

# 空港退出自動車交通量に関する混合ハザードモデルのEM推定\*

## EM Algorithm for Mixed Hazard Model for the Road Traffic Exiting from Airport\*

奥村 誠\*\*・塚井誠人\*\*\*・吉村充功\*\*\*\*

By Makoto OKUMURA\*\*・Makoto TSUKAI\*\*\*・Mitsunori YOSHIMURA\*\*\*\*

### 1. はじめに

航空輸送は、わが国の旅客輸送手段として重要性をまし、800km以遠の長距離帯では新幹線をしのぐシェアを占めている。しかし、新幹線に比べると頻度が少ない上に、航空機への搭乗手続きや手荷物検査、降機および預託荷物の受け取りなどに時間を要する。さらに複数の航空会社が競争している路線の場合には、多くの需要が見込まれる時間帯に異なる航空会社の便が集中して設定される傾向も見られる。そのため平均的には十分な能力を有する空港でも、混雑時間帯や遅れによって複数の便が連続して到着すると、能力不足が発生してサービスレベルが低下する<sup>1)</sup>。

筆者らは、空港利用者が出発便に間に合うように余裕時間を持って到着する行動を把握するため、トラフィックカウンター機器により自動車の到着交通量を観測した。この到着交通量は航空便出発予定時刻の25~60分前にピークを持っていることから、各出発便に対応する単峰型のハザードモデルに従う交通量が混合したものとみなすことができる。そこで、出発予定時刻が近接する航空便をグループ化した上で、モデルによる再現値の比率を用いて各時点の観測交通量を各出発便に配分する計算と、配分された値に最尤法を適用してハザードモデルのパラメータを推定する計算とを繰り返す方法を開発し、良好な推定結果を得ている<sup>2)</sup>。

本論文では、航空便到着後の利用者の空港滞在時間に着目し、空港から退出する方向の道路断面交通量(以下退出交通と呼ぶ)の解析を行う。この場合にも空港滞在時間は単峰型の分布をしていると予想され、ハザード関数モデルが適用できると考えられる。ただし、基準時刻となる航空機の到着時刻は日によって変動しているため、便ごとに交通量の分解を行う必要がある。その際、先に開発した方法では、到着時刻が近接する複数の便に交通量をうまく配分できないという問題に加えて、繰り返す計算の収束性の理

論的な考察が課題として残されていた。

本論文では、1日の退出交通において各便に関連する交通が占める比率を非観測変数と見なせば、非観測変数を含むモデルの推定手法であるEMアルゴリズムの考え方に基づいて、先に開発した繰り返し計算手順が導出できることを示す。さらに仙台空港からの退出車両の交通量に提案手法を適用した結果について述べる。

### 2. 混合ハザードモデルとEMアルゴリズム

#### (1) 有限混合ハザードモデル

航空便が到着後、旅客は降機、到着ロビーへの移動、預託荷物がある場合にはその受け取り、用便、買物や食事などのために空港施設内に滞在する。この滞在時間は行動の内容により個々の旅客ごとに異なるが、1つの便の利用者について考えると、標準的な滞在時間を中心とする単峰型の分布に従うと考えられる。このような時間の分布を統計的に扱う手法にハザード関数モデル、あるいは生存関数モデルがある。以下では空港での滞在を「生存」、退出を「死亡」とみなす。

基準時刻からの経過時間を $\tau$ とすると、次の微小時間に生存者 $S(\tau)$ の中から死亡が発生する確率をハザード確率 $h(\tau)$ と呼ぶ。実現象ではハザード確率が経過時間に対して減少する初期故障現象と増加する劣化故障現象が見られる。以下に示すワイブル分布は、パラメータによってこれら両方の形状を表現できるという特長から、実証分析において頻繁に用いられている。

$$h(\tau) = \exp(\lambda)\gamma\tau^{\gamma-1} \quad (1)$$

生存者の時間変化を表す $dS(\tau)/d\tau = -h(\tau)S(\tau)$ と式(1)を連立すると、生存関数と死亡の無条件確率は以下のように与えられる。

$$S(\tau) = \exp(-\exp(\lambda)\tau^\gamma) \quad (2)$$

$$f(\tau) = h(\tau)S(\tau) \\ = \exp(\lambda)\gamma\tau^{\gamma-1} \exp(-\exp(\lambda)\tau^\gamma) \quad (3)$$

