

タンデムボトルネックにおける通行権取引制度の効率性*

Pareto Improvement Properties of Tradable Permits Systems for Tandem Bottleneck Networks*

吉年正伸**・赤松隆***

By Masanobu YODOSHI**・Takashi AKAMATSU***

1. はじめに

交通渋滞の解決策として、赤松ら¹⁾は、“ボトルネック通行権取引制度”を提案した。これは、道路管理者が特定のボトルネックを特定の時刻に通行できる権利を発行し、利用者が自由にその権利を取引できる制度である。そして、この赤松らの研究によって、単一ボトルネックを想定した上で、制度の特性について以下のことが明らかにされている：(1) ボトルネック容量分の通行権を発行することで、渋滞を完全に解消することができる、(2) 制度導入後の均衡状態において、社会的交通費用を最小化することができる、(3) 制度導入後の均衡状態では、道路管理者、および、すべての利用者のパレート改善を達成することができる。しかし、一般ネットワークを想定した場合において、本制度が、これらの性質を満たすか否かは未解明である。

そこで、本研究では、一般ネットワークにおける解析の第一段階として、タンデムボトルネックのネットワークにおいて、本制度の効率性について解析する。この効率性の基準として、本研究では次の2種類のものを考える。第一に、社会的交通費用を最小化できる、第二に、利用者の交通費用のパレート改善が達成できる、という基準である。この、利用者の交通費用のパレート改善に関する特性を明らかにすることは、一般ネットワークの解析においては困難である。しかし、タンデムボトルネック・ネットワークの解析では、利用者の交通費用を導出することにより、パレート改善に関する特性を明らかにできる。この点において、タンデムボトルネック・ネットワークの解析には、一般ネットワークの解析と比較して意義がある。

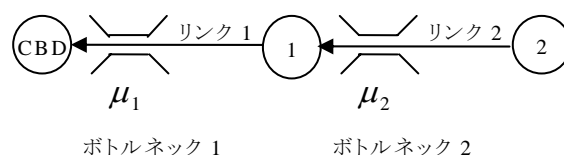


図-1 タンデムボトルネック・ネットワーク

2. 状況設定

(1) 交通ネットワークの設定

本研究では、図-1に示す様なネットワークを考える。このネットワーク上のノード1, 2は、各々、居住地1, 2を表す。このネットワークにおいて、各居住地の通勤者はCBDへ通勤する。居住地1, 2の通勤者数はそれぞれ Q_1, Q_2 とする。また、リンク1, 2の終端には、それぞれ一定容量 μ_1, μ_2 のボトルネック1, 2が存在する。いずれのボトルネックにおいても、交通流は、First-In-First-Out (FIFO) 原則を満たし、発生した待ち行列は、物理的な長さを持たないPoint Queueと仮定する。

(2) 通行権の設定と配分法

道路管理者は、これらのボトルネックそれぞれについて、特定の時刻に通行できる権利（“ボトルネック通行権”）を発行する。ただし、単位時間当たりの通行権発行枚数はそれぞれのボトルネック容量 μ_1, μ_2 に等しいとする。よって、各ボトルネックで渋滞は発生しない。また、道路管理者はボトルネック毎に独立した通行権取引市場を開設する。通勤者は、それぞれ通過するボトルネックにおいて、各自が望む通過時刻の通行権を、取引市場を通じて購入する。各取引市場において、時刻別の通行権は、通勤者間の付け値競争（オークション）により、彼らの支払意思額に基づき、適切な価格体系で通勤者に配分される。

3. 均衡状態の定式化

(1) 制度導入前の均衡状態

各通勤者は、全て均質であると仮定し、通勤費用が

*キーワード: 交通制御, 交通流, ボトルネック混雑

**学生員, 東北大学大学院情報科学研究科

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06
TEL 022-795-7499, FAX 022-795-7500)

***正会員, 東北大学大学院情報科学研究科

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06
TEL 022-795-7507, FAX 022-795-7505)

