

# 交通ネットワーク流の動的制御モデル\*

## Dynamic Control Models of Transportation Network Flows

赤松 隆\*\*

By Takashi AKAMATSU\*\*

### 1. はじめに

動的システム最適 (Dynamic System Optimal: DSO) 配分は、従来からよく知られている静的なシステム最適 (Static System Optimal: SSO) 配分を動的な交通流に対して拡張した概念である。この DSO 配分は、動的ネットワーク交通流のベンチマーク状態として意味を持つのみならず、交通流の渋滞管理方を理論的に考察する際の基礎となる概念でもある。その重要性にも関わらず、DSO 配分に関する議論・考察は、従来研究では、十分にはなされていない。そこで、本稿では、動的なネットワーク交通流の管理・制御に関わる従来の理論を概観し、今後の有望と思われる研究方向を考察する。ただし、本稿の重点は、従来研究を網羅的・包括的にレビューすることにはない。そのような試みは、紙面の制約からも不可能であるため、むしろ、特定範囲の問題に議論の焦点を絞った上で、今後の実りある研究課題を探ることに重点をおく。より具体的には、著者等の最近の研究で明らかになった新しい交通管理方策と DSO 配分との理論的接点、及び、そこから派生する今後の課題を中心に議論する。

本稿の構成は、以下の通りである。まず、規範的な動的交通配分である動的システム最適配分に関する従来研究を概観する。次に、システム最適状態を実現するための方策の1つである混雑料金による渋滞管理法に関する従来理論とその限界を整理する。これら従来理論の問題点・限界を考察した上で、新たな渋滞管理法であるネットワーク通行権取引制度 (Tradable Network Permit) の理論的側面を解説する。最後に、今後の重要な研究課題として、TNP の最適配分状態を自律分散的 agent software 群行動の安定的均衡解として実現する方法 (e.g. ポテンシャル・ゲームの evolutionary dynamics) を議論する。

\* key words: 動的システム最適配分, 交通渋滞, 混雑料金, 通行権取引, ポテンシャル・ゲーム

\*\* 正会員, 工博, 東北大学大学院情報科学研究科 (宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 06  
e-mail: [akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp](mailto:akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp))

### 2. 動的なシステム最適配分

DSO 配分は、ある計画時間帯におけるネットワークシステム全体での総走行費用を最小化するような時々刻々のフロー・パターンを求める配分原則である。この配分は、概念的には、SSO 配分の単純な拡張である。しかし、その特性の解明や計算法の開発は、SSO 配分と比べて格段に難しい。その理由は、動的な交通ネットワーク流は、その表現のために、静的な交通流と比べ、より多くの変数が必要な上に、複雑な制約条件を満たすことを要求されるためである。より具体的には、動的交通流では、少なくとも各リンクでの流入・流出・待ち行列台数を表す3種類の変数が必要であるのに対して、静的交通流では、単一のリンク交通量のみである。また、動的交通流では、任意の時刻において、各リンクでの a) 渋滞 (待ち行列長) の進展方程式, b) リンク通過所要時間と待ち行列長の関数関係, c) First-In-First-Out (FIFO) 条件, および、各ノードでのフロー保存条件を満たさねばならない。これらの条件によって構成される交通流・待ち行列台数の許容領域は、静学的交通流とは異なり、一般には非凸集合である。そのため、一般ネットワークでの DSO 配分問題は、非凸計画問題となり、その大域最適解を得ることが極めて困難な問題となっている<sup>4),5),6)</sup>。

なお、動的配分に関する初期の研究<sup>1),2),3)</sup>は、上記の FIFO 条件を満たさない“exit function”を用いてモデルを定式化している。そのような定式化では、物理的に起こり得ない不可解な交通流が生じるため、それらの解析結果は、ほとんど無意味である。また、Ziliaskopoulos<sup>7)</sup>は、動的交通流の Kinematic Wave (KW) 理論の離散化近似である Cell-Transmission Model (CTM)<sup>8)</sup>を用いた DSO 配分を示している。そして、DSO 配分が線形計画問題 (LP) となることが主張されているが、その結果は、車両を任意の時点・位置で停止させることができるという“holding”の仮定から生じたものである。KW 理論/CTM に忠実なモデルでは、そのような操作は不可能であり、DSO 配分も LP には帰着できない。

