観測地点が少ない交通量変動データを用いた道路ネットワークの時間信頼性指標の近似計算法*

An approximate calculation method of travel time reliability indices on transpoirtation networks using a small set of observed traffic valume data

中山 晶一朗**・長尾一輝***・高山純一****

By Shoichiro NAKAYAMA, Kazuki NAGAO, and Jun-ichi TAKAYAMA

1. はじめに

経済・社会活動の高度化とともに，道路交通サービスの質的な向上が求められている．自然災害，事故などによる通行止めや大幅な遅延だけでなく，需要の変動を原因とする旅行時間の不確実性を適切なデータに基づいて分析・評価し，道路利用者に情報を提供することや交通政策や交通管理，そして交通計画に生かすことは，道路交通サービスを供給する側にとってとりわけ重要な課題である．

密に交通量観測器が設置されている高速道路などを除いて，交通量もしくは旅行時間の豊富なデータを用いることができる地域は限られていると考えられる．本研究では，少数地点の交通量（変動）データおよび配分モデルを用いて，道路ネットワークの信頼性指標を計算する方法を提案する．

2. 確率的な交通量

(1) 利用者行動に関する仮定

OD ペア i ($i = 1, 2,\ldots, I$) の潜在的な交通需要（トリップを行う可能性のある人の総数）を n_i とする．各人は確率的に経路を選択することはなく，確定的に経路を選択するとする．よって，その OD ペアの潜在的な道路利用者は，各自どの経路を選択するのかをあらかじめ決めているとみなせる．OD ペア i について，経路 j (j = 1, 2,…, J_i) を選択する潜在的な人数を n_{ij} とすると，$n_i = \Sigma_j\, n_{ij}$ となる．このように潜在交通需要は OD ペアごとに選択可能な全経路の潜在的選択者数の和となる．

本研究では，経路選択とは，n_{ij} が決定することと同じことになる．経路選択は毎日行われるものというより，長期的な均衡状態での習慣的に走行する経路を形成することと解釈できる．道路利用者は，各自習慣的に同じ経路のみを走行し，トリップの有無のみ，外生的な要因から決定する．よって，経路交通量は互いに独立であり，2 経路のみの単純なネットワークであっても経路交通量の共分散は 0 である．これは，全員が習慣的にトリップを行うなら，毎回同じ経路選択するためである．

OD や経路にかかわらず各人がトリップを行う確率を p と仮定すると，（OD ペア i の経路 j の）実際に発生する経路交通量は（経路間で）独立な二項分布 $\mathrm{Bn}[n_{ij}, p]$ に従う．その平均と分散はそれぞれ $n_{ij}\,p$ と $n_{ij}\,p\,(1-p)$ である．なお，経路間で経路交通量は独立であるが，これはリンク交通量が互いに独立であることを意味してはいない．潜在的な経路選択者数 n_{ij} が十分に大きい場合，二項分布に従う経路交通量は正規分布で近似できる．よって，本研究では，各経路交通量は正規分布に従うと仮定する．OD ペア i の経路 j の経路交通量は平均と分散がそれぞれ $n_{ij}\,p$ と $n_{ij}\,p\,(1-p)$ の正規分布 $\mathrm{N}[n_{ij}\,p,\ n_{ij}\,p\,(1-p)]$ に従う．ここで，経路の平均交通量 $n_{ij}\,p$ を μ_{ij} とし，$1-p$ を η と記載することにすると，経路交通量の分散 σ_{ij}^2 は $\eta\,\mu_{ij}$ となり，経路交通量の従う確率分布は $\mathrm{N}[\mu_{ij},\ \eta\,\mu_{ij}]$ と表記できる．OD ペア i の経路 j の経路交通量の分散に関して，本来ならば $\eta = 1-p$ $(0 \le p \le 1)$ であるため，$0 \le \eta \le 1$ となる．しかし，このような制約があると，実際のネットワークに適用する際，経路交通量の分散に制約を課すことになり，交通量の分散が大きい場合問題が生じることが考えられる．本研究は現実ネットワークへの適用可能なモデルの構築を目的としているため，$\eta > 0$ と η の定義域を拡張することにする．なお，$\eta = 0$ の場合は交通量が発生しないため，除外している．田中ら[2)]は首都高速道路の OD 交通量の変動を測定し，OD 交通量の分散はその平均に比例することを示している（$\eta = 16$ であった）．

