

交通計画課題に対応したグラフ理論の適用性に関する考察*

A Study on the applicability of the Graph Theory corresponding to the traffic plan problems*

森田哲夫**・藤田慎也***・塚田伸也****

By Tetsuo MORITA**・Shinya FUJITA***・Shinya TSUKADA****

1. はじめに

1970年代から、土木学会の発行する論文集・講演集に数学で研究されてきたグラフ理論を応用した研究がみられるようになってきた。当初は構造工学で応用され、その後、土木計画学においても研究事例がみられる。点と線で表現されるグラフが、橋梁のトラス構造や交通ネットワークに適用しやすかったことが、土木分野で応用されている要因と考えられる。

土木計画学をみると、管路、道路などのネットワーク分析に、グラフ理論の最短経路、ハミルトン閉路問題を応用した研究がなされているが、近年では研究事例はやや減少傾向にある。一方、数学におけるグラフ理論では、連結問題、彩色問題など、土木計画学においても応用可能と考えられる理論・問題の研究が進められている。

このような背景を踏まえ、本研究は、ネットワーク分析の研究事例が多くみられる交通計画において、グラフ理論の新たな応用方法を展望することをめざし、以下について考察することを目的とする。

- 1) グラフ理論において研究されている理論・問題を概観し、交通計画課題へ応用方法を整理する。特に従来応用されていない理論・問題の研究成果の応用を考える。
- 2) 近年の交通計画課題に対応した分析手法を示し、ケーススタディを通じ、グラフ理論の土木計画学への新たな応用方法について考察する。

2. 研究系譜と土木計画学への応用可能性

(1) 土木計画学におけるグラフ理論応用研究の系譜

土木学会の発行する土木学会論文集、委員会論文集・講演集などより、グラフ理論に関連するものを検索し、研究・報告数を表-1に整理⁽¹⁾した。

「グラフ理論」をタイトル、抄録、キーワードに含むものは1973年の構造工学に関する研究発表¹⁾が最初である。

*キーワード：システム分析、総合交通計画、グラフ理論

**正員、博(工)、群馬工業高等専門学校環境都市工学科

(群馬県前橋市鳥羽町 580 番地、TEL 027-254-9197)

***博(理)、群馬工業高等専門学校一般教科(自然科学、数学)

****正員、修(工)、前橋市都市計画部都市計画課

り、第IV部門の土木計画学では、1974年のパイプライン網に関する講演²⁾が最初である。1970年代にはその後も構造工学、水理学での研究・報告があり、合計7編が公表された。1980年代になると土木計画学の研究・講演が増加し、管路、交通、ゴミ収集、避難路のネットワークに関するもの³⁾が7編、構造工学で4編となる。1990年代にも、土木計画学では交通、避難路ネットワークに関する研究が継続され、工程管理へ応用された事例を含め合計12事例となった。土木計画学以外の部門では、水理学、材料、施工、水質・水循環へ応用されている。2000年代に入ると、ネットワーク分析の研究は続くが、土木計画学以外の部門での研究はほとんどみられなくなった。

全期間を通してみると、土木計画学に関連するものは、44編中26編(59%)であり、ほとんどがネットワーク分析に活用されている。また、交通ネットワークへの応用について分析対象をみると、1980年代は道路が主であったが、1990年代以降は鉄道や地下街路の分析もみられるようになった。以上を整理すると以下ようになる。

- ・土木計画学への応用は、他部門よりもやや遅れて始まったが、他部門での研究が下火になった近年も研究が続けられている。多くが交通ネットワーク分析に活用されている。
- ・土木計画学での応用研究は、防災、公共交通、歩行者交通など、その年代の計画課題に応じて分析対象が変遷している。

以上より、グラフ理論を、近年の計画課題に応じ、ネットワーク分析以外へ応用することが期待される。

表-1 土木分野におけるグラフ理論の応用研究・報告数⁽¹⁾

分野 年代	合計	IV 計画					I 構造	II 水理	III 土質	V 材料	VI 施工	VII 水質・水循環	
		管路ネットワーク	交通ネットワーク	ゴミ収集ルート	避難路ネットワーク	工程管理							
1973-79	7	1	1				4	1	1				
1980-89	11	7	2	2	1		4						
1990-99	19	12		7		3	2	3		2	1	1	
2000-06	7	6		3		2	1					1	
合計	44	26	3	12	2	6	3	8	4	1	2	1	2