最小となるように、CBD 到着時刻 s を選択すると考える。すなわち、各通勤者の行動は、

$$\rho_i = \min_s TC_i(s) \quad (i=1,2) \quad (1)$$

と表現される。 $TC_i(s)$ は、時刻 s に CBD に到着する居住地 i ($i=1,2$) の通勤者の通勤費用であり、 ρ_i は均衡通勤費用を表す。また、 $TC_i(s)$ は、

$$TC_i(s) = \sum_{a=1}^i \{w_a(s)\} + d(s) \quad (a=1,2 \quad i=1,2) \quad (2)$$

と表現される。ここで、 $w_a(s)$ は時刻 s に CBD に到着する通勤者の、ボトルネック a ($a=1,2$) での渋滞待ち時間による費用である。 $d(s)$ は、CBD 希望到着時刻 t_w との差によって表されるスケジュール費用であり、以下のように表される。

$$d(s) = \begin{cases} \beta(t_w - s) & \text{if } s \leq t_w \\ \gamma(t_w - s) & \text{if } s \geq t_w \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 β は早着時、 γ は遅着時における単位時間あたりの時間価値を表す。

通勤者は以上のような選択行動を行う。その結果、実現する均衡状態は以下の a) ~ c) で定式化される²⁾。

a) CBD 到着時刻選択の条件

均衡状態では、どの通勤者も CBD 到着時刻を変更する動機を持たない。したがって、居住地 i からのフローが存在する時刻 s における、居住地 i からの通勤者の通勤費用 $TC_i(s)$ は均衡通勤費用 ρ_i に等しく、フローが存在しない場合は ρ_i 以上となる：

$$\begin{cases} TC_i(s) = \rho_i & \text{if } q_i(s) > 0 \\ TC_i(s) \geq \rho_i & \text{if } q_i(s) = 0 \end{cases} \quad (i=1,2) \quad (4)$$

ここで、 $q_i(s)$ は、CBD に時刻 s に到着する居住地 i からの (CBD で測った) 交通流率である。

b) OD 交通量保存

通勤時間帯にわたる交通流の総和は、全通勤者数と一致する：

$$Q_i = \int_s q_i(s) ds \quad (i=1,2) \quad (5)$$

c) 渋滞待ち時間の条件

ボトルネック 1 において、渋滞が発生しているとき、CBD に流入する車両台数は、ボトルネック 1 からの最大流出台数 (ボトルネック容量) に等しく、渋滞が発生していないとき、CBD に流入する車両台数は、最大流出台数以下である：

$$\begin{cases} \mu_1 - (q_1(s) + q_2(s)) = 0 & \text{if } w_1(s) > 0 \\ \mu_1 - (q_1(s) + q_2(s)) \geq 0 & \text{if } w_1(s) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

一方、ボトルネック 2 の渋滞待ち時間の条件は、ボトルネック 1 の渋滞が影響する。ボトルネック 2 の渋滞

待ち時間の条件は、次のように表される (具体的な導出方法は高山ら²⁾ を参照)。

$$\begin{cases} \mu_2(1 - \frac{dw_2(s)}{ds}) - q_2(s) = 0 & \text{if } w_2(s) > 0 \\ \mu_2(1 - \frac{dw_2(s)}{ds}) - q_2(s) \geq 0 & \text{if } w_2(s) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

(2) 制度導入後の均衡状態

制度導入後においても、各通勤者は通勤費用が最小となるように、CBD 到着時刻 s を選択する。ただし、各通勤者は、渋滞待ち時間による費用の代わりに、通行権購入による費用を負担する。よって、 $TC_i(s)$ は、

$$TC_i(s) = \sum_{a=1}^i \{p_a(\tau_a(s))\} + d(s) \quad (a=1,2 \quad i=1,2) \quad (8)$$

と表現される。ここで、 $p_a(\tau_a(s))$ はボトルネック a ($a=1,2$) の通行権価格、 $\tau_a(s)$ はボトルネック a からの流出時刻である。