以上より，本研究では，OD ペア i の経路 j の経路交通量は以下の正規分布に従うとする．

$$X_{ij} \sim \mathrm{N}[\mu_{ij},\ \eta\,\mu_{ij}] \tag{1}$$

$$f_{X_{ij}}(x_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta\,\mu_{ij}}}\exp\left[\frac{(x_{ij}-\mu_{ij})^2}{2\eta\,\mu_{ij}}\right] \tag{2}$$

ここで，$f_{X_{ij}}(x_{ij})$ は X_{ij} の確率密度関数，X_{ij} は OD ペア i の経路 j の経路交通量の確率変数，x_{ij} はその実現値である．

*キーワーズ：旅行時間信頼性、交通量変動

**正員、博（工）、金沢大学大学院自然科学研究科
（金沢市角間町、
e-mail: snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp）

***正員、工修、オリエンタルコンサルタンツ東北支社
（宮城県仙台市若林区土樋 104 OC 仙台ビル、
e-mail: nagao-kz@oriconsul.co.jp）

****フェロー、工博、金沢大学大学院自然科学研究科
（金沢市角間町、
e-mail: takayama@t.kanazawa-u.ac.jp）

OD ペア i の OD 交通量を確率変数 N_i とし，その平均と分散をそれぞれ μ_i, σ_i^2 とする．一般に独立な正規分布に従う変数の和は正規分布に従うため，経路交通量の和である OD 交通量も正規分布に従う．したがって，OD ペア i の OD 交通量は正規分布 N[μ_i, σ_i^2] に従う．経路交通量と OD 交通量の間には，次式が示すような（確率変数としての）フロー保存則が成立する．

$$N_i = \sum_{j=1}^{J_i} X_{ij} \qquad \forall i \tag{3}$$

$$\mu_i = \sum_{j=1}^{J_i} \mu_{ij}\,,\ \ \sigma_i^{\,2} = \sum_{j=1}^{J_i} \sigma_{ij}^{\,2} \qquad \forall i \tag{4}$$

式 (3) の OD 交通量の保存は，確率的に成立するものであり，個々の（日々の）実現値に関しては，OD 交通量は変動し，実現値では保存則は成立するとは限らない．このように OD 交通量は確率的に変動するため，経路交通量は，例え経路が 2 つのみであっても独立となることに問題は生じない．

(2) リンク交通量

リンク a (a = 1, 2,…, A) の（リンク）交通量の確率変数 X_a は経路交通量の確率変数 X_{ij} の和として，次式のように表される．

$$X_a = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij}\, X_{ij} \tag{5}$$

ただし，$\delta_{a,ij}$ はリンクと経路の接続変数であり，リンク a が OD ペア i の経路 j に含まれている場合は 1 であり，含まれていない場合は 0 になる変数である．リンク交通量の正規分布の平均と分散をそれぞれ μ_a, σ_a^2 とする．また，（全ての）リンク交通量の確率変数のベクトルを $\mathbf{X}_{\mathrm{A}} = (X_1,\ldots, X_A)^{\mathrm{T}}$ とする．但し，T は転置を表す．

経路交通量は独立な正規分布に従っているため，その和であるリンク交通量も正規分布の再生性により正規分布となる．リンク a の交通量の平均及び分散は以下の通りとなる．

$$\mu_a = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij}\, \mu_{ij} \tag{6}$$

$$\sigma_a^{\,2} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij}\, \sigma_{ij}^{\,2} = \eta \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij}\, \mu_{ij} = \eta\, \mu_a \tag{7}$$

ここで，リンク交通量の平均のベクトルを $\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}} = (\mu_1,\ldots, \mu_A)^{\mathrm{T}}$ とする．

既に述べたように，経路交通量は独立な正規分布に従うと仮定したため，その和であるリンク交通量も正規分布に従う．しかしながら，リンク交通量は必ずしもそれぞれが独立であるとは限らない．隣接するリンクでは共通に通過する経路交通量が多いため，一方のリンク交通量が多ければその隣接リンクの交通量も多くなる．