以上のような DSO 配分問題の複雑さ・難しさを考慮すれば、闇雲に一般ネットワークでの特性を解明しようと

することは、必ずしも実りの多い研究方向ではない。そのような考えから、最近では、解析条件を限定した上で、DSO 配分の特性を理論的に探る研究が幾つかなされている。その代表例は、並行経路のような比較的単純な構造を持つネットワークを対象とした研究である。その様な場合でも、DSO 配分の特性を明らかにすることは、高速道路ランプ流入制御の様な現実的問題に対する指針を与えることができるという意義がある。より具体的には、桑原ら<sup>9),10),11)</sup>、Munoz and Laval<sup>12)</sup> は、累積図を用いた図式解法によって、制御ルールの定性的な性質を明らかにしている。また、赤松ら<sup>13),14),15)</sup> は、桑原らの設定を一般化し、リンク旅行時間やOD交通量が確率過程に従う場合のDSO配分(ランプ制御)ルールを明らかにしている。図式解法は、この問題には適用できないため、赤松らは、確率的制御理論に基づいた新たな解析法と数値解法を提示している。

一般構造のネットワークを対象とした場合、DSO配分問題の完全な解析は困難であるが、動的均衡配分の特性を活用すれば、ランプ流入制御問題の理論解析は可能である。これは、“容量増強パラドクスの理論”を利用したものであり、文献9),16) (とそこに挙げられた参考文献)にその成果が解説されている。なお、高速道路の渋滞緩和のみを目的としたランプ流入制御については、古くから多くの研究がある。しかし、それらの研究は、DSO配分との理論的接点が少ないため、本稿では議論を省略する(そのレビューについては、文献17)-20)等を参照)。

### 3. システム最適状態の間接的実現方策

#### (1) 混雑料金理論とその限界

システム最適配分は、その直接的な問題の定義では、道路管理者が交通流を直接制御(各利用者の経路・出発時刻を指定)できることが前提とされている。この専制的なシステム最適配分状態は、混雑料金制度を併用すれば、利用者の自由な選択の結果(均衡状態)として分権的に実現することも(理論上は)可能である。実際、静的な交通流で全リンクに課金可能な場合には、よく知られた限界費用原則に従って料金を設定すれば、その課金下での均衡交通はシステム最適配分と一致する。

しかし、その様な標準的な理論が有効に機能する(i.e.混雑料金制度によって動的システム最適状態を実現する)ためには、幾つかの前提条件が満たされなければならない。より具体的には、混雑料金制を実施する際には、道路管理者は、最適な料金レベルを計算する必要がある。そのためには、まず、1) 利用者情報(需要関数、利用者の時間価値 etc.)を正確に推定可能でなければならない。もし、誤った利用者情報を基に混雑料金を設定すれば、それは、死荷重損失を生み、料金制度導入が、かえって経済厚生状態を悪化させる可能性もある。これは、静的

配分・動的配分の何れにも当てはまるが、動的配分では、時刻別の需要情報が必要となるため、さらに困難な問題となる。また、動的配分では、2) 静的な配分における単純な限界費用原理とは異なり、渋滞メカニズム(ボトルネック混雑)を考慮した複雑な動的料金の設定が不可欠である。動的配分での最適(時刻別)混雑料金は、単一ボトルネックや並行経路等の単純なネットワークでは、Amot et al.<sup>21)</sup>に代表される幾つかの研究成果がある。しかし、一般的なネットワークでの動的な最適混雑料金の理論は、ほとんど確立していない。さらに、3) 課金可能リンクや課金額等に制約がある次善問題では、単純な限界費用原則による課金では、(制約つき)システム最適状態を達成できない。この場合、最適な混雑料金設定問題は、非凸数理計画問題(均衡制約付き最適化問題)として表現されるため、一般に、大域的最適解を求めることは困難である。

混雑料金制度の抱えるこのような理論的課題に対し、需要関数情報を必要としないインプリメンテーション法が、最近のゲーム理論分野の研究<sup>22),23),24)</sup>で提案されている。これは、(静的な)交通均衡配分が *Potential Game*: (PG)として表現できることを利用し、試行錯誤的な料金設定を繰返しながら、システム最適状態へ収束させる方法である。より具体的には、PGアプローチでは、交通流パターンが均衡状態へ収束する *evolutionary dynamics* (利用者が日々、経路を変更する結果として生じる交通流パターン  $\mathbf{x}(t)$  の調整過程を表現する“*day-to-day dynamics*”)を考える(この *dynamics* は、Beckmann型ポテンシャルの最小状態へ収束する)。このとき、適切な課金関数  $\mathbf{P}(\mathbf{x}(t))$  を考えると、その課金下の *dynamics* に対するポテンシャル関数を総交通費用関数に一致させることができる。従って、日々観測される交通量  $\mathbf{x}(t)$  とそれに対する課金関数値  $\mathbf{P}(\mathbf{x}(t))$  に応じた料金設定を繰返せば、総交通費用を最小化する(i.e.システム最適)配分状態へ安定的に収束することが保証されるのである。

