

ネットワーク通行権取引制度の効率性*

Efficiency of Tradable Network Permits System*

赤松隆**・菊地志郎***・和田健太郎****

By Takashi AKAMATU**・Shiro KIKUCHI***・Kentarō WADA****

1. はじめに

ICTを本格的に活用した広義の*Intelligent Transportation Systems (ITS)* は、新しい適切な制度とセットで導入されれば、道路交通システムの運用効率を飛躍的に向上させるポテンシャルを持っている。そのような ICT/ITS を活用した近未来型の交通制度として、赤松・佐藤・Nguyen¹⁾ は、“ボトルネック通行権取引制度”を提案した。これは、渋滞が頻発している特定の道路地点（ボトルネック）を対象として、a) その地点を特定の時刻のみ通行できる権利（“ボトルネック通行権”）を道路管理者が設定・発行し、b) その時刻別の通行権を自由に売買取引できる市場を創設する、という制度である。

これらの仕組み a) と b) の組合せは、近未来の ICT/ITS を活用すれば技術的には実現可能であり、道路容量という限られた資源の最も効率的な利用スキームであると期待される。実際、赤松等¹⁾ は、単一のボトルネックを通過する通勤者の出発時刻均衡問題を対象として、この提案制度導入後の均衡状態が、社会的に最も効率的な資源配分を達成できることを明らかにした。

本稿では、分析対象を単一ボトルネックから一般ネットワークに拡張して、その理論的特性を明らかにすることを目的とする。より具体的には、まず、一般ネットワークで通行権取引制度を導入した場合の均衡状態を表現するモデルを提示する。そして、全てのボトルネック容量と等しい枚数の通行権を発行すれば、社会的交通費用が最小化された望ましい状態が実現すること証明する。さらに、従来から代表的な渋滞解消策と考えられてきた混雑料金制とネットワーク通行権制の理論的關係を示す。そして、各制度実行に必要な情報量および効率性を比較し、後者が前者に対して持つ優位性を明らかにする。

2. ネットワーク通行権取引制度

(1) 分析対象となる交通空間条件

本稿では、一般的な (*ie.* 任意のリンク・ノード接続構造を持つ) ネットワーク上の動的な交通流を考える。

*キーワード: ボトルネック混雑, 動的交通配分, 通行権取引, ITS

**正員, 工博, 東北大学大学院情報科学研究科

(仙台市青葉区荒巻青葉6-6 TEL022-795-7507 FAX022-795-7505)

***学生員, 東北大学大学院情報科学研究科

****学生員, 東北大学工学部建築・社会環境工学科

そのネットワークのノードの集合を N , 有向リンクの集合を L と書く。ノード集合 N は、その部分集合として、交通流（利用者のトリップ）が発生する起点(Origin)の集合 O , 利用者がトリップを終了する終点(Destination)の集合 D を含む。 N の各要素（ノード）は、整数の連番 i で区別され、 L の各要素（リンク）は、その上流側ノード i と下流側ノード j の組 (ij) で区別される。交通トリップの起点・終点ペア (ODペア) の集合を W と書く。特に本稿では、記号の煩雑さを避け、理論内容を分かりやすく提示するために、ODペアが単一（起点、終点ともに1個）の場合を扱う。多起点・多終点の場合にも、以下の議論と同様な議論が可能である²⁾。

ネットワークの各リンクは、“自由走行区間”と一つの“ボトルネック区間”から構成されていると仮定する。リンク (ij) の自由走行区間の旅行時間は定数（交通量や時刻に依存しない一定値） t_{ij} とし、ボトルネック区間は交通容量 μ_{ij} を持つpoint queueモデルで表現されると仮定する。また、動的な交通流の配分を想定する時間 $[0, T]$ は、十分に長い時間帯が与えられているものとし、その時間帯を I と書く。なお、時間帯 I を通じてネットワークを利用するOD交通需要 Q_{od} は与件とする。

(2) 行動主体

本稿で表れる行動主体は、道路ネットワークの管理者と利用者である。道路管理者は、ネットワークで発生しうる交通渋滞を抑制し、社会的な交通費用の最小化を目指す主体である。そのために、道路管理者は、ネットワーク上の全ボトルネックに対して、“時刻別ボトルネック通行権”を設定・発行する。通行権の定義及びその発行法については、以下の(3)でより詳しく述べる。

利用者は、起点から終点へ、このネットワークを通過して、毎日1回のトリップを行なう主体である。利用者は、自分の不効用（一般化交通費用）が最小となるように、終点到着時刻および経路を選択する。なお、利用者がネットワークを通行するためには、自分の選択する経路上にあるリンクに対応した通行権を“通行権取引市場”で購入する必要がある。通行権取引市場と通行権の購入法については、以下の(3), (4)で詳述する。また、利用者の不効用の定義は、第3章で与えられる。