(2) グラフ理論研究の広がり

グラフ理論は、工学系数学の基礎になっているが、決して成熟しきった分野ではなく、解決を待たれる実際的で重要な数多くの問題があり、現在もなお世界中で理論・応用の両側から活発な研究がなされている。グラフ理論のカバーする領域は非常に幅広いため、ここではグラフ理論の主軸と考えられる基礎理論分野を中心に下に整理した。下記以外にも、組合せ数学と関わりの深いラムゼー理論、平面上の頂点集合とそれを交差なく結ぶ辺集合からなる平面グラフなどがあるが、ここでは交通計画への応用が期待できる5つの理論・問題を挙げる。

- ① グラフの閉路・距離の理論：巡回セールスマン問題に関連した、最短経路探索やハミルトン閉路などの問題に関する理論である。
- ② グラフ連結度の理論：グラフを切断する頂点の部分集合を考察することにより、ネットワークの頑強性を研究する分野である。
- ③ マッチングの理論：作業員と作業の関係など、互いに端点を共有しない枝集合に関する理論である。
- ④ 木構造の問題：連結で閉路を持たない無向グラフである木の構造について分析する分野である。
- ⑤ グラフの彩色問題：グラフの頂点もしくは辺に色を割り当てたグラフの内部構造を研究する分野である。

(3) 交通計画課題へのグラフ理論の応用方法

前節のグラフ理論・問題を、交通計画課題への応用する方法について整理する。

- 1) ネットワーク最適化：グラフの閉路・距離の理論、連結度の理論、木構造の問題を応用し、ネットワーク上での最短経路、巡回経路、ネットワークの頑強性、階層性の最適化について分析する。
- 2) 組み合わせ最適化：マッチング理論を応用し、人と人、人と施設、人と作業などについて、属性間の組み合わせを最適化する。
- 3) 範囲設定の最適化：マッチングの理論、彩色問題を応用し、ある人、施設を中心としたサービス距離・圏域を最適化する。

次に、近年の交通計画課題を整理し、対応するグラフ理論の応用方法を表-2に整理²⁾した。なお、様々な交通計画課題が含まれるもの、総合的なものについては、応用方法を特定していない。従来から研究・報告がみられるように、広域的な道路や公共交通ネットワークなど、

- 1) ネットワーク最適化を応用できる計画課題が多い。
- 2) 組み合わせ最適化については、災害交通計画、公共施設の配置計画への応用、
- 3) 範囲設定の最適化手法については、高齢者・交通弱者対策や駐車場配置計画への応用といった、特定地区、個別施策への応用が考えられる。

表-2 交通計画課題とグラフ理論の応用方法

交通計画課題 ²⁾		グラフ理論の応用方法	
広域	幹線道路 ネットワーク計画	①都市圏全体の広域幹線道路、幹線道路 ②都市計画道路の見直し	1) ネットワーク最適化 (最短経路、頑強性)
	公共交通 ネットワーク計画	①都市圏全体の鉄道、路面電車、LRT ②都市圏全体のバス	1) ネットワーク最適化 (最短経路、頑強性、階層性)
	徒歩・二輪車 交通計画	①都市圏全体、特定地区の徒歩・二輪車交通計画	1) ネットワーク最適化 (最短経路、巡回経路)
特定地区	都心部交通計画	①徒歩・二輪車交通ネットワーク計画、モール化計画	1) ネットワーク最適化 (最短経路、巡回経路)
		②駐車場計画、駐輪場計画 (配置、供給量)	3) 範囲設定の最適化 (サービス距離・圏域)
		③交通結節点計画 (交通ターミナル、駅前広場)	3) 範囲設定の最適化 (サービス距離・圏域)
④貨物車対策 (優先・専用レーン、荷捌き対策)		—	
公共交通計画	①軌道システムの計画 (路線計画)	1) ネットワーク最適化 (最短経路、巡回経路)	
	②バス改善計画 (バス網再編、サービス向上) ③高齢者・交通弱者対策 (モビリティ向上)	3) 範囲設定の最適化 (サービス距離・圏域)	
大規模開発地区 関連交通計画	①開発地区周辺交通計画 (自動車、公共交通、徒歩等) ②駐車場計画 (供給量、誘導)	—	
個別施策 の計画	交通需要管理計画	①P&R、K&R等計画、時差出勤・HOVレーン計画 ②その他、過度の自動車依存を改善するためのTDM計画	—
	災害交通計画	①延焼遮断・緊急避難 (道路網、避難路、避難所等) ②救援活動・復興対策 (高齢者の救援、道路網、輸送)	1) ネットワーク最適化 (最短経路、頑強性) 2) 組み合わせ最適化 (属性、距離) 3) 範囲設定の最適化 (サービス距離、圏域)
特定時期 の計画	観光交通計画	①周遊交通計画 (自動車、公共交通)	1) ネットワーク最適化 (最短経路、巡回経路)
		②駐車場計画 (配置、供給量)	3) 範囲設定の最適化 (サービス距離・圏域)
		③交通需要管理計画 (公共交通を活用したP&R、P&BR)	—
特定時期の計画	特定時期の計画	①夏期交通計画 (海水浴場等)	—
		②冬期交通計画 (降雪期のモビリティ、安全性)	—
		③休日交通計画 (自動車、公共交通)	—
土地利用との一体化		①交通改善の視点からの立地規制・誘導	—
		②公共施設、福祉施設の配置計画	2) 組み合わせ最適化 (属性、距離) 3) 範囲設定の最適化 (サービス距離・圏域)
		②中心市街地活性化のための交通計画	—