このPGアプローチは、たしかに混雑料金制度の抱える上記の問題点1)を解決しているように見える。しかし、残念ながら、この理論が適用できるのは、ネットワーク上の全リンクに課金できる場合のみで、課金可能リンクや課金額等に制約がある次善問題には適用できない。なぜなら、そのような制約がある場合には、総交通費用関数と一致するポテンシャル関数を構成できないからである(これは、利用者情報を完全に把握できる場合でも、次善問題は、大域的最適解を得ることの困難な非凸問題となることに対応している)。また、PGアプローチを提案している従来研究では、渋滞メカニズムを考慮した動的配分問題は扱われていない。実際、動的均衡配分は、(特殊なケースを除き)等価最適化問題に帰着できない(i.e.ポテンシャル関数を持たない)ため、PGアプローチを動

的な交通流配分に拡張することは、極めて困難であると思われる。結局、動的なシステム最適配分を実現するための混雑料金問題では、理論的課題 1)~3) のほとんどが残されたままと言える。

## (2) 新たな渋滞管理方策：ボトルネック通行権取引制度

以上で見たように、動的なシステム最適配分状態を混雑料金制度によって実現することは、非常に難しい。そこで、赤松・佐藤・Nguyen<sup>25)</sup>は、混雑料金制度実現の障壁となっていた利用者情報を全く必要とせず、かつ、渋滞メカニズムを考慮した新たな TDM 施策を提案した。これは、渋滞が頻発している特定の道路地点（ボトルネック）を対象として、

- a) その地点を特定の時刻のみ通行できる権利（“時刻別ボトルネック通行権”）を道路管理者が設定・発行し、
- b) その時刻別の通行権を道路利用者が自由に売買取引できる市場（“通行権取引市場”）を創設する、

という制度（“ボトルネック通行権取引制度”）である。

この制度の a) は、“道路利用の予約制／割当制”<sup>26), 27), 28), 29)</sup>に相当するものである。この制度下では、時刻別通行権の（単位時間当り）発行枚数が、当該ボトルネックへの到着交通流率となる。従って、その発行枚数をボトルネック容量以下に設定すれば、渋滞の発生を完全に抑制できる。ただし、この通行権が道路利用者へ何らかの機械的なルールで配布された（*e.g.* “単純割当制”）とすると、利用者は自分の望む時間帯を選択できない。そのような利用者選択の阻害は、必然的に経済的損失を生み、社会的にも望ましいものではない。その様な a) のみでは発生する問題点を解決するには、各利用者が通行権を選択できる仕組みを追加すればよい。利用者自身による通行権選択を「市場取引（売買/交換）」によって担保する仕組みが、この制度の b) である。

これらの仕組み a) と b) の組合せは、近未来の ICT/ITS を活用すれば技術的には実現可能であり、道路容量という限られた資源の最も効率的な利用スキームであると期待される。実際、赤松等<sup>25)</sup>は、単一のボトルネックを通過する通勤者の出発時刻均衡問題を対象として、この提案制度が以下の様な望ましい特性を持つことを示した：

- (1) 制度の導入前後を比較すると、道路管理者および全ての道路利用者に対するパレート改善が実現する、
- (2) 制度導入後の均衡状態は、社会的に最も効率的な資源配分（*i.e.* パレート最適な資源配分）を達成できる、
- (3) 制度導入後の均衡状態では、*self-financing* 原則が成立する（*i.e.* 通行権販売総額は、社会的に最適な容量増強に必要な投資費用額と一致する）。

この理論は、一般ネットワークにも拡張できることが、最近の研究<sup>30), 31), 32)</sup>によって明らかにされている。より具体的には、一般ネットワークにおいて、利用者が起点

出発（終点到着）時刻および経路を自由に選択する状況を考える。そして、道路管理者が、ネットワーク上の全てのボトルネックに容量以下の枚数の時刻別通行権を設定・発行し、市場販売する（*i.e.* 各通行権の価格は、市場の需要供給均衡条件で決定される）制度を仮定する。この制度下では、通行権の定義とその発行枚数の設定から明らかな様に、渋滞は全く発生しない。さらに、この様な制度・条件下で（理論上）実現する均衡状態では、利用者の交通費用の総和（“社会的交通費用”）が最小化される。すなわち、ここで実現する状態は、渋滞が全く発生しない動的なシステム最適配分状態と一致する。さらに、単一ボトルネック問題の場合と全く同様、*self-financing* 原則が成立することも明らかにされている。

