

Social Capitalの数理モデルに関する論点整理*

Some approaches to Mathematical Modeling of Social Capital *

上田孝行**

By Takayuki UEDA

1. はじめに

Social Capitalに関する議論が各所で盛んになっている。地域づくりの中でもその機能に対する期待は大きい。しかし、多くの議論がSocial Capitalを十分には定式化した形では扱っておらず、観念論に終始しているものも多々見られる。

本稿はSocial Capitalに関する議論を数理モデルのベースの上で体系化するべきであるとの見解のもと、その方向についていくつかの論点を提示することを目的としている。具体的には、経済学におけるcapitalの捉え方、数理社会学における社会的ネットワークの表現を踏まえ、それらに加えて、ニューラルネットワークの手法から得られる知見を交えて話題提供を行いたい。

2. Capital としての特性

(1) 経済学での資本の概念

経済学における資本の定義について一般性を保ちながら要約することはほとんど不可能である。

野村(2004)では、生産手段あるいは生産要素としての物的な資本を扱いながら、その定義の難しさを述べるとともに、測定可能性の重要性を述べている。生産要素として定義するにしても、今度は、生産の範疇をどのように区分・定義するかという問題の困難が生じること、そして、生産は基本的には瞬時的に捉えることができないため、そのため会計期間をどのような基準で設定するかという問題が資本の定義にきわめて重要であることを示唆している。

物的な資本から概念を拡張したものとしては、Becker (1962)にはじまる人的資本(Human Capital)が挙げられる。これは知識や技能を人に体化された資本として捉える様々な経済理論へと現在も発展しており、マクロ経済政策や地域経済政策としてその蓄積を促進することの重要性が認識されている。

宇沢(1990)は社会共通資本の概念を示しており、それ

*キーワード: Social Capital, 数理モデル, ニューラルネット

**正員, 工博, 東京大学大学院工学系研究科

社会基盤学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)

が物的な社会資本(インフラストラクチャーまたは社会基盤施設)だけでなく、自然資本と制度資本を含むものであると拡張している。社会資本は公共部門により形成・管理されるため、経済学が主として扱ってきた民間資本から資本の概念を拡張したものである。そして、外的に与えられたストックとして認識されてきた自然を公共管理の対象に含め、さらに、制度のように非物的なストックまでも含めている。しかし、経済成長モデルの枠組みでは、社会共通資本のストックが生産関数または効用関数に入った形を用いており、従来の生産要素としての資本と同様の扱いを踏襲していると言える。

経済学における資本の概念は、ストック変数であり、ある一定の期間(会計期間)にわたって生産や消費といった経済活動に供用される。その形成には投資として何らかの資源を必要とし、また、供用に伴って減耗・劣化するという点が共通した性質である。

(2) 動的表現

経済学において、資本は静学モデルでも登場し、最も典型的にはワルラス的静学一般均衡理論でも、労働と同様に様々な生産部門に配分されて投入される要素である。しかし、資本の形成と減耗・劣化という時間変化は、経済成長モデルを代表とする動学モデルの中でしか取り扱えない。

上田・横松(2006)は資本の形成と減耗・劣化を規定するものとして建設技術進歩を位置づけている。時間依存である資本ストック $K(t)$ の変化を、次のようなモデルで表現している。経済には代表的な一つの家計があり、それは各時 $t \in [0, \infty)$ の財消費 $c(t)$ から得られる効用 $u(c(t))$ の無限期間にわたる割引現在価値 U を最大にするように、各時点における財消費量 $\{c(t)\}_{t=0}^{\infty}$ を選択する。同時に、資本の所有者として長期的な資本形成への投資 $\{I(t)\}_{t=0}^{\infty}$ を制御する。

$$U = \max_{\{c(t), I(t)\}_{t=0}^{\infty}} \int_0^{\infty} u(c(t)) e^{-\rho t} dt \quad (1.a)$$

$$\text{s.t. } f(K(t)) = c(t) + I(t) \quad (1.b)$$

$$\frac{dK(t)}{dt} = g(I(t), K(t)) \quad (1.c)$$

$$K(0): \text{ given} \quad (1.d)$$

ここで、 ρ は主観的割引率であり、また、 $f(\cdot)$ は生産関数、 $I(t)$ は投資である。 $g(\cdot)$ は資本蓄積のプロセスを支配する関数である。(1.c)がいわゆる資本の蓄積方程式であり、次のように特定化できる。