リンク交通量（間）の共分散を求めるために，**図-1** のようにリンク a とリンク a' を通る交通量を分解する．リンク a とリンク a' の両方を通る交通量を $x_{aa'}$ とし，その確率変数を $X_{aa'}$ とする．リンク a は通るが，リンク a' は通らない交通量を $y_{aa'}$ とし，その確率変数を $Y_{aa'}$ とする．逆にリンク a' は通るが，リンク a は通らない交通量を $z_{aa'}$ とし，その確率変数を $Z_{aa'}$ とする．経路交通量は独立であり，$X_{aa'}$, $Y_{aa'}$, $Z_{aa'}$ には共通して含まれる経路交通量はないため，$X_{aa'}$, $Y_{aa'}$, $Z_{aa'}$ はそれぞれ独立な正規分布である．したがって，Cov[X_a, $X_{a'}$] = Cov[$X_{aa'}$ + $Y_{aa'}$, $X_{aa'}$ + $Z_{aa'}$] = Var[$X_{aa'}$] となる．ここで，Cov[·,·], Var[·] はそれぞれ共分散，分散を算出する演算子である．このようにリンク間の交通量は必ずしも独立ではない．ここで，リンク a とリンク a' の交通量の共分散を $\sigma_{aa'}$ (= Cov[X_a, $X_{a'}$]) とする．なお，既に述べたようにリンク a の交通量の分散は σ_a^2 = Var[X_a] = $\eta\,\mu_a$ である．σ_a^2 および $\sigma_{aa'}$ を要素に持つリンク交通量の分散・共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}}$ は次式のようになる．

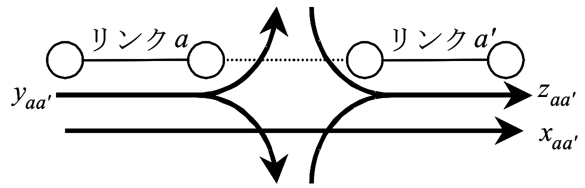

図-1 リンク交通量の共分散算出ための交通量分解

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}} = \begin{bmatrix} \sigma_1^{\,2} & & \cdots & & \sigma_{1A} \\ & \ddots\ \sigma_a^{\,2} & \sigma_{aa'} & & \\ \vdots & & & & \vdots \\ & \sigma_{aa'} & \sigma_{a'}^{\,2} \ \ddots & & \\ \sigma_{1A} & & \cdots & & \sigma_A^{\,2} \end{bmatrix} \tag{8}$$

ここで，

$$\sigma_{aa'} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij}\, \delta_{a',ij}\, \sigma_{ij}^{\,2} = \eta \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij}\, \delta_{a',ij}\, \mu_{ij} \tag{9}$$

全てのリンク交通量は次式の確率密度関数 $f_{\mathbf{X}_A}(\mathbf{x}_A)$ を持つ多変量正規分布 N[$\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}}$, $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}}$] に従う．

$$f_{\mathbf{X}_{\mathrm{A}}}(\mathbf{x}_{\mathrm{A}}) = \frac{\exp\left\{-\dfrac{1}{2}(\mathbf{x}_{\mathrm{A}} - \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}}^{\ -1} (\mathbf{x}_{\mathrm{A}} - \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}})\right\}}{\sqrt{(2\pi)^A \left|\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}}\right|}} \tag{10}$$

ここで，$\mathbf{x}_{\mathrm{A}}$ はリンク交通量の（実現）値のベクトル，$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}}^{\ -1}$ は $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}}$ の逆行列，$\left|\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}}\right|$ は $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}}$ の行列式である．なお，このようなリンク交通量の確率密度関数を定義するためには，$\left|\boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{AA}}\right|$ が 0 でないことが必要である．例えば，本来ならば一つのリンクで記述すべきものを 2 つの連続隣接のリンクで表現した場合を考える．その 2 つのリンクは全く同じリンク交通量及び分布となる．このように他のリンク交通量（の確率変数）によって一意に表現できるリンク（の確率変数）等を除去しなければ，$f_{\mathbf{X}_A}(\mathbf{x}_A)$ を定義できないことに注意が必要である．なお，除去したリンクについては，式 (10) で考慮したリンク交通量の確率変数の線形和によりそのリンクの確率変数を書き表すこ