3. グラフ理論を応用した分析手法

(1) グラフ理論を応用した分析手法

前章で整理した交通計画課題に対応した3つの応用方法について、分析方法を示す。

a) ネットワーク最適化

最短経路探索やハミルトン閉路などの問題を応用した研究・報告⁹⁾は数多くみられるため、ここではネットワークの頑強性を分析する方法を示す。これは、災害や道路工事により道路の一部区間が切断された場合のリダンダンシーを分析する際に活用できる。

図-1の道路ネットワークにおいて、A地点からB地点の移動を考えた場合、2区間で道路が切断されても連結度が高ければ移動経路は維持できる。

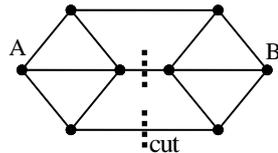


図-1 ネットワークの頑強性

b) 組み合わせ最適化

グラフにおけるマッチングの存在に関する分野の研究は、古くはHallによる結婚定理⁷⁾に始まり、これまで非常に活発に研究されている。マッチング理論を応用することにより、福祉施設と利用者との組み合わせ、災害時における要援護者と援護者の組み合わせを最適化する際に活用できる。

図-2に示すように、要援護者と援護者を辺で結ぶ。全ての要援護者を援護するためには、完全マッチングを見出す必要がある。

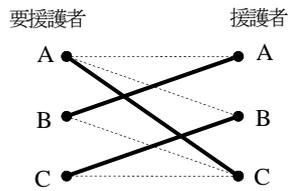


図-2 組み合わせ最適化

c) 範囲設定の最適化

マッチング理論を応用することにより、駐車場の配置・供給量の分析、高齢者のモビリティ確保のためのサービス距離・圏域の分析、避難所の配置、公共施設のサービス圏域の分析に活用できる。

図-3に示すように、最小の施設数で、利用者がアクセスしやすい施設配置を検討するために、利用者と施設のマッチングを最適化する。

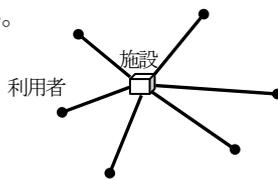


図-3 範囲設定の最適化

(2) 防災計画への応用

前章の表-2に整理した交通計画課題の1つである災害交通計画には、避難路の設定、避難所の配置、避難所の受け持ち圏域等の様々な課題が含まれる。ここでは、前節で整理した3つの分析手法に関わる最近のグラフ理論の研究成果を活用し、新たな応用方法について考察する。

a) 理論展開

防災計画における避難所と居住者の配置計画を想定し、次のような問題を考える。

問題1：グラフ上の頂点のいくつかを、青点・赤点が同数になるように着色する（着色しない点があってもよい）。グラフの頂点集合 V を次の条件を満たすように互いに素な頂点部分集合 V_1, \dots, V_k に分割する。

- ①各 V_i は連結な部分グラフを誘導する。
- ②各 V_i は青点・赤点を同数個含む（青点・赤点を一切含まない場合は青点・赤点0個ずつで同数個とする）。
- ③各 V_i のサイズ（頂点数）をなるべく小さくする。