## 4. 自律分散型エージェント・システムの設計問題

ボトルネック通行権取引制度は、理論上は、道路管理者が利用者情報を全く持つ必要なしに、（渋滞の発生しない）動的システム最適配分状態を実現できる。しかし、その反面、個々の利用者は、自分の希望する時刻・経路を利用するために、その通行権を市場で取得する必要がある。多数のボトルネックを通過する必要がある一般ネットワークでは、この通行権取得のための煩雑な手続きを全利用者が実行することは、現実には困難であろう。従って、この制度が利用者に受容されるためには、通行権取得のための負担・手間を軽減/代替するシステムの設計が重要な課題となるだろう。これは、システムの基本アーキテクチャに関わる課題であるが、長期的将来には、ICT/ITS の活用によって、利用者の手を煩わせない“*intelligent*”なシステムを想定することもできる。

その様なシステムの例として、車載器に装備された *agent software* が利用者の代わりに通行権の取得を自動的に実行する（あるいは、利用者の作業を補助する）状況を想定してみよう。この想定下では、多数の *agent software* を自律分散的に動作させることによって、交通流パターンを望ましい状態へ誘導するためのシステムを設計する必要がある。このとき、*agent software* には、最低限、以下の特性が求められるだろう：

- ・個々の *agent* の自律性：中央制御センター等からの指示なしに、局所的情報と通行権市場情報のみで経路（通行権売買）戦略を決定できる。
- ・*agent* 行動ルールの簡潔性：戦略決定・変更（日々の経験による“学習”）に必要な計算量が少ない（*i.e.* リアルタイム計算可能）；アルゴリズムが簡潔。
- ・*agent* 群行動ダイナミクスの安定性：個々の *agent* の行動の集積として決定される交通流の *evolutionary dynamics* が、動的システム最適配分状態へ必ず収束し、かつ、その収束速度が速い。

このような特性を満たしたシステムの設計・評価方法を開発するためには、何らかの理論的枠組が必要である。その理論的枠組みの有力な候補として、前節で言及したPGアプローチが挙げられる。なぜなら、通行権制度下の交通流では、総交通費用関数をポテンシャルとする *day-to-day dynamics* を構成でき、その収束性等の考察に、PG理論の知見を活用できるからである(通行権制度下では、通行権の市場価格が理論価格と一致しない、あるいは、*agent* の行動が最適でない条件下でも、渋滞は全く発生しないことに注意しよう)。

多数の *intelligent software* を自律分散的に協調させるための枠組としてPG理論を応用した研究は、最近、交通以外の分野 (e.g. 無線通信網の制御<sup>33),34),35)</sup>) で幾つかの例が見られる。今後、動的な交通ネットワーク流の制御においても、通行権制度の様な新たな施策と関連づけた理論的進展が期待される重要な研究課題であろう。