とができる．よって，除去したリンク交通量の平均や分散も計算可能である．

(3) 平均旅行時間

交通量（OD 交通量，経路交通量，リンク交通量）は正規分布に従っている．リンク a の旅行時間関数を $c_a(x_a)$ とすると，リンク a の旅行時間の確率変数 C_a は $c_a(X_a)$ とも表記できる．X_a は正規分布に従う確率変数であるが，$c_a(x_a)$ が線形関数等となる場合を除いて，一般に，$c_a(X_a)$ は正規分布には従わない．そこで，本研究では，旅行時間の確率分布の特定は行わず，その平均（期待値）及び分散等によって確率的な旅行時間を捉えることにする．リンク旅行時間の平均は平均の定義から以下の式によって与えられる．

$$\mathrm{E}[C_a] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_a(x_a)}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} \exp\left\{ -\frac{1}{2}\left(\frac{x_a - \mu_a}{\sigma_a} \right)^2 \right\} dx_a \qquad (11)$$

ここで，E[·]は期待値を算出する演算子である．なお，以下では，この平均旅行時間 $\mathrm{E}[C_a]$ をより簡素な表現として $\bar{c}_a$ と表記することがある．

本研究では，リンク走行時間が BPR 関数に従うと仮定する．このとき，リンク a の旅行時間 c_a は $\alpha + \beta x_a^{\gamma}$ で表される．ただし，x_a はリンク a の交通量，α, β, γ は正のパラメータである．この時，平均リンク旅行時間は $\mathrm{E}[\alpha + \beta X_a^{\gamma}]$ $(= \alpha + \beta\, \mathrm{E}[X_a^{\gamma}])$ であり，それを求めるためには $\mathrm{E}[X_a^{\gamma}]$ を計算する必要がある． $\mathrm{E}[X_a^{\gamma}]$ は（原点まわりの）モーメント（積率）であり，正規分布 $\mathrm{N}[\mu, \sigma^2]$ の原点まわりのモーメントは以下の漸化式により順次求めることが出来る[3]．

$$m_\gamma = (\gamma - 1)\sigma^2 m_{\gamma-2} + \mu m_{\gamma-1} \qquad \gamma = 1, 2, 3, \ldots \quad (12)$$

ここで，m_γ は γ 次の原点まわりのモーメント（$= \mathrm{E}[X^\gamma]$），$m_{-1} = 0$, $m_0 = 1$ である．

リンク旅行時間の分散は $\mathrm{E}[C_a^2] - (\mathrm{E}[C_a])^2$ であり，上記の原点まわりのモーメントを用いて計算することが出来る．

3. 配分モデルの定式化

リンク交通量の分散共分散行列を求めるためには，式 (8), (9) から分かるように，経路交通量の平均値が必要である．経路交通量を求めるためには，ロジット型の均衡などが必要であるが，それらは実用的には，あまり用いられることは多くない．通常の配分計算において，実用的には，ワードロップ均衡配分（等時間型配分）が用いられることがほとんどである．よって，現時点で，実用的にも十分適用可能なモデルとして，等旅行時間型のモデル（ワードロップ型のモデル）を定式化することは有用と考えられる．

本研究では，利用されている経路の「平均旅行時間」は皆等しく，それは利用されていない経路の「平均旅行時間」より小さいもしくは等しくなる．通常のワードロップ均衡が確定的な旅行時間について均衡を定義しているのに対して，本研究では，旅行時間の平均に関して均衡が定義されている．平均的に等時間配分が成り立っているとも言え，個別に（毎日もしくは毎回）実現する交通量（の実現値）は必ずしも等時間配分となっているとは限らない．交通量の平均値が等時間に配分されている．

上述の均衡は，ワードロップ均衡での（確定的な）交通量が平均交通量，（確定的な）旅行時間が平均旅行時間，BPR 関数などの旅行時間関数が平均旅行時間関数 $\bar{c}_a(\mu_a)$ に置き換わったものと考えることができる．よって，ワードロップ均衡に形式的に類似した以下の最適化問題として定式化できる．

$$\min. Z = \sum_{a=1}^{A} \int_0^{\mu_a} \bar{c}_a(w)\, dw \qquad (13)$$

s.t.