青点・赤点を”直接”辺でつないだ2頂点部分グラフの合併はマッチングである。この観点から、青点・赤点を同数個含む連結部分グラフは、広い意味でマッチングの拡張といえる。さらに、グラフの頂点を着色することから、この問題はグラフの彩色問題にも属する。ごく最近得られた先行研究⁹⁾により、各 V_i のサイズを小さくするためには、グラフの連結度を上げる必要があることが分かっている。先行研究では、グラフ理論の連結度分野で有名なMengerの定理⁷⁾が重要な役割を果たしており、グラフの連結度、およびハミルトン閉路に関する研究とも密接に関係している。

以上より、問題1は、グラフ理論の研究分野、および前節の最適化に関する3つの分析手法と密接に関連した新しい型の融合的問題である。この問題に関して、これまで分かっている主な結果としては、完全二部グラフやハミルトン閉路を含むグラフの場合について各 V_i のサイズの上限が完全に決定されていること、2連結グラフで青点・赤点の個数が2個ずつの場合の分割サイズの上限などが知られている。しかし、この問題に関する研究は、まだ始まって間もないため、その他の構造をもつグラフについては全く知られていないか、あるいは予想が提起されているが未解決であるという状況である。

b) 防災計画への応用

問題1において、グラフを避難路、青点を一点につき一定数の居住者、赤点を避難所と設定して避難路計画に应用することを考える。災害発生時には、居住者はなるべく近くの避難所に避難するのが自然である。問題1と照らし合わせて考えてみると、道路ネットワークを考慮した上で、避難所と避難対象地区をどのように組み合わせたり、配置すればよいかという問題となる。

問題1に関する理論的先行研究により、グラフがハミルトン閉路を含む場合や、いくつかの場合において、各 V_i のサイズは正確に決定されている。避難路をそのようなグラフの構造と合致するように設定すれば、最適な地区の存在は理論上保証されるため、実際の地域に適用することで適用可能性を検証していくこととする。

また、問題1では、青点・赤点を塗る点に一切指定がないことも注目に値する。すなわち、避難所の設定、居住者の配置、避難路の設定について、地域の実情に応じ、計画課題に即した知見が得られることとなる。

(3) 防災計画への適用

前橋市地域防災計画⁹⁾における避難場所の配置計画に、前節のグラフ理論による分析手法を適用する。対象地域は前橋市東部地区であり、東西2km、南北3kmの地区である。当該地域には、一次避難場所5ヶ所、二次避難場所5ヶ所が計画されている。

居住する場所を失った被災者を収容する二次避難場所を分析対象とした。人口分布は、二次避難場所ごとの避難対象地区を1つの頂点に代表させ、二次避難所数と同数とした。また、道路ネットワークについては、主要道路の交差点を頂点とし表現することとした。

グラフ理論の先行研究⁸⁾により、グラフがハミルトン閉路を含むとき、青点・赤点が同数ずつでかつ個々のサイズが比較的小さいグラフの分割が得られることは、理論上保証されている。この研究成果に基づき、避難場所、人口代表点、主要交差点の頂点についてハミルトン閉路のグラフを作成すると図-4のようになり、避難場所と人口代表点を組み合わせる部分グラフが容易に見つかる。この部分グラフは、計画されている避難場所と避難対象地区の組み合わせが保たれており、地域防災計画の避難場所配置計画は妥当と判断できる。

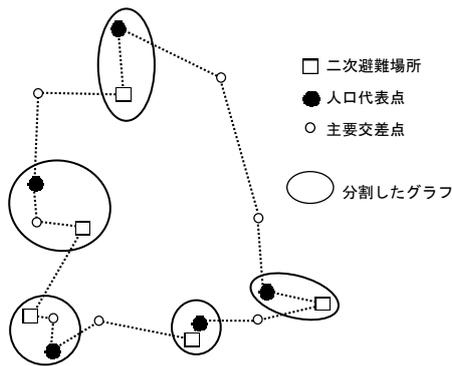


図-4 分割グラフ1

次に、上のグラフをもとに、ある二次避難場所が被害を受け使用できない場合に、災害時に一次的な避難を行う一次避難場所を代替することを考える。青点・赤点は移動しても所望の分割が得られることが先行研究⁸⁾より保証されている。図-5のように、避難場所の位置を変えても、避難所と人口代表点と同数の部分グラフが容易に得られ、不測の事態への対応性についても分析できた。

