

高速転換率内生型時間帯別確率的利用者均衡配分モデルによる経路の時間分散特性評価 Time of Day Stochastic User Equilibrium Assignment Including Expressways*

神戸靖芳**・藤田素弘***・河村陽平****

By Yasuyoshi Kanbe **・Motohiro Fujita ***・Youhei kawamura****

1. はじめに

都市圏の道路網における交通需要予測を行う場合には高速道路等の有料道路を考慮する必要がある．高速道路を有する道路網を対象とした高速道路転換率を内生化した交通量配分モデルの中で，近年利用者均衡配分が開発されてきており，その発展型モデルとして確率的均衡配分モデルが存在する¹⁾．このモデルの利点としては，不完全情報下における経路選択のランダム性を考慮できること，及び経路の分散特性を分析できることが挙げられる．

また費用対効果の面からも，より効率的な交通計画を行うため，特定時間帯(朝のピーク時間帯等)への適用が可能な時間帯別の利用者均衡モデルが開発され，その有効性がすでに示されている²⁾．

しかし，これらを統合したモデルは未だ開発されていない．そこで本研究では，確率的利用者均衡配分に，高速道路を含むネットワークにも対応し，かつ特定時間帯を対象とする時間帯別の概念を組み込んだ高速道路転換率内生型時間帯別確率的利用者均衡配分モデルを開発する．ここでは，内生化される高速転換率関数で利用するコストについて，期待最小コストによる基本モデルを示した後，平均コストによるモデルを示す．これらのモデルを実ネットワークに適用し，高速転換率関数が経路選択の分散パラメータの影響をうけない平均コストモデルを主に用いて，時間帯別の高速利用経路と一般道利用経路の経路分散特性について考察する．

2. 前提条件

本研究では，確率的選択モデルとして次章(a)のように比較的計算が容易で汎用性の高いロジット型の経路選択モデルを用いる．

* キーワード：配分交通、ネットワーク交通流

** 学生員、名古屋工業大学大学院都市循環システム工学専攻(愛知県名古屋市昭和区御器所町、Tel&Fax052-735-5492)

*** 正員、工博、名古屋工業大学大学院都市循環システム工学専攻

**** 修(工)、静岡市役所

また，時間帯別配分においては各時間帯の終端時刻に残留交通量が必ず発生する．発生した残留交通量の分布は，OD 間の経路上において三角形分布になり，これを経路上で平均的に処理する OD 修正法が一般的に用いられる．そこで，本研究では OD 修正法において期待最小コストを用いることで残留交通量を処理している(b)．

そして，高速道路と一般道路の転換率式に関しては，一般道路のみの道路網による最短経路と，高速道路を含めた道路網による最短経路を，それぞれ一般道利用経路と高速道利用経路と定義し，2 項ロジットモデルで与える(c)．

3. 基本モデルの定式化

前節のような前提条件を持ち，期待最小コストによる高速道路転換率を内生化した時間帯別の確率的均衡配分モデルは，以下の均衡条件全てを満足する状態として定式化される．

(a). 経路選択モデル

$$f_{rs}^{en} = \frac{\exp[-\mu_{en} \cdot C_{rsk}^{en}]}{\sum \exp[-\mu_{en} \cdot C_{rsk}^{en}]} \cdot Q_{rs}^{en} \quad (1)$$

$$f_{rs}^{an} = \frac{\exp[-\mu_{an} \cdot C_{rsk}^{an}]}{\sum \exp[-\mu_{an} \cdot C_{rsk}^{an}]} \cdot Q_{rs}^{an} \quad (2)$$

(b). 残留交通量の処理式

$$g_{rs}^n = q_{rs}^{n-1} + G_{rs}^n - \frac{\overline{S_{rs}^n}}{2T_w} G_{rs}^n \quad (3)$$

(c). 高速道路転換率式

$$Q_{rs}^{en} = \frac{1}{\exp[-\theta \cdot (S_{rs}^{an} - S_{rs}^{en}) + \varphi] + 1} \cdot g_{rs}^n \quad (4)$$

$$S_{rs}^{en} = -\frac{1}{\mu^e} \ln \sum \exp[-\mu^e \cdot C_{rs}^{en}] \quad (5)$$

$$S_{rs}^{an} = -\frac{1}{\mu^a} \ln \sum \exp[-\mu^a \cdot C_{rs}^{an}] \quad (6)$$

