

### 1. はじめに

本稿では、動的配分問題をいくつかの軸によって分類し、分類された各問題について、これまでの研究蓄積で得られている知見と、未解決の問題について可能性のあるアプローチを考察する。

動的利用者均衡配分や動的システム最適配分など数理的なネットワークモデル（動的配分理論）は、1970年代末から研究されてきた。数理モデルは、その理論の複雑さゆえ、研究者の間でもある特定の問題についてさえ、どのレベルまで解決され、どこが今後解決すべき部分であるのかという認識が異なっている。まして、土木分野の若手研究者にとっては、数学的に複雑なこれまでの蓄積を理解するとともに、これからの研究の視点を的確にしかも効率的に理解することが、かなり困難な状況にあるのではないだろうか。

本稿は、このような認識に立ち、動的配分理論のこれまでの蓄積を簡潔にレビューするとともに、筆者が考えるこれからの研究課題とそれらに対する研究方針について整理する。動的な配分に興味を持っている学生や若手研究者の背中を少しでも後押しできるものになり、研究の活性化に繋がれば幸いである。

### 2. 動的配分の分類

動的配分の分類には、次のような軸がある：

<利用者の選択に関する分類>

- ・ 選択項目：経路、出発時刻
- ・ 経路選択規範：利用者均衡（DUE）、利用者最適（DUO）、システム最適（DSO）
- ・ 決定論的選択、確率的選択

<ネットワークに関する分類>

- ・ ODパターン：One-to-One、One-to-Many、Many-to-One、Many-to-Many
- ・ ボトルネック通過回数：1回、複数回

<待ち行列の扱い方に関する分類>

- ・ 待ち行列：Point Queue、Physical Queue
- ・ リンクモデル：Bottleneck Model、Whole Link Model

<利用者の均一性に関する分類>

- ・ 利用者特性：均一特性、不均一特性

これらの軸のうち、主要なものに沿って分類したものが表1である。リンクモデルについては、より現実に適しているBottleneck Modelのみを対象とした。また、表1はそれぞれ分類された問題の解法に関する既往文献を中心に整理しているが、これとは別に、一般性のある問題特性の導出に関する研究もいくつか見られるので、これについても追記している。

### 3. 過去の知見とこれからの展望

#### 3. 1. 経路選択のみ考慮した研究

##### (1) DUO

DUOは、現在および過去の交通状態に基づいて経路を選択するという仮定の下に成り立っており、これからネットワークにロードしようとする交通の旅行費用を問題なく評価することができる。そのため、他の経路選択規範に比べて解析が容易であり、すべての分類について数理的な解析は、ほぼ完了していると思われる。

##### (2) DUE

これに比べてDUEは、プレディクティブ配分といわれるように、これからネットワークに入る交通が将来にわたって自らが費やす旅行費用を最小にしようと経路選択する問題で、将来も考慮に入れて配分を行う必要があり、格段に解析が困難な問題である。したがって、今のところの研究は、限定されたODパターンなどの場合にとどまっている。

One-to-ManyのODを持つ問題については、Kuwahara and Akamatsu<sup>18)</sup>、赤松、桑原<sup>1)</sup>が、単一起点からの出発時刻によって問題を分解でき、起点からの出発時刻の早い交通から順番に独立に配分することができることを明らかにしている。また各リンクの流入・流出交通量とリンク旅行時間にはFIFOというサービス原則を通して関連があることを明確に示している。

\*キーワード：動的交通量配分，数理モデル，ネットワーク解析

\*\*正員，Ph.D.，東京大学国際産学・共同研究センター  
(東京都目黒区駒場4-6-1, TEL:03-5452-6418,  
E-mail: [kuwahara@iis.u-tokyo.ac.jp](mailto:kuwahara@iis.u-tokyo.ac.jp))

表1 動的配分問題の分類

経路選択のみの動的配分問題					
OD パターン		One to Many		Many to Many	
待ち行列		Point	Physical	Point	Physical
経路選択規範	DUO	済み	済み	Kuwahara and Akamatsu (1997) <sup>20)</sup> Lam et al. <sup>35)</sup> , Wie et al. <sup>36)</sup>	Kuwahara and Akamatsu (1998) <sup>19)</sup>
	DUE	Kuwahara and Akamatsu (1993) <sup>18)</sup> 赤松、桑原 (1994) <sup>1)</sup>	Lee and Kuwahara (2003) <sup>14)</sup> Bajwa and Kuwahara (2006) <sup>6)</sup>	Akamatsu (2004) <sup>4)</sup> (渋滞ネットワーク) 赤松 <sup>37)</sup> Mounce (2006) <sup>32)</sup> (O/R) Bajwa (2006) <sup>6)</sup> (stochastic) Wie <sup>38)</sup>	
	DSO	桑原、吉井ら (2002) <sup>22,23)</sup> Muñoz (2006) <sup>25)</sup> 長江、赤松(2006) <sup>5,24)</sup>		Merchant and Nemhauser (1978) <sup>34)</sup> Friez (1989) <sup>10)</sup> Ziliaskopoulos (2000) <sup>31)</sup>	