第 $k$ 日の $i$ 番目の退出者の時刻を $t_i^k$ とする。この退出者は当日の到着便のいずれかの旅客であるとする。航空機の到着後、旅客が駐車場や送迎車ベイに移動し自動車が観測断面を通過するまでには最低10分程度必要であ

\* キーワーズ: 発生交通, 空港計画, 交通量計測, 生存関数

\*\* 正員、博(工)、東北大学東北アジア研究センター (仙台市青葉区川内41, TEL022-795-7571, mokmr@cneas.tohoku.ac.jp)

\*\*\*正員、博(工)、広島大学大学院工学研究科 (東広島市鏡山1-4-1, TEL082-424-7827, mtukai@hiroshima-u.ac.jp)

\*\*\*\*正員、博(工)、日本文理大学工学部建築学科 (大分市大字一木1727, TEL097-524-2611, yoshimuramt@nbu.ac.jp)

るため、第  $j$  到着便の到着時刻の10分後を基準時刻  $t_j^k$  とおくと、経過時間は  $\tau_{ij}^k = t_i - t_j^k$  となる。また、ハザードの分布形状は、到着便ごとの客層、すなわち利用頻度の高いビジネス客かグループの観光客かという違い、または混雑時間か昼食時かといった到着時間帯の違いによって異なると考えられるので、パラメータ  $\lambda, \gamma$  は便ごとに与えるが、日付  $k$  によらないと仮定する。

いま、第  $k$  日の到着便が有限の  $J$  個であるとき、 $i$  番目の退出者が第  $j$  便の利用者である確率を  $\pi_j^k$  とすると、その退出者が第  $k$  日の時刻  $t_i^k$  に退出する確率は、以下のような有限混合ハザードモデルで表現できる。

$$g(t_i^k | \lambda, \gamma, \pi) = \sum_{j=1}^J \pi_j^k f(\tau_{ij}^k) \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^J \pi_j^k = 1 \quad \forall k \quad (5)$$

## (2) EMアルゴリズム

EMアルゴリズム (expectation-maximization) は、非観測変数  $z$  を含むようなデータセットで未知パラメータ  $\theta$  を最尤推定する手法の一つである。以下観測変数を  $x$  と表わす。本来は完全観測対数尤度  $l_c(\theta; x, z) = \log p(x, z | \theta)$  を最大化したいが、尤度関数に  $z$  が含まれるため直接最大化できない。そこで、非観測変数を含む不完全観測対数尤度  $I$  について、次の2つのステップを交互に繰り返すことによって近似的に  $\theta$  を計算する。

### a) E-Step (expectation)

観測データ  $x$  とパラメータ  $\theta^{(m)}$  が与えられたもとの、完全データの対数尤度関数  $\log p(x, z | \theta)$  の非観測データ  $z$  についての条件付き期待値  $z^{(m)}$  を求める。つまり、

$$Q(z^{(m)} | \theta^{(m)}) = E[I(z^{(m)} | x, \theta^{(m)})] \quad (6)$$

$$= E[\log p(z | x, \theta^{(m)})]$$

を計算する。

### b) M-Step (Maximization)

対数尤度関数の条件付き期待値を最大化するパラメータ  $\theta = \theta^{(m+1)}$  を求める。つまり、

$$\theta^{(m+1)} = \arg \max_{\theta} I(\theta | x, z^{(m)}) \quad (7)$$

を計算する。

EMアルゴリズムでは尤度の向上は保障されるものの尤度関数に大域的凸性がないため、初期値によって局所解に収束してしまう危険性があることがわかっている。

## (3) 有限混合ハザードモデルへのEMの適用

(1) で述べた有限混合ハザードモデルにおいて、第  $k$  日  $i$  番目の車両の退出時刻  $t_i^k$  は観測可能な変数  $x$

であるが、その車両が第  $j$  便の客であることを示すダミー変数  $d_{ij}^k$  は観測不可能な変数  $z$  に相当する。このとき未知パラメータ  $\theta$  は、各便のハザード関数のパラメータ  $\lambda_j, \gamma_j$  と第  $k$  日第  $j$  便利用者の比率  $\pi_j^k$  である。