$$\frac{dK(t)}{dt} = \phi(K(t))I(t) - h(K(t)) \quad (2)$$

$\phi(\cdot)$ は投資がストックに変換される効率を表す関数であり、 $h(\cdot)$ が減耗を表す関数である。それぞれストック量 $K(t)$ の関数であり、その性質を図1のように表現して、ストックの蓄積が進むほど同量の投資がストックに変換される効率が低下していくこと、そして、蓄積が進むほどストックを維持していくことが困難になることを想定している。そして、経済成長を持続していくためには、それらの性質を緩和するために不断の建設技術進歩が必要であるとしている。

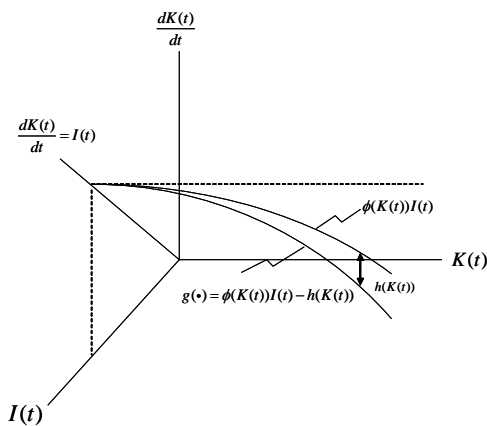


図1 資本の蓄積方程式の特性

ここで示した経済成長モデルでは、投資 $I(t)$ は無限期間にわたる効用の現在価値を最大化するという目的から導出されている。全ての資本を所有している代表的な消費者を想定しているため、その意思決定がそのまま社会的最適政策を意味している。しかし、いわゆる外部性が卓越した状況では、両者が乖離して不効率が生じる。

3. ネットワークとしての特性

ソーシャルキャピタルが議論されるときには、最近ではそれが社会関係資本と訳されることから明らかなように、単独の個人に蓄積された人的資本ではなく、複数の個人が含まれている集団の中での個人間相互関係として理解されている。

このような相互関係に対しては、社会学の分野、とりわけ数理社会学の分野ではネットワークとして捉え、それをグラフ理論を用いて数量的に分析するというアプローチ(例えば、金光(2003)あるいは Wasserman and Faust (1994))が取られてきた。これらでは、個人間の関係をグラフで可視化して例示的に示す場合もあるが、個人間ペアの関係を行列で表して一般化された表現を用いる。対象

とする集団を \mathbf{N} 、それに属する個人を表すラベルを要素 i として、 $i \in \mathbf{N} = \{1, \dots, N\}$ とする。個人間ペア (i, j) 、 $i, j \in \mathbf{N}$ について何らかの変数 a_{ij} を定義して、それを要素とする行列 $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ で集団内全体の関係を表す。 $i \in \mathbf{N}$ をノードとすれば、 a_{ij} は、全ての在り得る有向なリンク(アロー)について表していることになる。

交通研究の分野では、交通量、所要時間、費用あるいは容量などをこのような行列で表し、それらの変数の間に構造式を仮定して様々な交通現象を表現したり、政策の効果を推定してきたことは言うまでもない。

ネットワークの構造を定量的に表現し、それに社会的な意味解釈を加えることには、多大な労力が費やされてきた。その結果として社会関係の数理モデルは大きな進歩を遂げたことは疑いない。しかし、交通研究でもネットワークの研究がこれまで静学分析中心であったことと同様に、社会関係を表すネットワーク分析も動学への展開は容易ではなかったように見受けられる。

佐藤・平松編(2005)では、社会関係のネットワーク分析を動学化しようとする試みを紹介している。しかし、ネットワークを表現すること自体が必然的に非常に多数の変数を含むモデルにならざるを得ない。その上で、さらに時間軸を取り入れると扱うべき変数は膨大になる。モデルに意味解釈を与えようとするれば、構造について非常に強い仮定をおいて単純化しなければならない。従って、ネットワークモデルを動学化して展開するには、単純化せずにモデルの柔軟性を保って進めようとするれば、エージェントモデルや進化ゲームのような数値シミュレーションを志向したアプローチにならざるを得ない。