$$\mu_i = \sum_{j=1}^{J_i} \mu_{ij} \qquad \forall i \qquad (14)$$

$$\mu_a = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J_i} \delta_{a,ij}\, \mu_{ij} \qquad \forall a \qquad (15)$$

$$\mu_{ij} \geq 0 \qquad \forall i\, \forall j \qquad (16)$$

このようにワードロップ均衡に形式的に類似した最適化問題として定式化することができ，平均リンク交通量 μ_a をフランク-ウォルフ法（Frank-Wolfe 法）などの通常の配分アルゴリズムによって計算することができる．また，既に述べたように $\bar{c}'_a(\mu_a) > 0$ であるため，上の最適化問題の解は一意となる．

以上のモデルは，簡便ではあるが，通常のワードロップ均衡と同様に，平均リンク交通量のみが一意に求まり，平均経路交通量は一意には決まらない．したがって，リンク旅行時間の分散は計算することができるが，経路旅行時間の分散を計算することができない．なぜならば，経路交通量の旅行時間の平均はリンク旅行時間の平均の和であるが，リンク旅行時間はリンク間で相関があるため，経路旅行時間の分散はリンク旅行時間の分散の和となるとは限らないためである．経路交通量の分散を求めるためには，リンク旅行時間の分散のみならず，リンク旅行時間の間の共分散も求める必要がある．その共分散を求めるためには平均経路交通量 μ_{ij} が必要になる．よって，経路旅行時間の分散を算出するためには，配分後，その配分に合致した平均経路交通量を求めることなどが必要となる．

経路交通量の平均を求めるため，本稿では，以下のような便宜的な方法を用いる．本稿は，Frank-Wolfe 法で最適化問題を解いているが，Frank-Wolfe 法では，最小（平均）旅行時間の経路に交通量を流すという作業を繰り返している．その平均経路交通量を順次記録しておく

と, 配分後, それらを合計することにより, 平均経路交通量が得られる. このようにして得られた平均経路交通量は, 基本的に自由走行時間が小さい経路により多く交通量が流れるように配分されていると考えられる. 本来ならば, 実際の経路選択の調査結果等を基に経路交通量の算出方法を検討しなければならないが, 便宜的には, このような方法を用いることも可能である.

4. 時間信頼性指標の計算

時間信頼性指標としては, 米国では旅行時間の 95%タイル値を用いており, 英国でも90%タイル値を基にした指標を扱おうとしている. 日本ではどのような指標が適切であるのかはまだ定まっていないが, 時間信頼性指標には旅行時間のパーセンタイル値の計算が不可欠であると思われる. パーセンタイル値の計算法にはいくつも野手法が考えられる. 直感的に最も分かりやすいのがシミュレーションによる方法である. 本研究の流れに沿うと, 各 OD 交通量を正規乱数により発生させ, 別途もとめた配分結果の経路選択比率に基づいて経路交通量を計算するというものを繰り返す. これを何度も繰り返すことによって, 経路旅行時間データを作成し, パーセンタイル値を計算することが出来る. しかし, ある程度精度のパーセンタイル値を計算するためには, 10^3 程度以上の回数の計算が必要となり, 計算時間が問題になるとも考えられる. 本章では, 計算時間がさほどかからない, 実用的な経路旅行時間のパーセンタイル値の近似的計算法について以下に述べる.

少数の観測地点での交通量データ(1 年間分などの長期の観測データ)により, 分散スケールパラメータ η を推定する. この分散スケールパラメータを用いて, 前章までに述べた配分計算を行い, 平均経路交通量を求める. そして, 式 (10) により, リンク交通量が従う多変量正規分布の確率密度関数を与えられる.

既に述べたように, リンク旅行時間は多変量正規分布に従う. OD ペア i の経路 j の旅行時間の確率変数 T_{ij} は以下の通りである.

$$T_{ij} = t_{ij}(\mathbf{X}_{\mathrm{A}_{ij}}) = \sum_{a=1}^{A} \delta_{a,ij}\, c_a(X_a)$$

ここで, $\mathbf{X}_{\mathrm{A}_{ij}}$ は OD ペア i の経路 j を構成するリンクの交通量の確率変数ベクトルである.