経路と出発時刻選択を考慮した動的配分問題						
OD パターン		Single Bottleneck	Many to One		Many to Many	
待ち行列		Point	Point	Physical	Point	Physical
経路選択規範	DUO	NA	NA	NA	NA	NA
	DUE	Vickrey (1969) <sup>30)</sup> Henderson (1974) <sup>11)</sup> Hendrickson (1981) <sup>12)</sup> Hurdle (1981) <sup>13)</sup> Fargier (1989) <sup>9)</sup> (Single bottleneck) Smith (1981) <sup>29)</sup> (existence) Daganzo (1985) <sup>8)</sup> (uniqueness) Newell (1985) <sup>27)</sup> (non-identical) 井料 (2001) <sup>42)</sup>	Kuwahara (1985) <sup>16)</sup> (O/R) Akamatsu (1999) <sup>2)</sup> (2000) <sup>3)</sup> (paradox) Kuwahara (1990) <sup>17)</sup> (tandem queue)		Iryo et.al.(2006) <sup>33)</sup> (Non-Identical, O/R) Bajwa (2006) <sup>6)</sup> (stochastic, O/R)	
	DSO	NA	NA	NA	NA	NA

1) 表中には、主要な文献を示すとともに、適宜コメントを付した。

2) O/R = 1 回だけボトルネックを通過するという制約付きの問題 (One bottleneck per Route)

すなわち、

$$A(t) = D(t+T(t)) \quad (1)$$

$A(t)$  = 時刻 $t$ までにリンクに流入した累積台数

$D(t)$  = 時刻 $t$ までにリンクに流出した累積台数

$T(t)$  = 時刻 $t$ にリンクに流入した車の旅行時間

これ以前の研究 (Friez<sup>10)</sup>, Lamら<sup>35)</sup>, Wie.<sup>36)</sup> では、リンクの流出交通量を exit function という関数で表しており、上記の関係を満たさないという課題がある。また、Leeら<sup>14)</sup>、Bajwaら<sup>6)</sup>は、Physical Queueを扱って渋滞の延伸を考慮できるモデルに

拡張している。

一方、Many-to-ManyのODを持つ問題の場合には、起点が複数あるために、上記のような問題の分解が難しい。すなわち、異なる起点からの交通どうしが相互に影響し合うために、きれいに問題を分解することができない。

これまでには、DUEをヒューリスティックに解く試みや明らかに論理誤りがある論文<sup>38,42)</sup>などが発表されてしまっているため、Many-to-Manyの問題も既に解かれていると誤認識されやすいが、問題性質の解明、解法のアルゴリズム等には多くの未解明の課題が残されている。

Many-to-ManyのODについて赤松<sup>37)</sup>は、DUEを相補性問題あるいは変分不等式問題として定式化しており、こ

これらの定式化に基づいた解法アルゴリズムの研究が、これからの一つの方向性であろう。また、すべてのリンクに待ち行列がある場合については、Kuwahara and Akamatsu<sup>18)</sup>、Akamatsu<sup>4)</sup>が、線形の連立方程式を解くことによって答えが導けることを示している。待ち行列が発生していないリンクを、発生しているリンクにダイナミックに統合させて、常にすべてのリンクが渋滞しているネットワークに再構成しながら解いていくというアプローチも期待でき、その試みが赤松ら<sup>4)</sup>によって始められている。

解の唯一性など数学的な問題特性に関する研究も必要である。近年、Mounce<sup>32)</sup>は、各経路について1回だけ待ち行列を通過するという制約の下で、解の唯一性を証明している。逆に、より一般的なネットワークにおいて、複数の均衡解を発見したという非公式報告もあり、今後が楽しみである。

### (3) DSO

Merchant and Nemhauser<sup>34)</sup>によるMany-to-Oneネットワークにおける研究が、最初の本買的DSO研究であったが、式(1)の条件を満たさないという課題があった。Ziliaskopoulos<sup>31)</sup>は、Cell Transmissionモデルを線形計画問題に変換して一起点多終点ネットワークにおけるDSOを定式化しているが、道路上で車両を意図的に滞留させることも許すモデルとなっており、現実性に課題を残している。