$d_{ij}^k$  を所与とした場合の  $t_i^k$  の条件付確率は、以下の分布に従う。

$$p(t_i^k | d_{ij}^k, \theta) = \prod_{j=1}^J g(t_i^k | \lambda_j, \gamma_j)^{d_{ij}^k} \quad (8)$$

非観測変数  $d_{ij}^k$  は以下の多項分布に従う。

$$p(d_{ij}^k | \theta) \propto \prod_{j=1}^J \pi_j^k d_{ij}^k \quad (9)$$

すなわち  $t_i^k$ ,  $d_{ij}^k$  を同時に観測する確率は、

$$p(t_i^k, d_{ij}^k | \theta) \propto p(t_i^k | d_{ij}^k, \lambda, \gamma, \pi) p(d_{ij}^k | \lambda, \gamma, \pi) \quad (10)$$

$$\propto \prod_{j=1}^J \pi_j^k d_{ij}^k g(t_i^k | \lambda_j, \gamma_j)^{d_{ij}^k}$$

となる。ベイズの定理より、式(10)はパラメータ  $\theta$  に関する尤度を与える。 $t_i^k$ ,  $d_{ij}^k$  を所与とすれば、

$$I(\theta | t, d) \quad (11)$$

$$= \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k} \sum_{j=1}^J d_{ij}^k [\log g(t_i^k | \lambda_j, \gamma_j) + \log \pi_j^k]$$

のように、不完全観測対数尤度は、ハザード関数の対数尤度と不完全観測変数の対数尤度の和となる。ここで  $N_k$  は第  $k$  日の車両数を表わしており、

$$N_k = \sum_{i=1}^{N_k} \sum_{j=1}^J d_{ij}^k \quad (12)$$

が成り立つ。

### a) E-Step

$\pi_j^{k(m)}, \lambda_j^{(m)}, \gamma_j^{(m)}$  を所与としたとき、 $d_{ij}^{k(m)}$  の条件付き期待値  $Q(z^{(m)} | \theta^{(m)})$  は以下ようになる。

$$\hat{d}_{ij}^{k(m)} = \frac{\pi_j^{k(m)} g(t_i^k | \lambda_j^{(m)}, \gamma_j^{(m)})}{\sum_{j=1}^J \pi_j^{k(m)} g(t_i^k | \lambda_j^{(m)}, \gamma_j^{(m)})} \quad (13)$$

### b) M-Step

式(11)の尤度関数  $I(\theta | t, d^{(m)})$  をパラメータ  $\theta$  について最大化し更新値  $\theta^{(m+1)}$  を求める。

$\lambda_j^{(m+1)}, \gamma_j^{(m+1)}$  に関しては、式(13)で求めた  $\hat{d}_{ij}^{k(m)}$  を所与として各便に対応するサンプルを考え、それらについて通常の最尤法を適用すればよい。

$\pi_j^{k(m+1)}$  に関しては、式(5)の制約に対応するLagrange乗数を  $\mu$  とすると、式(11)の1階の最大化条件より、

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_j^k} - \mu = \sum_{i=1}^{N_k} \frac{\hat{d}_{ij}^k}{\pi_j^k} - \mu = 0 \quad (14)$$

となる。さらに式(12)の関係を考慮すると、

$$\pi_j^k = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \hat{d}_{ij}^k \quad (15)$$

が得られる。すなわち式(13)で求めた  $\hat{d}_{ij}^{k(m+1)}$  を集計した各便の利用者の比率に  $\pi_j^{k(m+1)}$  を改定すればよい。