## 参考文献

- 1) Merchant, D.K., Nemhouser, G.L.: A model and algorithm for the dynamic traffic assignment problems, *Transportation Science* **12**, 183-199, 1978.
- 2) Ho, J.K.: A successive linear optimization approach to the dynamic traffic assignment problem, *Transportation Science* **14**, 295-305, 1980.
- 3) Friesz, T., Luque, J., Tobin, R. and Wie, B.: Dynamic network traffic assignment considered as a continuous time optimal control problem, *Operations Research* **37**, 893-901, 1989.
- 4) 赤松 隆: 交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論, 土木計画学研究・論文集**13**, 23-48, 1996.
- 5) Lovell, D. J. and Daganzo, C. F.: Access control on networks with unique origin-destination paths, *Transportation Research* **34B**, 185-202, 2000.
- 6) Erera, A., Daganzo, C. and Lovell, D.: Access control problem on capacitated FIFO networks with unique origin-destination paths is hard, *Operations Research* **50**, 736-743, 2002.
- 7) Ziliaskopoulos, A.: A linear programming model for the single destination system optimum dynamic traffic assignment problem, *Transportation Science* **34**, 1-12, 2000.
- 8) Daganzo, C. F.: The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory, *Transportation Research* **28B**, 269-287, 1994.
- 9) 桑原雅夫・赤松隆: 動的ネットワーク解析—これまでの知見とこれからの展望—, 土木学会論文集, IV-48, 3-16, 2000.
- 10) 桑原雅夫・吉井稔雄・熊谷香太郎: 動的システム最適配分とランプ流入制御に関する研究: 簡略ネットワークにおける基礎的分析, 土木学会論文集, IV-50, 59-71, 2001.
- 11) Kuwahara, M.: A theory and implications on dynamic marginal cost, *Transportation Research* **41A**, 627-643, 2007.
- 12) Munoz, J. C. and Laval, J. A.: System optimum dynamic traffic assignment graphical solution method for a congested freeway and one destination, *Transportation Research* **40B**, 1-15, 2006.
- 13) 山崎周一・赤松隆: 不確実性に対するリスク回避度を考慮した動的な交通システム最適配分, 土木計画学論文集 **23**, 963-972, 2006.
- 14) 長江剛志・赤松隆: リアルタイム観測情報を活用した動的なシステム最適交通配分: 確率制御アプローチ, 土木学会論文集D (印刷中), 2007.
- 15) Akamatsu, T. and Nagae, T.: Dynamic ramp metering strategies for risk averse system optimal assignment, *Transportation and Traffic Theory* **17** (in press), 2007.
- 16) Akamatsu, T., Heydecker, B.: Detecting Capacity Paradoxes in Dynamic Traffic Assignment in Saturated Networks, *Transportation Science* **37**, 123-138, 2003.
- 17) Lovell, D.J.: *Traffic control on metered networks without route choice*. Ph.D. Dissertation, University of California at Berkeley, 1997.
- 18) Zhang, H.M., Ritchie, S.G., Recker, W.W.: Some general results on the optimal ramp control problem, *Transportation Research* **4C**, 51-69, 1996.
- 19) Zhang, H.M., Recker, W.W.: On optimal freeway ramp control policies for congested traffic corridors *Transportation Research* **33B**, 417-436, 1999.
- 20) Zhang, L., Levinson, D.: Optimal freeway ramp control without origin-destination information, *Transportation Research* **38B**, 869-887, 2004.
- 21) Amott, R., A. de Palma, Lindsey, R.: A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand. *American Economic Review* **83**, 161-179, 1993
- 22) Sandholm, W.H.: Potential Games with Continuous Player Sets, *Journal of Economic Theory* **97**, 81-108, 2001.
- 23) Sandholm, W. H.: Evolutionary implementation and congestion pricing, *Review of Economic Studies* **69**, 667-689, 2002.
- 24) Sandholm, W. H.: Pigouvian pricing and stochastic evolutionary implementation, *Journal of Economic Theory* **137**, 367-382, 2007.
- 25) 赤松隆・佐藤慎太郎・Nguyen Xuan Long: 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究, 土木学会論文集 D **62**, 605-620, 2006.
- 26) Akahane, H., M. Kuwahara: A basic study on trip reservation systems for recreational trips on motorways. In: *Proc. of the 3rd World Congress on Intelligent Transportation Systems*, 1-7, ITS America, Washington D.C., 1996.
- 27) 赤羽弘和・桑原雅夫・佐藤拓也: 高速道路の利用予約制に関する基礎研究, 土木学会論文集, IV-49, 79-87, 2000.
- 28) Teodorovic, D. and Edara P.: Highway space inventory control system, *Transportation and Traffic Theory* **16**, 43-62, 2005.
- 29) Wong, J-T.: Basic concepts for a system for advance booking for highway use. *Transport Policy* **4**, 109-114, 1997.
- 30) 赤松 隆: 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度, 土木学会論文集 (投稿中), 2007.
- 31) Akamatsu, T.: Tradable network permits: A New scheme for the most efficient use of network capacity, submitted to *Transportation Research Part B*, 2007.
- 32) Akamatsu, T.: Distributed signal control and traffic assignment through tradable network permits, submitted to *Transportation Research Part B*, 2007
- 33) Neel, J.O., Reed, J.H., Gilles, R.P.: Convergence of cognitive radio networks, *Wireless Communications and Networking Conference, WCNC.2004 IEEE* **4**, 2250-2255, 2004.
- 34) Heikkinen, T.: Distributed scheduling and dynamic pricing in a communication network, *Wireless Networks* **10**, 233-244, 2004.
- 35) Heikkinen, T.: A potential game approach to distributed power control and scheduling, *Computer Networks* **50**, 2295-2311, 2006.