(d). 交通フローの保存則

$$\sum_{k \in K_{rs}} f_{rsk}^{an} - Q_{rs}^{an} = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K_{rs}} f_{rsk}^{en} - Q_{rs}^{en} = 0 \quad (8)$$

$$x_a = \sum_{k \in K_{rs}} \sum_{rs \in \Omega} (\delta_{a,k}^{enrs} f_{rsk}^{en} + \delta_{a,k}^{anrs} f_{rsk}^{an}) \quad (9)$$

$$Q_{rs}^{an} + Q_{rs}^{en} = g_{rs}^n \quad (10)$$

$$f_{rsk}^{en} \geq 0, f_{rsk}^{an} \geq 0, Q_{rs}^{en} \geq 0, Q_{rs}^{an} \geq 0, g_{rs}^n \geq 0 \quad (11)$$

ここで,

x_a^n : n 時間帯リンク a のリンク交通量

C_{rsk}^{en} : 高速道路の一般化所要時間(料金抵抗含む)

C_{rsk}^{an} : 一般道の所要時間

Q_{rs}^{en} : n 時間帯 OD ペア rs 間の高速道路の OD 交通量

Q_{rs}^{an} : n 時間帯 OD ペア rs 間の一般道路の OD 交通量

f_{rsk}^{en} : Q_{rs}^{en} に対する経路 k の経路交通量

f_{rsk}^{an} : Q_{rs}^{an} に対する経路 k の経路交通量

$\overline{S_{rs}^n}$: 全ネットワークにおける平均期待最小コスト
(料金抵抗含まず)

S_{rs}^{en} : 高速道利用経路の期待最小一般化コスト

S_{rs}^{an} : 一般道利用経路の期待最小コスト

g_{rs}^n : n 時間帯 OD ペア rs 間での残留交通量修正後の OD 交通量

G_{rs}^n : n 時間帯 OD ペア rs 間での OD 交通量

q_{rs}^{n-1} : n-1 時間帯で修正された残留交通量
(n 時間帯において定数)

T_w : 時間帯幅

$\delta_{a,k}^{enrs}, \delta_{a,k}^{anrs}$: {1: リンク a が(e; 高速道路を含む, a; 一般道路のみ)経路 k に含まれるとき, 0: そうでないとき}

$\theta_{rs}, \varphi_{rs}, \mu_{en}, \mu_{an}$: パラメータ

以上を踏まえて本モデルを式(12)のように定式化する.

$$\begin{aligned} \min. Z = & \sum_{rs} \int_0^{x_2} t_a(w) dw \\ & - \frac{1}{\mu_{en}} \sum_{rs} Q_{rs}^{en} \cdot H_{rs}^{en}(f_{rs}) - \frac{1}{\mu_{an}} \sum_{rs} Q_{rs}^{an} \cdot H_{rs}^{an}(f_{rs}) \\ & + \frac{1}{\theta} \sum_{rs} Q_{rs}^{en} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^n} \right) + \varphi_{rs} \right\} + \frac{1}{\theta} \sum_{rs} Q_{rs}^{an} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{Q_{rs}^{an}}{g_{rs}^n} \right) \right\} \\ & - \frac{1}{b} \int_0^{g_{rs}^n} \frac{2T_w}{G_{rs}^n} \cdot (g_{rs}^{n-1} + G_{rs}^n - z - \frac{G_{rs}^n}{2T_w} a) dz \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{ここで, } H_{rs}^{en} = - \sum_k \frac{f_{rsk}^{en}}{g_{rs}^n} \ln \frac{f_{rsk}^{en}}{g_{rs}^n} \quad (13)$$

$$H_{rs}^{an} = - \sum_k \frac{f_{rsk}^{an}}{g_{rs}^n} \ln \frac{f_{rsk}^{an}}{g_{rs}^n} \quad (14)$$

制約条件: 交通フローの保存条件{式(7)~(11)}

a, b : 平均化所要時間パラメータ

本研究で設定したパラメータ a, b は, Kuhn-Tucker 条件から, n 時間帯の残留交通量修正後の OD 交通量を与える関係式(3)に含まれる S_{rs}^n に関するものであり, 式(15), (16)を満たすものである.