均衡状態は、式(4)の CBD 到着時刻選択の条件、式(5)の OD 交通量保存の条件の他に、次の通行権取引市場の需給均衡条件から定式化される。ボトルネック a からの流出時刻 $\tau_a(s)$ の通行権を購入し、CBD に時刻 s に到着する通勤者数を $D_a(s)$ とする。通行権に正の価格が付くとき、 $D_a(s)$ (需要量) がボトルネック a の通行権発行枚数 μ_a (供給量) と一致する。一方、通行権価格がゼロのとき、供給過剰となる。これを定式化すると以下のように表される。

$$\begin{cases} \mu_a = D_a(s) & \text{if } p_a(\tau_a(s)) > 0 \\ \mu_a \geq D_a(s) & \text{if } p_a(\tau_a(s)) = 0 \end{cases} \quad (a=1,2) \quad (9)$$

4. 均衡解の導出

前章で定式化した、制度導入前と導入後の均衡条件から、それぞれの均衡解を導出する。それぞれの均衡解は以下の 2 つのパターンに分類される²⁾。

(パターン 1) : 居住地 2 の通勤者が CBD に到着する時間帯が全て、居住地 1 の通勤者が CBD に到着する時間帯に含まれるパターン。

(パターン 2) : 居住地 1 の通勤者が CBD に到着する時間帯が全て、居住地 2 の通勤者が CBD に到着する時間帯に含まれるパターン。

制度導入前のそれぞれのフローパターンにおいて、以下のような特性が明らかになっている²⁾ : (1) パターン 1 では、ボトルネック 2 において必ず渋滞は発生せず、ボトルネック 1 にのみ必ず発生する、(2) パターン 2 では、ボトルネック 2 において必ず渋滞が発生する。また、いずれのフローパターンになるかは、全通勤者数に対する居住地 2 の通勤者数比と、ボトルネック容

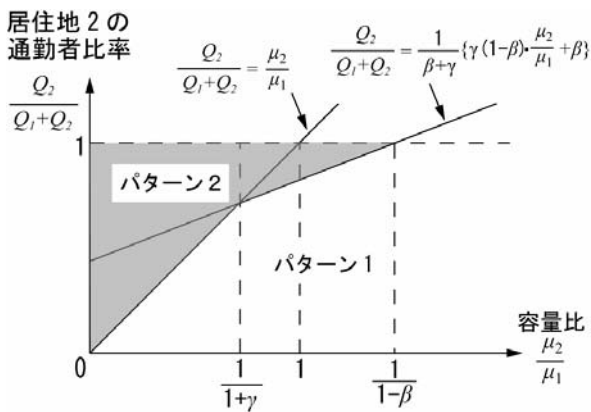


図-2 制度導入前の均衡フローパターン成立領域

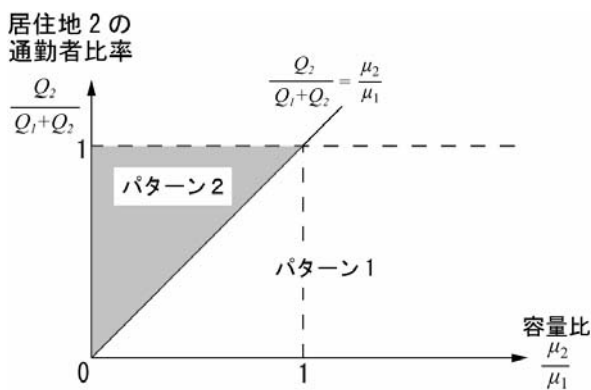


図-3 制度導入後の均衡フローパターン成立領域

量比による外生条件によって決定される。それぞれのフローパターンが成立する領域を図示すると、図-2のようになる。

一方、制度導入後は、本研究における解析の結果、それぞれのフローパターンにおいて、以下のような特性が明らかになった：(1)パターン1では、ボトルネック2に通行権は発行する必要は無く、ボトルネック1にのみ必ず発行する必要がある、(2)パターン2では、ボトルネック2に必ず通行権を発行する必要がある。また、制度導入後における、各フローパターンの、外生条件による成立領域を図示すると、図-3のようになる。

5. 制度導入によるパレート改善

制度導入前と導入後の均衡状態を比較すると、通行権販売収入を通勤者に還元しない場合に限り、パレート改善が達成できない場合が存在することが明らかになった。具体的には、居住地1の通勤者の均衡通勤費用が制度導入により悪化する場合が存在する。このことが起こる領域は、縦軸に全通勤者数に対する居住地2の通勤者数比、横軸にボトルネック容量比をとると、