以上により筆者らの先行研究<sup>2)</sup>で提案した手法を、EMアルゴリズムから導くことができ、理論的な根拠を与えることができた。EMアルゴリズムには大域解に達する保証がないことから、異なる初期値から計算を行うことが必要となる。なお同様の推定方法は池田らの研究<sup>9)</sup>において消費者物価指数の改定行動の分析に用いられている。

### 3. 仙台空港退出交通量データへの適用

#### (1) 退出自動車交通量の観測

仙台空港構内から主要アクセス道路である県道仙台空港線に退出する断面における自動車交通量を、独SDR社製の超音波式トラフィックカウンターを用いて計測した。なお、この道路と別に名取市道からも空港への出入りが可能であるが、その交通量は仙台空港線の1/10以下である。

計測期間は2006年11月27日～12月19日であるが、以下では11月28日(火)～12月18日(月)の21日間における5:00～24:00の5分間交通量について分析する。

#### (2) 交通量の時間変動

到着交通量は時間的に変動しており、7:50から10:20、18:40から19:20という時間帯のほか、12:00、14:10、15:20、21:00、22:00ごろにピークが存在することが多い。図1は、5分間交通量の細かな変動をならすために30分間の移動平均値を計算し、さらに同じ曜日の3日間の平均値を計算したものである。これによるとピークの出現時刻はほぼ似ているものの、ピークの高さは曜日によって異なる。金曜日は交通量が多く、土曜日は8:00ごろと15:00ごろを除いて少ない。日曜日は午前中は少ないが、15:00以降は多い。

#### (3) 航空便到着時刻と基準時刻の設定

期間中の国内線39便の到着時刻を、航空会社のホーム

ページから採取した。図1の上部に5分ごとに観測期間中に到着した本数の平均値を示す(右目盛)。これより5分間に2機以上が到着することはほとんどないこと、日中や夜間に比べて朝や夕方は到着時刻が乱れやすく広く分布していることがわかる。分析期間中(21日間)の欠航便は7便であった。なお、国際線は毎日就航の便が12:30着のソウル便のみで使用機材も小さいため、以下の分析では考慮しない。

先に述べたように、39の国内便については実際の到着時刻の10分後を基準時刻とする。図1からわかるように、朝の到着便に先立ち、7:50ごろをピークとして前後に多くの交通量がある。これを表現するため7:50を基準時刻として前後方向に1つずつハザード関数を設定する。

#### (4) 計算結果

紙面の制約上、以下では1つの初期値に対する結果のみを述べる。以下のケースでは41のハザード関数のすべてについて、パラメータの初期値を $\lambda_j = 0.0002$ 、 $\gamma_j = 2.0$ と設定した。 $\pi_j^k$ は欠航便は0に固定し、その他の便は利用確率が均等になるように設定した。

パラメータ値は1回目の更新で大きく変化したが、その後の変化幅は $\lambda$ が0.001以下、 $\gamma$ が0.2以下であり、繰り返しと共に変化幅は徐々に小さくなった。15回目の更新でJAL2918札幌便(定刻20:55着)に対する $\pi_j^k$ が0になるとともに他のパラメータ値が収束した。この間、式(11)の対数尤度の値は $-7.97 \times 10^5$ から $-7.86 \times 10^5$ に滑らかに増加しており、ハザード関数の対数尤度の増加が $0.06 \times 10^5$ 、多項分布の対数尤度の増加が $0.05 \times 10^5$ と、ほぼ同じ割合を占めている。

推定されたハザード関数を表1に示す。実際の最尤法の計算は符号条件を満足するように $\log \lambda$ 、 $\log \gamma$ を変数としており、t値から $\lambda$ 、 $\gamma$ が1とは有意に異なることがわかる。 $\gamma$ は1以上であり、ハザードの最大値は基準時