$$\overline{S_{rs}^n} = a + S_{rs}^n b \quad (15)$$

$$S_{rs}^n = - \frac{1}{\theta} \ln \{ \exp[-\theta S_{rs}^{en} - \varphi_{rs}] + \exp[-\theta S_{rs}^{an}] \} \quad (16)$$

$\overline{S_{rs}^n}$: 高速道路の期待最小コスト(料金抵抗含まず)と一般道路の期待最小コストを各 OD 交通量で加重平均した平均期待最小コスト

S_{rs}^n : 高速道路転換率式から得られる一般道利用経路の期待最小コストと高速道利用経路の一般化期待最小コストとの期待最小値

ここで, 残留交通量は時間のみに依存する量であるので, $\overline{S_{rs}^n}$ は料金抵抗を含まない値として設定しなければならない. つまり a, b は料金抵抗を含む S_{rs}^n から料金抵抗の影響を除いた平均期待最小コストと近似するように設定する. そこで式(15), (16)を連立して a, b を求めていくが 本研究ではパラメータ $b=1$ と一意的に設定する. そうすることでパラメータ a は式(17)のように転換率パラメータと料金コストを変数とした値として表され, n 時間帯 OD ペア rs 間の高速道路利用割合 Q_{rs}^{en}/g_{rs}^n が定めれば, 決定できる.

$$\begin{aligned} a = & - \frac{1}{\theta} \cdot \frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^n} \left(\ln \frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^n - Q_{rs}^{en}} + \varphi \right) \\ & - \frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^n} \cdot C_{rs}^d + \frac{1}{\theta} \cdot \ln \left(\frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^n - Q_{rs}^{en}} + 1 \right) \end{aligned} \quad (17)$$

4. 平均コスト内生型時間帯別確率的均衡モデル

上記のモデルは高速道路転換率式として一般道路・高速道路それぞれの経路所要時間の期待最小コストを関数とする 2 項ロジットモデルを用いた.

しかし, 期待最小コストは一般道経路と高速道経路の

各分散パラメータによって大きく変動し、一般に平均コストで与えられている高速転換率関数にそのまま導入すると誤差が大きくなる。本研究では分散パラメータを様々に変化させて、探索に一般道と高速道の経路の分散特性を知ることとを目的としていることから、平均コストによってモデルを開発する。

そこで、高速転換率を与える式として式(13), (14)に示す経路所要時間を関数とした2項ロジットモデルを用いる。ここで、OD間の一般道路利用および高速道路利用経路の所要時間は経路ごとに異なるため、利用される経路の平均コストを用いる。

平均コストを用いる場合、数理最適化問題に定式化できないため一般的な計算手法は適用できない。そこで、期待最小コストを用いたモデルの最適化問題である式(4)に、期待最小コストを平均コストに近似する変数 ξ を組み込み、それを補助問題として解法に利用することで、均衡解を得る。変数 ξ は定数のため、計算上他の項に影響は与えない。

補助問題として、以下の式(18)を与える。

$$\begin{aligned} \min. Z = & \sum_{rs} \int_0^{x_a} t_a(w) dw \\ & - \frac{1}{\mu^{en}} \sum_{rs} Q_{rs}^{en} \cdot H_{rs}^{en}(f_{rs}) - \frac{1}{\mu^{an}} \sum_{rs} Q_{rs}^{an} \cdot H_{rs}^{an}(f_{rs}) \\ & + \frac{1}{\theta} \sum_{rs} Q_{rs}^{en} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^{en}} \right) + \varphi_{rs} + \theta_{rs} \xi_{rs} \right\} + \frac{1}{\theta} \sum_{rs} Q_{rs}^{an} \cdot \left\{ \ln \left(\frac{Q_{rs}^{an}}{g_{rs}^{an}} \right) \right\} \\ & - \frac{1}{b} \int_0^{g_{rs}^{en}} \frac{2T_w}{G_{rs}^{en}} \cdot (g_{rs}^{en-1} + G_{rs}^{en} - z - \frac{G_{rs}^{en}}{2T_w} a) dz \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{ここで, } H_{rs}^{en} = - \sum_k \frac{f_{rsk}^{en}}{g_{rs}^{en}} \ln \frac{f_{rsk}^{en}}{g_{rs}^{en}} \quad (19)$$

$$H_{rs}^{an} = - \sum_k \frac{f_{rsk}^{an}}{g_{rs}^{an}} \ln \frac{f_{rsk}^{an}}{g_{rs}^{an}} \quad (20)$$