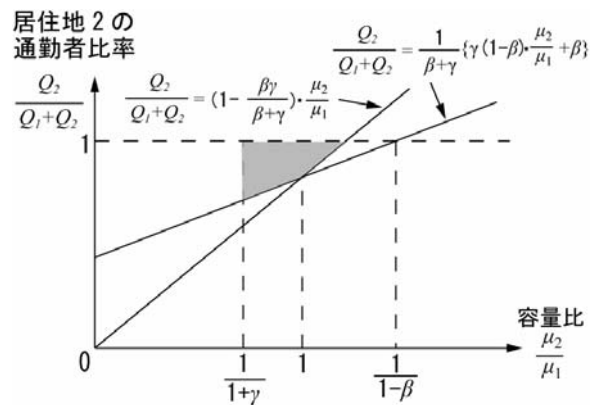


図-4 パレート改善が達成されない領域

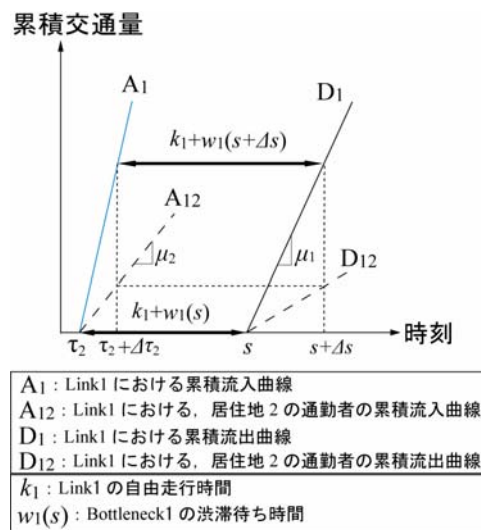


図-5 リンク1に関する累積図

図-4の着色した領域で示される。

パレート改善が達成できないのは、次に述べるようなことが原因である。制度導入前は、居住地2の通勤者にとって、居住地1の通勤者の存在がボトルネック1の渋滞を増大させる要因となる。そして、ボトルネック1の渋滞が居住地2の通勤者に影響を与える。その影響とは、居住地2の通勤者のCBD到着時における交通流率が、ボトルネック2からの流出時における交通流率以下となっていることである(図-5参照)。しかし、制度導入により、ボトルネック1の渋滞が解消するため、この影響が無くなる。つまり、居住地2の通勤者のCBD到着時における交通流率は、ボトルネック2からの流出時における交通流率と等しくなる。これにより、居住地1の通勤者のCBD到着時における交通流率は、制度導入前のそれ以下になってしまう。以上のようなことが起きるため、パレート改善が達成できない。

ただし、パレート改善が達成できない場合が存在するのは、通行権販売収入を通勤者に還元しない場合のみである。通行権販売収入を通勤者に還元する場合は、後の6章で詳しく述べる。

6. 制度導入による資源配分の効率性

(1) 制度導入による総交通費用最小化

資源配分の効率性を確認する方法として、住宅立地均衡配分問題を扱ったHerbert-Stevens(HS)モデルがある³⁾。このHSモデルのアプローチを用いると、図-1のネットワークにおいて、制度導入により社会的最適状態が達成できることが確認できる。

まず、各居住地の通勤者ごとに目標効用水準 u_i ($i=1,2$)を設定する。この効用水準を通勤者が達成するために必要な合成財消費量 $Z_i(u_i)$ ($i=1,2$)は効用関数 $U_i(Z_i)$ ($i=1,2$)の逆関数により与えられる。目標効用水準 u_i に対する社会的余剰 S を次のように定義する。

$$S \equiv \sum_{i=1}^2 \int_s [Y_i - Z_i(u_i) - d(s)] \cdot q_i(s) ds \quad (10)$$