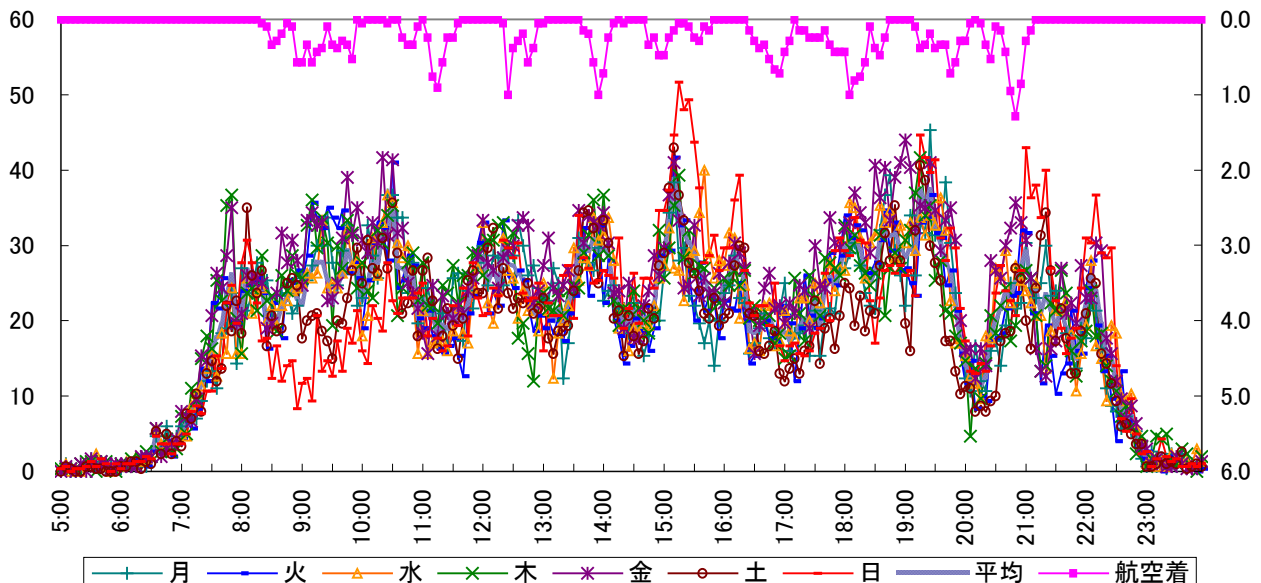


図1 5分間交通量の曜日別時間変動と航空便の実到着時刻の分布

刻から離れた場所に存在する。パラメータ値から求めた平均滞在時間は43分から67分であり、便による違いは大きくない。

各便に対応する交通量の再現値を加算して5分間交通量の再現値を求める。これと実績値との相関係数は0.859であった。再現値と実績値の21日間の平均値の比較を図2に示す。平均値はほぼ良好に再現されているものの、22:00前後のピークが再現できていない。この交通は空港施設の従業員など、到着便と無関係な利用者と考えられるので、ハザード関数を追加することが望ましい。

今後は、異なる初期条件からの安定性の分析を行い、本方法の適用性を高めていく必要がある。

謝辞 本研究は科学研究費基盤研究(B)17360249の成果の一部である。

参考文献

- 1) P.T.Wang and D.E.Pitfield: The derivation and analysis of the passenger peak hour: an empirical application to Brazil, Journal of Air Transport Management, Vol.5, pp.135-141, 1999.
- 2) 辻井啓, 塚井誠人, 吉村充功, 奥村誠: 大分空港到着自動車交通の時間分布特性, 土木計画学研究・講演集(CD-ROM), Vol. 34, No. 88, 2006.
- 3) McLachlan, G., Peel, D.: Finite Mixture Model, Wiley, 2000.
- 4) 池田大輔・西岡慎一: 価格設定行動とハザード関数—CPIマイクロデータを用いた実証分析, 日本銀行ワーキングペーパー, No.06-J-24, 2006.