解法アルゴリズムではなく、DSOがどのような性質を持った配分であるのかについて研究した例もある。桑原、吉井ら<sup>22,23)</sup>は、One-to-OneのODを持つ2つの並行路線という単純なネットワークではあるが、2つの経路の動的限界費用を均衡させることでDSOを図解法によって解いている。この研究では、利用者の私的旅行費用ではなく、渋滞の継続時間が動的限界費用に大きく影響を与えることを明らかにし、DSOを達成するための1つの原理原則を導いている。Muñozら<sup>25)</sup>も類似の研究を発表している。また、長江、赤松<sup>5,24)</sup>は、類似ネットワークにおける数理的な分析を展開している。

動的限界費用を均衡させることで達成されるDSOの難しさは、待ち行列がまさに発生するという状態で、動的限界費用が不連続かつ2つの値を持ってしまうことにある(詳細は桑原<sup>23)</sup>参照)。この辺りを如何に切り崩すかが鍵である。Whole Link Modelは、Bottleneck Modelが持つ、このような数学的には扱いにくい性質を近似するものと考えられるが、このような近似を導入することも一つのアプローチの方向であろう。ただし、現状のWhole Link Modelは、式(1)との整合性が希

薄で現実との乖離がまだ大きい。

### 3. 2. 経路選択と出発時刻選択を考慮した問題

すべての利用者は時間価値に対して同じ属性を持ち、それぞれの目的地への希望到着時刻を持っている。利用者は、単一ボトルネックを必ず通過せねばならず、それによる待ち時間費用と目的地におけるスケジュール費用を支払う。このような設定における均衡解を求める問題、すなわち単一ボトルネックにおける出発時刻選択問題(経路選択なし)は、表1のように多数の研究成果をあげている。この問題については、Smith<sup>29)</sup>によって解の存在性が、Daganzo<sup>8)</sup>によって解の一意性の条件が導かれている。

単一ボトルネック問題の拡張として、個人差を考慮した研究がある。Newell<sup>27)</sup>、井料<sup>2)</sup>は、利用者の時間価値が分布している場合について均衡解の求め方を提案している。また、Kuwahara<sup>16)</sup>は、Many-t-OneのODの場合、待ち行列が2つ連続するTandemボトルネック問題<sup>17)</sup>について拡張している。また赤松<sup>2)</sup>は、静的配分問題において有名なBraessのパラドックスに対応した動的配分におけるパラドックスについて興味深い発表を行っている。

近年、井料ら<sup>33)</sup>は、Man-to-ManyのODを持つ一般ネットワークにおいて、個人差も考慮できるという、従来のモデルを大幅に拡張した研究を発表している。ただし、各利用者はボトルネックを1回だけ通過できるという制約、および費用関数は線形であるという制約がある。この研究の興味深い点は、FIFO条件をはずして定式化している点にある。従って、答えの集合が求まったとしても、その中からさらにFIFOを満たすものを見つけることが必要となる。また、やや詳細になるが、定式化の中の双対問題に出てくる変数が待ち時間に対応することの証明がないという課題を残している。これらについては、まずは実際に問題を解いてみて、答えを確認することが必要である。

Many-to-Manyへの展開の問題点は、同じ時刻にボトルネック(リンク)に流入する需要に、異なる属性(希望到着時刻、個人属性)を持つ者が混在する点にある。紙面の制約で具体的には書けないが、個々の属性グループ内では、既知の知見を維持しているので、属性別に問題を分解して考えるのが得策ではないかと考える。

#### 参考文献

1. 赤松隆, 桑原雅夫: 渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分, 土木学会論文集, No. 488/ IV-23, pp.21-30, 1994.
2. Akamatsu T. and Kuwahara M.: A Capacity Increasing Paradox for a Dynamic Traffic Assignment with Departure Time Choice, submitted to the 14<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 1999.
3. Akamatsu T.: A dynamic traffic equilibrium assignment paradox,