制約条件：交通フローの保存条件{式(7)~(11)}

次に Lagrange 関数の Q_{rs}^{an} , Q_{rs}^{en} に関する Kuhn-Tucker 条件より、次式(21)のような最適性条件が得られる。

$$Q_{rs}^{en} = \frac{1}{\exp[-\theta \cdot (S_{rs}^{an} - S_{rs}^{en} - \xi_{rs}^{en}) + \varphi]} \cdot g_{rs}^{en} \quad (21)$$

$$\xi_{rs}^{en} = (S_{rs}^{an} - S_{rs}^{en}) - (\bar{C}_{rs}^{an} - \bar{C}_{rs}^{en}) \quad (22)$$

$\bar{C}_{rs}^{en}$: 高速道路の平均化所要時間

$\bar{C}_{rs}^{an}$: 一般道路の平均化所要時間

なお、残留交通量修正のためのパラメータ a, b については、前節と同様に b=1 とし、a については、 ξ_{rs}^{en} の影響を受けて式(23)のように表される。

$$\begin{aligned} a = & - \frac{1}{\theta} \cdot \frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^{en}} \left(\ln \frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^{an} - Q_{rs}^{en}} + \varphi \right) \\ & - \frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^{en}} \cdot C_{rs}^d + \frac{1}{\theta} \cdot \ln \left(\frac{Q_{rs}^{en}}{g_{rs}^{en} - Q_{rs}^{en}} + 1 \right) - \xi_{rs}^{en} \end{aligned} \quad (23)$$

5. 名古屋圏道路ネットワーク

配分対象は図-1 に示すような名古屋都市圏の実規模ネットワークであり、高速道路を含むノード数 1241、セントロイド数 279、往復別リンク数 4209 で構成されている。配分計算に使用する OD 間交通量データは、「平成 3 年度中京都市圏パーソントリップ調査」を一部補正したものをを用い、時間幅は 2 時間として、対象時間は交通計画において最も重要視される朝のピーク時間帯(7, 8 時台)と、さらにピーク時間帯との比較を行うためオフピーク時間帯(9, 10 時台)を設定した。



図-1 名古屋圏道路ネットワーク

6. 配分結果

平均コストを用いた配分計算について、高速道路と一般道路の分散パラメータをそれぞれ変化させて実証分析を行った。その結果、全体として精度が良かったものとして、高速分散パラメータが 7, 8 時台では $\mu_e = 90$ 、9, 10 時台で $\mu_e = \infty$ の結果を表-2, 3 に示す。

表-2 より、朝のピーク時間帯(7, 8 時台)では分散パラメータを一般道 $\mu_a = 10$ 、高速道 $\mu_e = 90$ とした結果が最も高い精度が得られている。この結果から、朝のピーク時間帯において、高速道路利用は、経路選択肢自体が少ないため経路選択行動は確定的となり、一般道路に関しては、経路選択肢が多岐にわたり渋滞の影響を受けるため、経路選択行動は高速道路に比べ確率的に扱った方がよいことがわかる。

またオフピーク時間帯(9,10 時台)では, 表-3 より分散パラメータを $\mu_a = \infty$, $\mu_e = \infty$ とした結果が最も高い精度が得られている. この結果からオフピーク時間帯においては, 高速道路, 一般道路共に, ほぼ確定的に最短経路への経路選択が行われていることが示された. 次に, 期待最小コストを用いた配分結果について比較するため, ピーク時の $\mu_e = 90$ の結果を表-4 に示す.