4. 動的ネットワークとしてのニューラルネットワーク

(1) ニューラルネットワークの定式化

ネットワークの構造を動的なモデルとして表現したものとして、ニューラルネットワークに着目する。ニューラルネットワークは、それがあがる環境の下で学習しながら柔軟に構造を自己組織化するという点、また、そのニューラルネットの状態が様々な力学系を近似でき、エネルギー最小化等に対応させることで最適化手法として活用できることから様々な分野に応用されている。ニューラルネットとしては様々なタイプが提案されているが、本稿ではその中でも最も一般性をもつ相互結合型(リカレント)ニューラルネットを取り上げる。

ネットワークには、時間 t とともに内生的に状態が変化するユニット(ノード)と外部からの入力として状態が外生的に与えられるユニットの2種類があるとする。前者をラベル $i \in \mathbf{N} = \{1, \dots, N\}$ および状態 $x_i(t)$ で表し、後者を $h \in \mathbf{H} = \{1, \dots, H\}$ および $s_h(t)$ で表す。相互結合型ニューラルネットでは、状態 $x_i(t)$ についての微分方程式(佐藤(1993)を参照)を次のように表す。

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = -\varepsilon_i x_i(t) + G\left(\sum_{j \in \mathbf{N}} w_{ji} x_j(t) + \sum_{h \in \mathbf{H}} l_{hi} s_h(t) + \theta_i\right) \quad (3)$$

ここで、 ε_i は状態に対する一種の減衰定数であり、 w_{ji} はユニットペア (i, j) 、 $i, j \in \mathbf{N}$ の結合の強さを表す重み係数、またはフィードバック結合係数である。 l_{hi} は、外部の入力からの入力係数であり、 θ_i は各ユニットが持つ固有の定数で、入力バイアスとも呼ばれる。関数 $G(\cdot)$ は、ジグモイド関数と呼ばれる非線形飽和関数であり、論理関数や双曲関数が用いられる。他のユニットの状態からのフィードバックや外部からの入力が当該ユニットの状態に及ぼす影響を規定している。

(2) ニューラルネットワークの学習

ニューラルネットワークの特徴の第一は、学習にある。すなわち、外部入力 $s_h(t)$ 、 $h \in \mathbf{H}$ が与えられたとき、一部のユニット $i \in \mathbf{N}' \subseteq \mathbf{N}$ についてはその状態を出力と見なし、実現すべき状態 $q_i(t)$ 、 $i \in \mathbf{N}' \subseteq \mathbf{N}$ が与えられているとし、それらを教師信号と呼ぶ。ネットワークのパラメータ $E = [\varepsilon_i]$ 、 $W = [w_{ij}]$ 、 $L = [l_{hi}]$ 、 $\Theta = [\theta_i]$ は、教師信号 $q_i(t)$ と $x_i(t)$ の距離をエラー評価関数 $e(q_i(t), x_i(t))$ としてその重み付き総和を最小にするように決定される。

$$\min_{E, W, L, \Theta} \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i \in \mathbf{N}'} \phi_i(t) e(q_i(t), x_i(t)) dt \quad (4)$$

ここで、 $\phi_i(t)$ は時間 $t \in [t_1, t_2]$ における出力ユニット $i \in \mathbf{N}'$ の重みである。過去の教師信号についての重みを小さくしたり、特定のユニットを重視してその重みを大きくするという設定もできる。いずれにせよ、出力ユニット $i \in \mathbf{N}'$ について教師信号にできるだけ近づくようにパラメータを変化させていく。

(3) ニューラルネットワークの力学系

パラメータ E, W, L, Θ がある性質を満たせば、状態変数のベクトル $x(t) = (x_i(t))_{i \in \mathbf{N}}$ に対して、エネルギー関数あるいはリアプノフ関数 $E(x(t))$ が定義できる。そして、ネットワークが次の性質を満たすとき、それが表す力学系は安定であり、最適化問題や制御問題に活用することができる。

$$\frac{dE(x(t))}{dt} = \nabla_x E(x(t)) \cdot \frac{dx(t)}{dt} \leq 0 \quad (5)$$