(3) ボトルネック通行権の設定と発行条件

“時刻別ボトルネック通行権”とは、予め指定されたボ

トルネック地点を、予め指定された時刻にのみ通行できる権利である。本稿では、道路管理者が、ネットワーク上の全てのボトルネックに対して、この時刻別ボトルネック通行権を設定できる状況を想定する。すなわち、時刻 t にリンク (ij) に流入する交通流は、リンク (ij) の時刻 t 通行権を持っている利用者のみである。

道路管理者は、各リンク (ij) の時刻別通行権を、当該リンクの交通容量 μ_{ij} に等しい枚数（単位時間当たり）まで発行できるものとする。時刻別通行権の定義により、各リンク (ij) で利用される時刻別通行権枚数は、そのリンクの流入率となる。従って、この発行条件下では、常に、各リンクの流入率がその交通容量以下となり、渋滞は原理的に発生しない。

(4) ボトルネック通行権の配布と取引市場

道路管理者が発行した通行権の利用者への配分法としては、“通行権販売型スキーム”が考えられる。これは、道路管理者が、全てのボトルネック通行権を利用者に市場販売するスキームである。このスキームでは、ボトルネック通行権の販売収入は全て道路管理者に帰着する。

道路管理者は、リンク毎に独立に設けられた“通行権取引市場”で、発行した通行権を販売する。利用者はこれらの取引市場において、自分の希望する到着時刻・経路に応じて必要となるリンクの時刻別通行権を購入する。各リンクの取引市場では、時刻別の通行権に対して、“つけ値競争”（オークション）によって価格と購入者が決定される。この市場は、独占・寡占等の生じない完全競争的市場であり、時刻別通行権の需要量が供給量と一致するように価格が調整されると仮定する。

3. 制度導入下での均衡状態

(1) 利用者の選択行動

ネットワーク利用者が1回のトリップで費やす交通費用は、以下の a) ~c) の費用から構成される：a) 終点への希望到着時刻 s と実際の到着時刻 t との差異に応じて決まる“スケジュール費用”，b) 起点から終点までの旅行時間を金銭換算した“旅行費用”，c) 起点から終点までの経路上で支払う必要のある“ボトルネック通行権の購入費用”。

a) の“スケジュール費用”は、終点到着時刻 t のみの関数 $w(t)$ によって与えられる。利用者の希望到着時刻は、皆同じ時刻 s であるとし、 $w(t)$ は $t = s$ で最小値をとる凸関数と仮定する。

b) の“旅行費用”は、経路によって異なる。起終点間の各経路の旅行時間は、その経路上に含まれるリンクの旅行時間の総和である。ただし、各リンク (ij) の旅行時間は、通行権導入後の渋滞が発生しない均衡状態では、一定値 t_{ij} である。従って、起終点間の任意の経路 r の旅行時間 T_r も、到着時刻によらず一定である。

c) の“通行権購入費用”は、各リンクの通行権価格が時刻毎に異なるため、経路および利用時刻に依存して変

化する。起終点間の経路 r を通行した時の通行権費用は、その経路上に含まれるリンクの通行権価格の総和である。この費用をより正確に表現するために、経路 r を通行し、時刻 t に終点に到着する利用者を考えよう。ノード i からリンク (ij) を通って終点までに要する旅行時間を $T_{ij,r}$ とすると、この利用者がリンク (ij) に流入する時刻は $t - T_{ij,r}$ である。よって、リンク (ij) を通行するために購入する時刻別通行権の価格は $p_{ij}(t - T_{ij,r})$ である。ここで、 $p_{ij}(t)$ は、リンク (ij) の時刻 t 通行権の価格を表わす。従って、起終点間の経路 r を通行し終点に時刻 t に到着する利用者が支払う通行権購入費用は、以下の式で表される。

$$P_r(t) = \sum_{ij \in L} p_{ij}(t - T_{ij,r}) \delta_{ij,r(o,d)} \quad (3.1)$$

$\delta_{ij,r(o,d)}$ はリンク (ij) が始点 o から終点 d への経路に含まれるなら 1、そうでないなら 0 をとる経路・リンク接続行列の典型要素である。

b) の旅行時間を金銭換算した旅行費用と c) の通行権費用の和を（経路）交通費用と呼ぶ。経路 r を通行し、終点に時刻 t に到着する利用者の交通費用 $C_r(t)$ は、

$$C_r(t) = P_r(t) + \alpha T_r \quad (3.2)$$

で与えられる。ここで、 α は旅行時間を金銭費用に換算する時間価値係数である。

ネットワーク利用者（通勤者）は、スケジュール費用と交通費用の和で定義される“一般化費用”が最小となるような到着時刻および経路を選択する。

$$\min_{t,r} w(t) + C_r(t) \quad (3.3)$$

この最適化問題は、終点到着時刻 t と経路 r を階層的に選択する2段階選択問題とみなすことができる。従って、最適な同時選択 (t^*, r^*) は、下位階層の経路選択問題から上位階層の到着時刻選択問題へ“後向き推論”で解いてゆくことができる。