表-2 平均コストを用いた配分結果

[7,8 時台] 高速道路分散パラメータ $\mu_e = 90$

一般道路 分散パラメータ	RMS 誤差		
	高速道路	一般道路	合計
10	501.1	1358.1	1859.2
30	508.2	1446.9	1955.1
60	506.3	1380.0	1886.3
90	512.5	1450.1	1962.6
∞ (確定的)	504.5	1366.0	1870.5

表-3 平均コストを用いた配分結果

[9,10 時台] 高速道路分散パラメータ $\mu_e = \infty$

一般道路 分散パラメータ	RMS 誤差		
	高速道路	一般道路	合計
10	489.7	914.4	1404.1
30	481.6	919.8	1401.4
60	484.1	931.8	1415.9
90	483.9	905.5	1389.4
∞ (確定的)	479.5	905.0	1384.5

表-4 期待最小コストを用いた配分結果

[7,8 時台] 高速道路分散パラメータ $\mu_e = 90$

一般道路 分散パラメータ	RMS 誤差		
	高速道路	一般道路	合計
10	714.8	1565.3	2280.1
30	529.4	1492.2	2021.6
60	515.5	1408.7	1924.1
90	506.5	1438.5	1945.1
∞ (確定的)	507.4	1469.6	1977.0

期待最小コストのモデルでは, 平均コストモデルで最も精度が高かった $\mu_a = 10$, $\mu_e = 90$ において最も誤差が大きくなった. これは, 分散パラメータが小さくなると, 期待最小コストが平均コストに比較してかなり小さくなることから, $\mu_e = 90$ の高速利用経路と, $\mu_a = 10$ の一般道利用経路のコスト差が実際の平均コストの差よりも非常に大きくなり, 結果として一般道が実際以上に流れやすくなって誤差が大きくなったといえる. この傾向は高速道適合度(図-2, 図-3)を比較しても分かり, 平均コストを利用するモデルは分散パラメータにかかわらず, 安定した結果を出すことができる.

高速道路適合比較(平均コスト)
高速道路パラメータ 90, 一般道路パラメータ 10

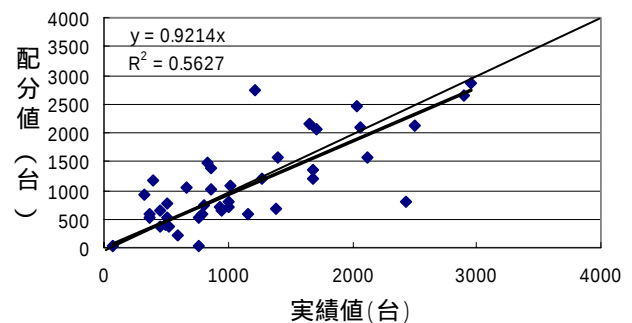


図-2 平均コストを用いた配分結果(7,8 時台)

高速道路適合比較(期待最小コスト)
高速道路パラメータ 90, 一般道路パラメータ 10

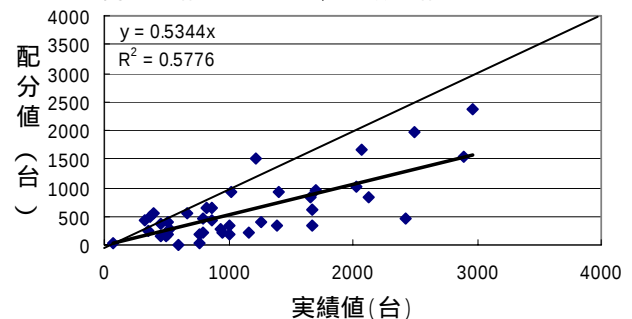


図-3 期待最小コストを用いた配分結果(7,8 時台)

平均コストを利用するモデルは, 最適化問題として定式化できないなど課題もあるが, 本モデルのように, 一般道・高速道での最適な分散パラメータを探索的に調べる場合には, 有効であると思われる.

7. おわりに

本研究では, 平均コストと期待最小コストを用いて時間帯別確率的均衡配分モデルを構築し, 経路の時間分散特性評価を行った. その結果, 分散パラメータから判断するとピーク時では高速道の経路選択行動は確定的となり, 一般道に関しては, 渋滞の影響を受けるため, 経路選択は確率的となる. また, オフピーク時においては, 高速道路, 一般道路共に確定的な経路選択となることがわかった.

<参考文献>

- 1) 藤田素弘, 雲林院康宏, 松井寛: 高速道路を考慮した時間帯別均衡配分モデルの拡張に関する研究, 土木計画学研究・論文集 pp563-572, 2001
- 2) 雲林院康宏, 藤田素弘, 松井寛: 高速道路転換率モデルを組み込んだ確率的均衡配分の実用化, 土木情報利用技術論文集 Vol.12, pp123-131, 2003