ここで、 Y_i は居住地 i の通勤者の所得である。この S を最大化する交通流配分パターン $q_i^*(u_i)$ を目標効用水準 u_i に対する社会的に最適な通行権配分と考える。この最大化問題を解くにあたり、居住地 i の通勤者の所得 Y_i 、合成財消費量 $Z_i(u_i)$ は定数である。したがって、この最大化問題を解くことは、各居住地の通勤者のスケジュール費用の総和(=総交通費用)：

$$TS \equiv \sum_{i=1}^2 \int_s d(s) \cdot q_i(s) ds \quad (11)$$

の最小化問題を解くことと等価である。この最小化問題を定式化すると以下のように表される。

$$\min_{\{q_1(s), q_2(s)\}} TS \quad (12a)$$

$$s.t. \quad \mu_a \geq D_a(s) \quad (a=1,2) \quad (12b)$$

$$Q_i = \int_s q_i(s) ds \quad (i=1,2) \quad (12c)$$

ここで、 $D_a(s)$ はボトルネック a を通過し、CBDに時刻 s に到着する通勤者数である。

式(12a)の最小化問題の必要十分条件を書き下すと、制度導入時の均衡条件と等価であることが確認できる。これより、総交通費用を最小化できるという意味で、制度導入により、社会経済的に効率的な状態を達成できる。

(2) 通行権販売収入還元によるパレート改善

通行権販売収入を通勤者に還元する場合は、適切な還元方法により、通勤費用のパレート改善が達成できる。その還元方法として、ボトルネック容量の増強に充てることが挙げられる。この方法を考えるにあたり、以下の最適容量増強問題を解く。道路管理者は通勤者の交通費用の総和およびボトルネック容量増強費用からなる社会的費用 SC を最小化するよう最適増強容量

$\Delta\mu_a^*$ ($a=1,2$)を決定する。ただし、議論を煩雑にしないために、容量増強投資は一回のみで、通勤者の総数は一定であると仮定する。制度導入後の均衡状態では、渋滞が発生しないので、総交通費用は総スケジュール費用 TS に等しい。したがって、社会的費用を最小化する増強容量選択問題は、

$$\min_{\Delta\mu_1, \Delta\mu_2} SC = TS(\mu_1 + \Delta\mu_1, \mu_2 + \Delta\mu_2) + \sum_{a=1}^2 K_a(\Delta\mu_a) \quad (13)$$

である。ここで、容量増強費用 K_a ($a=1,2$)を増強容量 $\Delta\mu_a$ について1次同次の関数と仮定している。この問題を解いて得られた最適増強容量 $\Delta\mu_a^*$ を用いて、それぞれの居住地の通勤者の均衡通勤費用を求める。これを制度導入前の均衡通勤費用と比較する。

より具体的に見ると以下のようなものである。制度導入後にパターン1となる場合を例にとる。この場合は、ボトルネック1からのみ通行権販売収入が得られ、全ての収入をボトルネック1の容量増強費用に充てる。式(13)の最適化問題を解くと、以下のような最適増強容量 $\Delta\mu_1^*$ が得られる。

$$\Delta\mu_1^* = \sqrt{\frac{\beta\gamma}{2(\beta+\gamma)m}} \cdot (Q_1 + Q_2) - \mu_1 \quad (14)$$

ただし、 m は容量増強費用と増強容量の関係を表すパラメータで、

$$K_1 = m \cdot \Delta\mu_1 \quad (15)$$

を満たすとす。このとき、 m がある一定値より小さいとき、通勤費用のパレート改善が達成できることが分かる。

7. おわりに

タンデムボトルネック・ネットワークにおける、通行権取引制度の特性について、次のことが明らかになった：

- (1) 制度導入により、総交通費用最小化の意味で、効率的な状態が達成できる。
- (2) 通勤費用のパレート改善は、通行権販売収入を通勤者に還元しないとき、達成できない場合が存在する。還元する場合、ボトルネック容量増強のために投資する方法を考えると、パレート改善が達成できる。

参考文献

- 1) 赤松隆, 佐藤慎太郎, Nguyen, X.L: “時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究” 土木学会論文集, 2006.
- 2) 高山雄貴, 赤松隆: “ボトルネック渋滞を考慮した住居立地均衡モデル - 時間軸の縮約可能性について - ” 土木学会論文集, 2005 (投稿中) .
- 3) Fujita, M. “Urban Economic Theory,” Cambridge University press, 1989.