(2) 均衡条件

ネットワーク全体の交通流パターンが、均衡状態に達すると仮定する。その均衡状態では、上で示した費用変数間の関係式 (3.1)~(3.3) に加え、以下に示す5つの条件が同時に成立する。ここではリンク・ノード変数のみを用いた arc-node 形式で均衡状態を記述する。

1a) 各ノードでのフロー保存条件：

交通ネットワークにおけるフロー保存条件は、任意のノード i における流入交通量と流出交通量が等しいことである。この条件を記述するために、時刻 t にリンク (ij) に流入する交通流率を $y_{ij}(t)$ 、時刻 t にリンク (i, j) から流出する交通流率を $z_{ij}(t)$ と書く。このとき、フロー保存則は、任意の時刻、任意のノードにおいて、

$$\sum_{k \in NO(i)} y_{ik}(t) - \sum_{k \in NI(i)} z_{ki}(t) = -q(t) \delta_{id} \quad \forall t \in I, \forall i \in N \quad (3.4)$$

が成立することである。ここで、 δ_{id} は $i = d$ なら 1、そ

うでないなら0となるKroneckerのデルタ。また、 $NO(i)$ はノード*i*から流出するリンクの下流側ノードの集合、 $NI(i)$ はノード*i*に流入するリンクの上流側ノードの集合である。

1b) 各リンクでのFirst-In-First-Out (FIFO) 条件：

動的な交通流では、各リンクで追越がないとすれば、First-In-First-Out条件が成立する必要がある。これは、

$$y_{ij}(t) = z_{ij}(t + t_{ij}(t)) \cdot (1 + dt_{ij}(t)/dt) \quad (3.5)$$

と書ける。ここで、 $t_{ij}(t)$ は時刻*t*にリンク*ij*に流入した車両が流出するまでに要する時間である。ただし、渋滞が発生していないなら、 $t_{ij}(t)$ は時刻によらない一定値 t_{ij} である。従って、通行権導入後の(ie. 渋滞が発生しない)均衡状態では、より簡単な次の式で表現できる：

$$y_{ij}(t) = z_{ij}(t + t_{ij}) \quad \forall t \in I, \forall ij \in L \quad (3.6)$$

2) 経路選択に関する均衡条件：

時刻*t*にノード*i*に到着する利用者がリンク(*ij*)を選択すれば、その利用者はノード*j*に時刻*t* + t_{ij} に到着する。従って、均衡状態では、時刻*t*にリンク(*ij*)への流入交通流が存在するなら、リンク(*ij*)は、時刻*t* + t_{ij} にノード*j*に到着する利用者の最小費用経路上になければならない。この条件は、時刻*t*にノード*i*に到着する利用者が起点から*i*までの最小経路費用を $\pi_i(t)$ と書くと、以下の様に表現できる：

$$\begin{cases} \pi_j(t + t_{ij}) = c_{ij}(t) + \pi_i(t) & \text{if } y_{ij}(t) > 0 \\ \pi_j(t + t_{ij}) \leq c_{ij}(t) + \pi_i(t) & \text{if } y_{ij}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \in I, \forall i \in N \quad (3.7)$$

ここで、 $c_{ij}(t)$ はリンク(*ij*)に時刻*t*に流入した利用者が、そのリンク通行に必要な交通費用である：

$$c_{ij}(t) \equiv p_{ij}(t) + \alpha t_{ij} \quad (3.8)$$

3) 利用者数の保存則：

全時間帯を通じたOD交通需要 Q は、各時刻*t*に終点に到着するOD交通流率の総和である：

$$\int_0^T q(u) du = Q \quad (3.9)$$

4) 終点到着時刻選択に関する均衡条件：

均衡状態では、どの利用者も、自分だけが終点到着時刻を変更しても自分の一般化費用を改善できない。ここで、到着時刻*t*の一般化費用は、2)の経路選択均衡条件下では、 $w(t) + \pi_d(t)$ である。これは、均衡状態で選択されている到着時刻では、時刻によらない均衡効用 ρ に等しく、選択されない到着時刻では ρ 以上である：

$$\begin{cases} \rho = \pi_d(t) + w(t) & \text{if } q(t) > 0 \\ \rho \leq \pi_d(t) + w(t) & \text{if } q(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \in I \quad (3.10)$$