時間とともにニューラルネットワークの状態 $x(t)$ はエネルギー関数 $E(x(t))$ が最小になるように変化していく。最もよく知られているのはHopfieldモデル(例えば、志水(2002)などを参照)であり、巡回セールスマン問題などの総交通費用を最小化する0-1整数計画問題の解法に利用される。

このような構造を持つ場合には、ネットワーク全体が合目的性をもったシステムであると見なせる。関数 $E(\cdot)$ とパラメータを工学問題に応じて設定・解釈して

様々に応用されている。

5. ニューラルネットのソーシャルキャピタルとしての解釈

(1) ニューラルネットと社会ネットワークの対応

ニューラルネットにおける各ユニットを集団に属する個人と見なし、各ユニットの状態が個人人の活動状態であるとする。集団全体がどのような活動状態にあるかをベクトル $x(t) = (x_i(t))_{i \in \mathbf{N}}$ が表現しているとする。パラメータ行列 $W = [w_{ij}]$ は、集団の中での個人間ペア (i, j) 、 $i, j \in \mathbf{N}$ の結びつきの強さを表し、通常の社会ネットワークでの関係を表す表現と同様である。ユニットが個人を表すノードに対応すれば、グラフ理論の知見を生かした中心性の分析等を W に適用することもできる。

$x(t) = (x_i(t))_{i \in \mathbf{N}}$ が例えば奉仕活動のような社会的活動への各個人の積極的な参加程度を表すとしよう。 w_{ij} が大きいと言う事は、個人 $i \in \mathbf{N}$ の参加程度が大きいと他の個人 $j \in \mathbf{N}$ の参加程度も大きくなるという構造が形成されていると解釈することができる。

外部入力 $s(t) = (s_h(t))_{h \in \mathbf{H}}$ は集団を取り巻く外部環境の状態であると解釈できる。そして、行列 $L = [l_{ij}]$ は集団内のそれぞれの個人が外部環境から影響を受ける度合いであると見なせる。例えば、 l_{hi} が大きいと言うことは、 $h \in \mathbf{H}$ が集団外部における奉仕活動の程度を表し、それが盛んに行われるようになると集団内の個人 $i \in \mathbf{N}$ も、その影響を受けて積極的に参加するようになるという構造である解釈できる。

パラメータ $E = [\varepsilon_i]$ は個人の状態が劣化していく程度を表すので、 ε_i が大きいと個人 $i \in \mathbf{N}$ が奉仕活動に積極参加していても時間の経過とともに急速にその積極性が低下していくことを表すと言える。

パラメータ $\Theta = [\theta_i]$ は各ユニットに固有の定数であるので、 θ_i が大きいとすれば、個人 $i \in \mathbf{N}$ が自立的に奉仕活動に参加しようとする意欲が高いと解釈することができる。

本稿では、ソーシャルキャピタルとは、パラメータ $E = [\varepsilon_i]$ 、 $W = [w_{ij}]$ 、 $L = [l_{hi}]$ 、 $\Theta = [\theta_i]$ で、表現されるある時点で形成されているネットワークの構造であるとする。

(2) 集団学習によるソーシャルキャピタルの形成

ソーシャルキャピタルが社会関係資本と呼ばれることから、集団内の個人間の結合の重み $W = [w_{ij}]$ と集団外部との関係を表す $L = [l_{hi}]$ が時間経過の中で内生的に形成されることが、ソーシャルキャピタルの数理モデルにニューラルネットを採用することの第一義的な利点である。 $\Theta = [\theta_i]$ は個人毎の特性を表すので、ニューラルネットでは個人に体化されたストック、すなわち、人的資本や嗜好をも表していると言える。

ニューラルネットでの教師信号が集団に属する個人

$i \in \mathbf{N}'$ に対して集団外部から規範的にあるいは強制的に要求される態度や行動であるとする。それにより、ニューラルネットの自由学習は、対象とする集団が変化する外的環境に曝されながら当該集団よりも大きな社会の中での規範に従って集団内の構造を自己組織化していくプロセスであると解釈できる。