表1 推定されたハザード関数

| ハザード          | $\lambda$ | (t値)  | $\gamma$ | (t値)  | 相関係数  | 平均滞在時間 | 平均台数  |
|---------------|-----------|-------|----------|-------|-------|--------|-------|
| ANA 365名0840  | 0.001480  | 11.32 | 1.662    | 79.9  | 0.885 | 43.1   | 183.2 |
| JEX3171名0905  | 0.000696  | 7.76  | 1.723    | 60.5  | 0.937 | 50.8   | 106.2 |
| JEX2201阪0910  | 0.000160  | 6.28  | 2.026    | 58.1  | 0.941 | 56.1   | 98.0  |
| ANA 731阪0915  | 0.000079  | 6.00  | 2.194    | 59.7  | 0.922 | 58.1   | 102.7 |
| ANA 720札0935  | 0.000060  | 5.88  | 2.253    | 60.2  | 0.947 | 59.0   | 104.9 |
| JAL3531福0950  | 0.000095  | 6.48  | 2.153    | 63.3  | 0.925 | 57.6   | 116.1 |
| ANA 733阪1050  | 0.000193  | 7.31  | 2.014    | 66.4  | 0.891 | 55.0   | 125.8 |
| JEX2203阪1115  | 0.000059  | 6.35  | 2.254    | 64.9  | 0.959 | 59.0   | 122.4 |
| ANA 797福1130  | 0.000033  | 6.09  | 2.377    | 65.9  | 0.950 | 60.8   | 126.1 |
| ANA 3131成1135 | 0.000032  | 5.94  | 2.378    | 64.4  | 0.951 | 60.8   | 120.5 |
| JEX2904札1230  | 0.000012  | 5.44  | 2.609    | 64.3  | 0.952 | 62.9   | 120.2 |
| JEX2205阪1230  | 0.000003  | 5.14  | 2.866    | 67.1  | 0.952 | 66.2   | 130.0 |
| ANA 722札1250  | 0.000007  | 5.82  | 2.775    | 72.0  | 0.935 | 62.1   | 147.9 |
| JEX2906札1350  | 0.000014  | 5.40  | 2.556    | 63.0  | 0.944 | 63.0   | 113.3 |
| ANA 735阪1400  | 0.000002  | 5.11  | 3.021    | 70.0  | 0.953 | 66.8   | 137.6 |
| ANA 724札1400  | 0.000002  | 5.06  | 3.067    | 69.6  | 0.944 | 65.3   | 135.8 |
| JEX2207阪1450  | 0.000068  | 6.85  | 2.191    | 69.1  | 0.899 | 58.8   | 138.2 |
| ANA 367名1500  | 0.000051  | 6.49  | 2.240    | 67.4  | 0.911 | 59.5   | 131.7 |
| IBX 3051阪1540 | 0.000083  | 6.59  | 2.219    | 65.3  | 0.930 | 56.9   | 123.0 |
| JEX3327神1635  | 0.000746  | 8.03  | 1.730    | 62.1  | 0.899 | 50.0   | 111.1 |
| JAL2942沖1650  | 0.000042  | 5.34  | 2.351    | 56.5  | 0.949 | 59.4   | 92.7  |
| ANA 802広1655  | 0.000023  | 5.30  | 2.495    | 59.1  | 0.933 | 60.3   | 100.7 |
| ANA 464沖1700  | 0.000035  | 5.28  | 2.398    | 56.9  | 0.945 | 59.7   | 93.4  |
| JAL3535福1730  | 0.000256  | 6.16  | 1.972    | 54.2  | 0.918 | 53.4   | 84.4  |
| ANA 728札1750  | 0.000251  | 5.76  | 1.955    | 50.8  | 0.860 | 54.2   | 74.8  |
| ANA 737阪1810  | 0.000006  | 4.09  | 2.781    | 51.0  | 0.931 | 63.5   | 75.9  |
| ANA 3235成1810 | 0.000103  | 5.24  | 2.160    | 50.7  | 0.882 | 56.7   | 75.0  |
| JEX2209阪1810  | 0.000003  | 4.01  | 3.025    | 52.6  | 0.941 | 58.4   | 80.9  |
| JEX2912札1820  | 0.000037  | 4.62  | 2.411    | 49.4  | 0.919 | 58.2   | 70.7  |
| ANA 361金1840  | 0.000026  | 4.95  | 2.554    | 54.8  | 0.835 | 54.9   | 84.4  |
| ANA 730札1925  | 0.000008  | 3.87  | 2.684    | 47.4  | 0.787 | 64.4   | 62.8  |
| ANA 369名1940  | 0.000001  | 3.41  | 3.005    | 50.3  | 0.776 | 56.3   | 68.5  |
| ANA 739阪1950  | 0.000002  | 4.05  | 3.140    | 55.1  | 0.870 | 58.3   | 84.0  |
| JEX3175名1955  | 0.000014  | 4.88  | 2.690    | 57.0  | 0.815 | 56.2   | 90.2  |
| JEX2211阪2025  | 0.001030  | 7.14  | 1.667    | 52.9  | 0.657 | 48.5   | 74.8  |
| ANA 799福2050  | 0.000008  | 4.11  | 2.701    | 50.2  | 0.768 | 63.6   | 58.8  |
| JAL2918札2055  | 0.000008  | -     | 7.389    | -     | -     | -      | 0.0   |
| JAL3537福2055  | 0.000001  | 3.33  | 3.339    | 49.3  | 0.788 | 65.0   | 55.8  |
| ANA 409神2100  | 0.000038  | 4.60  | 2.264    | 49.2  | 0.620 | 59.0   | 57.3  |
| 7:50後方        | 0.006110  | 20.57 | 1.269    | 116.3 | 0.930 | 40.9   | 396.1 |
| 7:50前方        | 0.027100  | 17.94 | 1.034    | 76.3  | 0.818 | 29.1   | 164.1 |