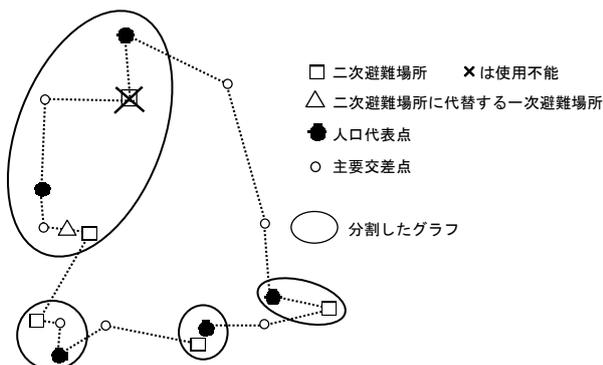


図-5 分割グラフ2

4. まとめ

本研究で設定した目的に対応し、成果を整理する。

- 1) 土木計画学におけるグラフ理論を応用した研究・報告はネットワーク最適化に関するものが多いが、交通計画課題との対応から、組み合わせ最適化、範囲設定の最適化への応用が期待できることを明らかにした。
- 2) グラフ理論を応用した3つの分析手法を融合した新たな分析手法を提案し、防災計画への適用を試みることにより、避難場所と人口分布について分析できた。これによりグラフ理論の新たな適用性を示した。

本稿で分析手法を提案したグラフ理論は、数学においても研究途上であるため、グラフ理論研究と並行し、土木計画学分野においても分析事例を充実し、適用性について検証する必要がある。これが今後の課題である。

補注

- (1) 土木学会付属土木図書館「目録・書誌検索システム」により、「グラフ理論」を検索語句とし、タイトル、抄録、キーワードを検索した。対象とした検索書誌は、土木学会論文集、土木学会委員会論文集・講演集、土木学会年次講演会講演概要集であり、検索日は2007年7月4日である。表-1の分類は土木学会のIからVIIの部門によったが、土木計画学にも関連すると考えられるものについては、第IV部門に含めた。
- (2) 参考文献4)による交通計画課題に、近年の課題として文献5)の項目を追加し、著者が一部修正した。文献4)は、建設省(現国土交通省)が、平成11年新都市OD調査を企画する際に「新都市OD調査で対応する交通計画課題」を網羅的に整理したものである。文献5)は「近年の地方都市における交通政策ニーズの例」として幅広く施策を整理している。
- (3) 先行研究の論文は現在投稿中のプレプリント8)であり、始まって間もない最新の研究成果である。従って、今後、様々な関連した研究成果が得られることが期待され、様々な構造をもつグラフに対して、それぞれ分割のサイズが決定されることが予想される。

参考文献

- 1) 小西一郎, 白石成人, 谷口健男: グラフ理論適用による剛性行列のバンド幅に関する考察, 橋梁・構造工学研究発表会, Vol. 20, pp. 75-82, 1973.
- 2) 例えば, 池田均, 泉哲夫: グラフ理論によるパイプライン網決定に関する一考察, 土木学会年次学術講演会講演概要集第4部, Vol. 29, pp. 186-187, 1974.
- 3) 例えば, 若林拓史, 飯田恭敬: 交通ネットワーク信頼性解析への信頼性グラフ理論適用の考え方, 土木計画学研究・講演集, Vol. 10, pp. 125-132, 1987.
- 4) 建設省都市局都市交通調査室: 全国都市パーソントリップ調査一調査概要一, pp. 9-10, 1998. 10.
- 5) 国土交通省都市・地域整備局都市計画課都市交通調査室 監修, 財団法人計量計画研究所編著: 総合都市交通体系調査の手引き 解説書, pp. 73, 2005. 10.
- 6) 例えば, 白石萌, 森田哲夫: 公共交通の利便性向上を目指した新前橋周辺地区の交通計画, 第34回土木学会関東支部技術研究発表会, 講演概要集, CD-ROM (IV-050), 2007.
- 7) 秋山仁, ロナルド・L. グレーアム: 離散数学入門(入門有限・離散の数学)(改訂版), 朝倉書店, 1996. 3.
- 8) Shinya Fujita, Tomoki Nakamigawa: Balanced Decomposition of a Vertex-Colored Graph (preprint)
- 9) 前橋市防災会議: 前橋市地域防災計画, 2006. 3.