5) 各リンク通行権市場での需給均衡条件：

均衡状態の通行権市場では、正の価格がついている時刻の通行権は需要量と供給量が一致し、価格がゼロなら

供給過剰である。ここで、リンク(*ij*)の時刻*t*通行権の需要量は、時刻別リンク流入率 $y_{ij}(t)$ によって与えられる。また、この通行権の供給量は、渋滞が発生しない最大限の枚数、すなわち、当該リンクの交通容量 μ_{ij} である。従って、通行権市場の需給均衡条件は、

$$\begin{cases} y_{ij}(t) = \mu_{ij} & \text{if } p_{ij}(t) > 0 \\ y_{ij}(t) \leq \mu_{ij} & \text{if } p_{ij}(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \in I, \forall ij \in L \quad (3.11)$$

と表現される。

4. 通行権取引制度の効率性：最適配分の実現

前章の(3.4)~(3.15)で定式化された均衡状態の効率性を調べるために、以下の最適化問題[P-1]を考える。

$$\min_{(\mathbf{q}, \mathbf{y}) \geq 0} F_p(\mathbf{q}, \mathbf{y}) \equiv \int_0^T q(t)w(t)dt + \alpha \sum_{ij \in L} \int_0^T y_{ij}(t)t_{ij}dt \quad (4.1)$$

Subject to

$$\int_0^T q(u)du = Q \quad (4.2)$$

$$y_{ij}(t) \leq \mu_{ij} \quad \forall t \in I, \forall i \in N \quad (4.3)$$

$$\sum_{k \in NO(i)} y_{ik}(t) - \sum_{k \in NI(i)} z_{ki}(t) = -q(t)\delta_{id} \quad \forall t \in I, \forall i \in N \quad (4.4)$$

これは、ネットワーク性能から決まる交通流の物理的制約条件下で、利用者が費やす一般化費用の総和(“社会的交通費用”)を最小化する動的交通流配分パターンを求める問題である。制約条件(4.2)は、OD交通流率に関するフロー保存則であり、(4.3)は、各リンクでの容量制約である。最後の、(4.4)は各リンクでのFIFO条件と各ノードでの動的なフロー保存則を組合せた条件である。なお、以降で述べる、“最適配分”(あるいは、“ファースト・ベスト状態”)は、渋滞が全く発生しない状況に限定した上で、社会的交通費用を最小化した状態である。

さて、通行権制度導入後の均衡配分を特徴付ける最も重要な性質は、問題[P-1]が、均衡条件(3.4)~(3.11)と等価な最適化問題となることである。すなわち、

命題1：最適配分問題[P-1]に許容解が存在する単一ODペアのネットワークを考える。このとき、リンク到着時刻別の通行権取引制度により実現する均衡状態は、式(4.1)で定義された“社会的交通費用”を最小化する最適配分状態と一致する。

命題1の証明は、紙面の制約から赤松²⁾に譲る。この命題は、直接的には、問題[P-1]の最適交通流パターンが、均衡状態での交通流パターンと一致することを述べている。しかし、問題[P-1]は、均衡状態での交通流パターンのみならず、通行権価格に関する情報も与えている。上記命題の証明²⁾よれば、制約条件(4.3)に対応した最適Lagrange乗数 $\mathbf{p}^*(t)$ は、

通行権導入後の均衡状態での通行権価格に一致する。また、(4.2)に対応した最適 Lagrange 乗数 ρ^* と(4.4)に対応した最適 Lagrange 乗数 $\pi^*(t)$ は、各々、均衡状態で利用者が費やす不効用（一般化交通費用）、起点から各ノードへの最小経路費用に一致する。

5. 混雑料金制度と通行権取引制度の比較

前章までで得られた均衡通行権価格は、“動的な最適混雑料金”と解釈することもできる。リンク (i,j) に時刻 t に到着した利用者への課金額（混雑料金）を $p_{ij}(t)$ と書くと、利用者がトリップに際して負担する交通費用は、第3, 4章で示した交通費用と全く同型の式で表現される。また、通行権取引制下では市場の需給均衡条件（による価格調整）を意味していた(3.11)は、混雑料金制下では道路管理者の料金レベル設定条件となる。つまり、均衡状態では、いずれの制度でも、渋滞の全く発生しないファースト・ベスト状態を達成できる。