上式を平均値周りに一次のテーラー展開を施すと,

$$T_{ij} \approx t_{ij}(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}_{ij}}) + (\mathbf{X}_{\mathrm{A}_{ij}} - \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}_{ij}})^{\mathrm{T}} \nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{c}_{\mathrm{A}_{ij}} \Big|_{\mathbf{X}=\boldsymbol{\mu}} \tag{17}$$

ここで, $\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}_{ij}}$ は $\mathbf{X}_{\mathrm{A}_{ij}}$ の平均値ベクトル, $\boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{A}_{ij}}(\boldsymbol{\mu}) = \nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{c}_{\mathrm{A}_{ij}} \Big|_{\mathbf{X}=\boldsymbol{\mu}}$ とする. ここで, $\mathrm{X} \sim N[\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}]$ の時, $\mathrm{Y} = \boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{T}}\ \mathbf{X} \sim N[\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{\kappa}]$ となる [3]. したがって, $\mathbf{X}_{\mathrm{A}_{ij}}$ は $N[\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}_{ij}}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{A}_{ij}}]$ に従うため, $(\mathbf{X}_{\mathrm{A}_{ij}} - \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}_{ij}})^{\mathrm{T}} \nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{c}_{\mathrm{A}_{ij}} \Big|_{\mathbf{X}=\boldsymbol{\mu}}$ は, 平均が 0 で分散が $\boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{A}_{ij}}(\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{A}_{ij}} \boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{A}_{ij}}(\boldsymbol{\mu})$ の(一変量)正規分布に従うことになる. よって, T_{ij} は平均が $t_{ij}(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}_{ij}})$ で分散が $\boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{A}_{ij}}(\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{A}_{ij}} \boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{A}_{ij}}(\boldsymbol{\mu})$ の正規分布に従う.

$$T_{ij} \sim N[t_{ij}(\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{A}_{ij}}), \boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{A}_{ij}}(\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{A}_{ij}} \boldsymbol{\kappa}_{\mathrm{A}_{ij}}(\boldsymbol{\mu})\ ] \tag{18}$$

以上より, 経路旅行時間が従う正規分布が特定されたため, 正規分布表を用いて, 容易にバッファー値等の経路旅行時間のパーセンタイル値を求めることが出来る.

なお, 以上の近似計算法では一次のテーラー展開を用いており, 誤差が大きくなる可能性があることに注意が必要である.

ここで, あるリンクの旅行時間の 95%タイル値の計算を行おう. リンク旅行時間は $c(x) = 20(1 + (x/1000)^2)$ に従うとする. また, リンク交通量は $\mathrm{N}[1000,\ 100^2]$(平均が 1000 で標準偏差が 100 の正規分布)に従うとする. このとき,

$$\left.\frac{dc(x)}{dx}\right|_{x=1000} = \frac{1}{25} = 0.04$$

となるため, 式(18)に従い, 旅行時間の分散の近似値を計算すると $100^2 * (0.04)^2 = 16.0$ となる. また, 平均の近似値は $c(1000) = 40.0$ である. よって, 旅行時間は平均が 40.0 で分散が 16.0 の正規分布で近似することが出来る. この正規分布の 95%タイル値は 46.6 である.

このような 1 つのリンクの旅行時間という単純な場合は%タイル値は容易に(厳密な)計算できる. 交通量の 95%タイル値を旅行時間関数に代入するだけである. よって, リンク旅行時間の 95%タイル値の真値は 47.1 となる. なお, 複数リンクから構成される経路旅行時間の場合は真値を求めることは非常に難しくなり, シミュレーション法等を用いらざるを得なくなる.

この数値計算例は非常に簡単なものであり, 一般的なネットワークでの計算を行い, 近似計算法の精度や妥当性の検討が必要である.

参考文献

1) 中山晶一朗, 高山純一, 長尾一輝, 所俊宏:現実道路ネットワークの時間信頼性評価のための確率的交通均衡モデル及びそれを用いた情報提供効果分析, 土木学会論文集 D, Vol. 62, No. 4, pp. 526-536, 2006.
2) 田中芳和, 村上康紀, 井上浩, 桑原雅夫, 赤羽弘和, 小根山裕之:首都高速道路におけるOD交通量の日変動に関する研究, 交通工学, Vol. 36, pp. 49-58, 2001.
3) 蓑谷千凰彦:統計分布ハンドブック, 朝倉書店, 東京, 2003.