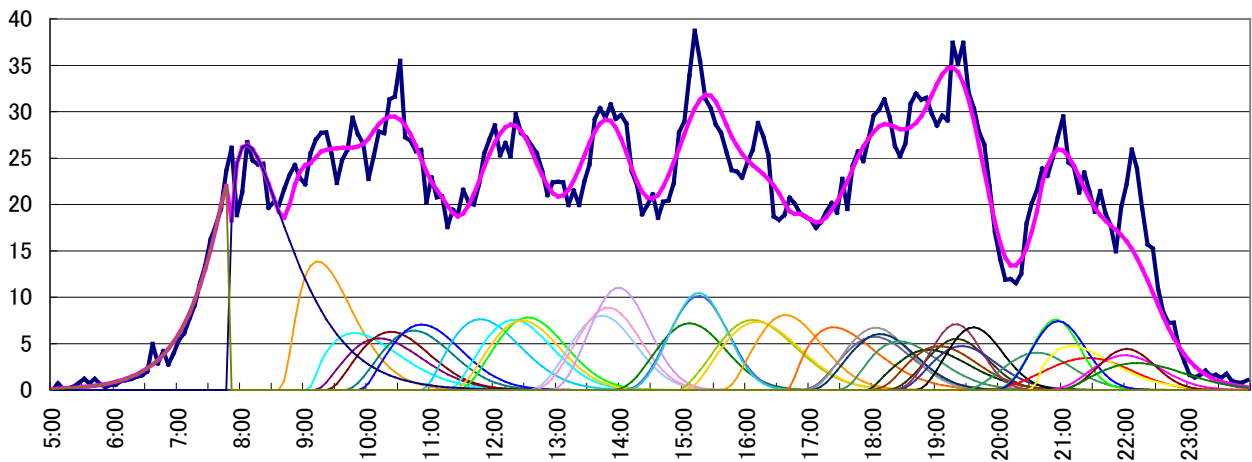
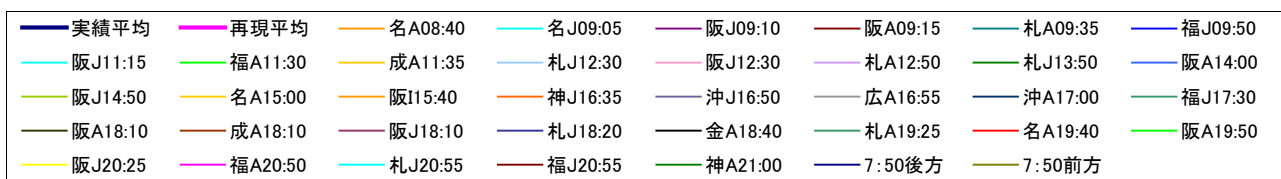


図2 実績・再現5分間交通量の21日平均値の比較