上述のように、理想的な状況では、通行権取引と動的な混雑料金制が、全く同じ理想的な均衡状態を与える。しかし、この理想的状態が実現するために要求される条件は、各制度で大きく異なることに注意が必要である。その異なる想定状況とは、制度を実行する主体（ie. 道路管理者）が把握しておくべき情報の量と正確さである。前者では、道路管理者は、各リンクの交通容量のみを正確に把握していれば良い。一方、後者では、道路管理者は、交通容量の把握だけではなく、利用者行動についても完全に把握していなければならない。さもなければ、適切な料金パターンを計算することができない。

この様な条件の違いを考慮すると、両制度のどちらが望ましいと言えるだろうか？これは、“数量規制”と“価格規制”の比較問題になっている。一般的には、規制当局が、供給側（生産関数）は正確に把握しているが、需要側（需要関数）に関しては不確実な情報しかもてない場合、数量規制の方が価格規制よりも効率的な結果をもたらす。本稿の交通問題では、対象とする状況の枠組みは異なるが、これと同様の理論的帰結が得られる。

以下では、このことをより具体的に示そう。我々の問題では、供給側条件に相当するのは、ネットワーク性能（各リンクの交通容量）であり、比較的容易かつ正確に情報を得ることができる。それに対して、需要側条件に相当するのは、OD交通量、利用者の到着時刻選択に関わるスケジュール費用関数 $w(t)$ 、経路選択に関わる交通費用 t 、および時間価値 α である。これらの需要側情報を道路管理者が正確に把握することは容易ではない。

そこで、これらの需要側情報が不完全である場合に、混雑料金制で何が起こるかを考えてみよう。その簡単な例として、道路管理者が、利用者の時間価値を β であると推定し、それは、実際の時間価値 α とは異なっていると仮定しよう。この前提で、道路管理者が(3.4)~(3.11)を解いて得られる課金パターン $\{p^*(t)\}$ は、真の最適な課金パターン $\{p^*(t)\}$ とは異なったものとなる。従っ

て、 $\{p^*(t)\}$ に対応して生じる交通流パターン $\{y^*(t)\}$ では、社会的交通費用は最小化されない。さらに悪いことに、この交通流パターン $\{y^*(t)\}$ では、各リンクでの容量制約も満たされる保証はなく、各リンクで渋滞が発生しうる。結局、誤った課金パターン $\{p^*(t)\}$ では、スケジュール費用と旅行費用の総和が最小化されないだけでなく、渋滞待ち時間による追加的な社会的費用までもが発生することが判る。

一方、通行権取引制では、道路管理者が容量さえ正確に把握していれば、理論上は、上のような経済的損失は発生しない。もちろん、現実には、通行権取引市場で適切な価格が見つからない可能性もある。これは、混雑料金制で誤った料金パターン $\{p^*(t)\}$ を設定することに対応するが、通行権取引制では、“価格の歪み”は、通行権市場のみでの経済的損失に留まり、道路ネットワーク上での渋滞発生とは無関係である。従って、この制度では、混雑料金制で見たような“渋滞待ち時間による追加的な社会的費用”は発生しない。以上の議論は、以下の命題にまとめられる：

命題2：最適配分問題 [P-1] に許容解が存在するネットワークを考え、道路管理者が利用者行動に関して持っている情報が必ずしも完全ではないとする。このとき、動的混雑料金制度によって実現する均衡状態では、通行権取引制度により実現する均衡状態と比べて、大きな社会的交通費用が発生する。

6. おわりに

本稿では、ODペアが単一のネットワークを対象として“ボトルネック通行権取引制度”を考察した。なお、多起点・多終点の場合も同様の考察が得られる²⁾。まず、この制度導入後、利用者の終点到着時刻・経路・通行権選択パターンがどのような状態となるかを表す均衡モデルを提示した。そしてその均衡状態が、社会的交通費用を最小化する最適配分問題の解と一致することを明らかにした。また、従来から交通渋滞解消のための代表的なTDMスキームと考えられてきた混雑料金制と本稿の“ネットワーク通行権取引制”との理論的關係を示した。そして、各制度の実行に必要な情報量および効率性を比較し、後者が前者に対して持つ優位性を明らかにした。なお、紙面の制約上割愛したが、一般ネットワークで *self-financing* 原則が成立することが明らかにされている²⁾。

参考文献

- 1) 赤松隆, 佐藤慎太郎, Nguyen Xuan Long : 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究, 土木学会論文集 D, Vol.62, No.4, pp.605-620, 2006.
- 2) 赤松隆 : 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度, 土木学会論文集(刊行予定), 2007