(3) ソーシャルキャピタルの作動

時間とともに $x(t) = (x_i(t))_{i \in \mathbf{N}}$ が変化する力学系がソーシャルキャピタルがどのように作動しているかを表している。外部入力が一様であるような場合でも、ニューラルネットは非常に複雑な挙動(カオスや振動またはアトラクター)を示す場合も多々あり、また、状態が変化しなくなった均衡点へと収束する構造になる場合もある。

W の構造によって力学系の安定・不安定が決定されることを考慮すれば、ソーシャルキャピタルについても集団内に属する個人間の外部性を表す構造が集団の安定・不安定を支配すると言える。この点については、状態の時間変化ベクトル $\frac{dx(t)}{dt} = \left(\frac{dx_i(t)}{dt}\right)_{i \in \mathbf{N}}$ またはその単調変換からなるベクトル場を考えて、それに変分不等式の理論(例えば、福島(2001))を適用すれば、種々の数学的条件が得られる。そこから、状態が安定になるソーシャルキャピタルの条件、複数の均衡状態を持つソーシャルキャピタルの条件などを読み取り、社会経済的な意味解釈を行うことができよう。

制度設計的には、エネルギー関数 $E(\cdot)$ を集団の総便益。総費用または集会的価値に対応させて、それを最適にするように、 $E = [\varepsilon_i]$, $W = [w_{ij}]$, $L = [l_{ij}]$, $\Theta = [\theta_i]$ で表現されるソーシャルキャピタルを設計することになる。このような問題に対しては、システム制御でのリアプノフ関数についての知見が有用であり、既にニューラルネットを各種の制御問題に適用してこの点について研究した成果(例えば、志水(2002)を参照)が多数あるので、それらを積極的に活用するべきである。

6. おわりに

本稿ではソーシャルキャピタルの数理モデルには、ネットワークの構造を動的に表現することが必要であるとして、そのためにニューラルネットワークのモデルが有用であることを主張した、とりわけ、ソーシャルキャピタルを集団レベルの学習として捉え、また、力学系としての数学的な特徴がソーシャルキャピタルの社会経済的意味解釈につながる可能性を議論した。

しかし、実際の社会的集団は、本稿で示した学習と力学系の作動の両方が同時に進行している結果として様々な現象を引き起こしている。実際に観測された種々の現

象から学習としての動的変化と力学系としての動的変化を識別することが容易に可能であるとは期待できない。このようなシステムを表現するには、どのようなモデルが適しているかさらに検討が必要である。

謝辞

本稿に先立って、リスクマネジメント研究小委員会の場で、ソーシャルキャピタルについての筆者の考えを議論する場を得た。小林潔司教授(京都大学)をはじめとして委員から貴重な意見を頂いた。また、田村亨教授(室蘭工業大学)の主催する研究会でもソーシャルキャピタルについて集中的に議論する機会を得た。そこでも本稿に関係するアイデアに対して示唆を頂いた。ここに記して感謝する次第である。ただし、本稿の責は筆者のみが負っている。

参考文献

- 1) 野村浩二(2004), 資本の測定 -日本経済の資本深化と生産性-, 慶応義塾大学出版会
- 2) Becker, G.S.(1962), Investment in Human Capital: A Theoretical Analysis, Journal of Political Economy 70, no.5, pp.9-49
- 3) 宇沢弘文(1990), 第34章, 社会的共通資本の理論, 経済解析-基礎編-, 岩波書店
- 4) 上田孝行, 横松宗太(2006), 建設技術進歩の経済成長への貢献 -理論的分析-, 第34回土木計画学研究発表会・講演集, CD-R, 土木学会, 2006
- 5) 金光淳(2003)社会ネットワーク分析の基礎-社会関係資本論にむけて-, 勁草書房
- 6) Wasserman, S. and Faust, K.(1994), Social Network Analysis -Methods and Applications-, Cambridge University Press
- 7) 佐藤嘉倫・平松閣編(2005), ネットワーク・ダイナミクス -社会ネットワークと合理的選択-, 勁草書房
- 8) 佐藤雅昭(1993), リカレントニューラルネットワークにおけるカオスダイナミクスの学習, ニューラルシステムにおけるカオス(合原一幸編著), 東京電機大学出版局
- 9) 志水清孝(2002), ニューラルネットと制御, コロナ社
- 10) 福島雅夫(2001), 非線形最適化の基礎, 朝倉書店