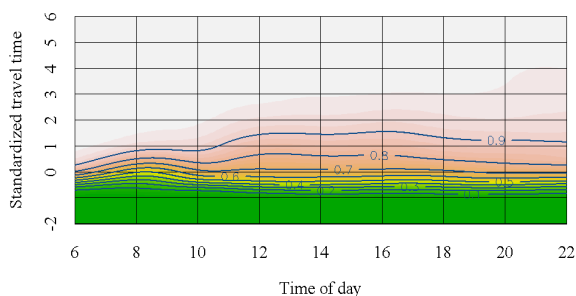


図 - 4 正規化所要時間の条件付分布 [区間 A → E]

等確率線が併記されている。一部、大きい確率の箇所において小さな隆起も見られるが、等確率線は概ね横軸 (時刻) に対してなだらかに並行に近いように描かれている。これから判断する限り、スケジューリング・モデルの導出において大前提となる正規化所要時間分布の時刻独立性の仮定は、妥当であるように思われる。

#### a) 安定分布への当てはめ [全セクション]

推定結果を表 - 3, 図 - 5 に示す。いずれのセクションにおいても、 $\alpha$  の推定値は有意に 2 (= 正規分布) より小さく、分布の右裾は正規分布のそれよりも厚くなっている。また、 $\beta$  の推定値がいずれも上限の 1 に近いことから、分布が大きく歪んでいることが分かる。これらは、稀少なながらも重大なインシデント等の影響で、小数の極端に大きな正規化所要時間がデータに含まれていることに起因すると考えられる。

また、 $\alpha$  の推定値は互いに近い値となっており、表 - 3 と図 - 5 には  $\alpha$  の推定値の平均を用いて畳込を行った結果 (Convolutd) も併せて示している。安定パラメータの等価性を支持する結果であると考えられる。

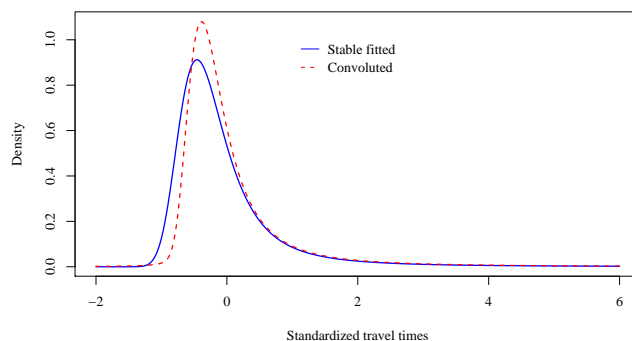


図 - 5 推定された安定分布 [区間 A → E]

表 - 3 安定分布のパラメータ推定値

Section	1	2	3	4	Convolutd	5
$\alpha$	1.1585	1.113	1.1385	1.118	1.132	1.3
$\beta$	0.8824	0.9089	0.9172	0.99	0.924	1
$\gamma$	0.3265	0.2825	0.3153	0.3043	0.2614	0.3049
$\delta$	-0.528	-0.5181	-0.484	-0.4762	-0.3003	-0.3785
対数尤度	-67,600	-59,883	-61,490	-55,424	-	-21,940
n	60,669	59,950	57,759	54,462	-	24,271

## 6. 結論

本研究では、時間信頼性の経済評価を念頭に置いて、道路交通における所要時間分布特性の統計解析を行った。実証分析の結果、正規化所要時間分布に関して、(1) 正規化所要時間の時刻独立性の仮定は概ね妥当であること、(2) 分布の中心付近における安定分布への適合度は良好だが、事故などによって生じる大きな正規化所要時間、すなわち、分布の右裾の部分における当てはまりは必ずしも良くないこと、(3) 異なる道路セクション間での正規化所要時間分布の畳込を可能とする安定パラメータの等価性の仮定は概ね妥当であること、等といった点が確認された。より詳細な分析結果については、発表時に紹介したい。

## 参考文献

- [1] M. Fosgerau, A. Karlström, The value of reliability and the distribution of random durations, in: European Transport Conference, 2007.
- [2] J. Bates, J. Polak, P. Jones, A. Cook, The valuation of reliability for personal travel, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review 37 (2-3) (2001) 191–229.
- [3] R. B. Noland, J. W. Polak, Travel time variability: a review of theoretical and empirical issues, Transport Reviews 22 (1) (2002) 39–54.
- [4] K. A. Small, C. Winston, J. Yan, Uncovering the distribution of motorists' preferences for travel time and reliability, Econometrica 73 (4) (2005) 1367–1382.
- [5] D. Brownstone, K. Small, Valuing time and reliability: assessing the evidence from road pricing demonstrations, Transportation Research Part A: Policy and Practice 39 (4) (2005) 279–293.
- [6] T. C. Lam, K. Small, The value of time and reliability: measurement from a value pricing experiment, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review 37 (2-3) (2001) 231–251.
- [7] M. Fosgerau, D. Fukuda, Empirical characteristics of the travel time distribution on an urban road for valuing reliability, in: European Transport Conference, forthcoming.
- [8] K. A. Small, The scheduling of consumer activities: work trips, American Economic Review 72 (3) (1982) 467–479.
- [9] R. B. Noland, K. A. Small, Travel-time uncertainty, departure time choice, and the cost of morning commutes, Transportation Research Record 1493 (1995) 150–158.
- [10] Transek, Restidsosäkerhet och förseningar i vägtrafik - effektsamband för samhällsekonomiska beräkningar (2006).
- [11] Q. Li, J. Racine, Nonparametric Econometrics: Theory and Practice, Princeton University Press, 2007.
- [12] V. Zolotarev, One-Dimensional Stable Distributions, American Mathematical Society, 1986.