4. Akamatsu T. and Benjamin Heydecker : Detecting Capacity Paradoxes in Dynamic Traffic Assignment: Analysis of Nonsaturated Networks, *submitted to Transportation Science*, 2003.
5. Akamatsu, T. and Nagae, T.: Dynamic ramp metering strategies for risk averse system optimal assignment, *submitted to 17th International Symposium of Transportation and Traffic Theory*, 2007.
6. Bajwa, Shamas ul Islam : Analysis of Network with Queues considering Route and Departure Time Choice, Ph.D dissertation, University of Tokyo, 2006
7. Ben Akiva M., De Palma A., and Kanaroglou P.: Dynamic Model of Peak Period Traffic Congestion with Elastic Arrival Rates, *Transportation Science*, Vol.20, No.2, 1986.
8. Daganzo C.F.: The Uniqueness of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *Transportation Science*, Vol.19, pp.29-37, 1985.
9. Fargier P.H.: Effects of the Choice of Departure Time on Road Traffic Congestion, *Proceedings of the Eighth International Symposium on Transportation and traffic Theory*, Toronto, Canada, 1981.
10. Friesz T.L. , Luque F.J. , Tobin R.L. , and Wie B.W.: Dynamic Network Traffic Assignment Considered as a Continuous Time Optimal Control Problem, *Operations Research*, Vol.37, 893-901, 1989
11. Henderson J.V.: Road Congestion - A Reconsideration of Pricing Theory, *Journal of Urban Economics*, 1, 1974.
12. Hendrickson C., and Kocur G.: Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model, *Transportation Science*, Vol.15, No.1, 1981.
13. Hurdle V.F.: Equilibrium Flows on Urban Freeways, *Transportation Science*, Vol.15, 1981.
14. Lee, J, Masao Kuwahara, Satish V S K Ukkusuri : Predictive Dynamic Assignment with Physical Queues based on Kinematic Wave Theory · TRB, 2004.01
15. Lighthill, M.J. and Whitham, G.B. : On Kinematic Waves I: Flood Movement in Long Rivers, II: A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, *Proceedings Royal Society*, London, A229, pp.281-345, 1955.
16. Kuwahara M. and G.F. Newell : Queue Evolution on Freeways Leading to a Single Core City during the Morning Peak in Proceedings of the Tenth International Symposium on Transportation and Traffic Theory pp.21-40 Elsevier Jul. 1987
17. Kuwahara M.: Equilibrium Queueing Patterns at a Two-Tandem Bottleneck during the Morning Peak, *Transportation Science* Vol.24, No.3, pp.217-229, 1990.
18. Kuwahara M. and Akamatsu T.: Dynamic Equilibrium Assignment with Queues for a One-to-Many OD Pattern, *Proc. of 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Elsevier, Berkeley, 185-204, 1993
19. 桑原雅夫, 赤松 隆 : 多起点多終点ODにおける渋滞延伸を考慮したリアクティブ動的利用者最適交通量配分, 土木学会論文集, No. 555/ IV-34, pp.91-102, 1997.
20. Kuwahara M. and Akamatsu T. : Decomposition of the Reactive Dynamic Assignments with Queues for a Many-to-Many Origin-Destination Pattern, *Transportation Research*, Vol.31B, No.1, pp.1-10, 1997.
21. 桑原雅夫 赤松隆: 動的ネットワーク解析 —これまでの知見とこれからの展望— 土木学会論文集 No. 653/IV-48 pp.3-16 土木学会 2000.7
22. 桑原雅夫, 吉井稔雄, 熊谷香太郎: 動的システム最適配分とランプ流入制御に関する研究—簡略ネットワークにおける基礎的分析—, 土木学会論文集, No. 667/IV, pp. 59-71, 2001.
23. 桑原雅夫: 動的な限界費用に関する理論的分析, 土木学会論文集, No.709/IV-56, pp.127-138, 土木学会 2002.7
24. 長江剛志, 赤松隆: リアルタイム観測情報を活用した動的なシステム最適交通配分: 確率制御アプローチ
25. Muñoz, J. C. and Laval, J. A.: System optimum dynamic traffic assignment graphical solution method for a congested freeway and one destination, *Transportation Research B*, Vol. 40, pp. 1-15, 2006.
26. Newell, G.F. : A Simplified Theory of Kinematic Waves in Highway Traffic, Part II: General Theory, *Transportation Research*, Vol.27B, No.4, pp.289-304, 1993.
27. Newell G.F.: The Morning Commute for Non-Identical Travelers, *Transportation Science*, Vol.21, No.2, pp.74-88, 1985.
28. Richards P.I. : Shock Waves on the Highway, *Operations Research*, 4, pp.42-51, 1956.
29. Smith M.J.: The Existence of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *International Symposium on Frontiers in Transportation Equilibrium and Supply Models*, Montreal, 1981.
30. Vickrey, W.S : Congestion Theory and Transportation Investment, *American Economic Review* 59, 1969.
31. Ziliaskopoulos, A.: A linear programming model for the single destination system optimum dynamic traffic assignment problem, *Transportation Science*, Vol. 34, pp. 1-12, 2000.
32. Mounce R. : Convergence in a continuous dynamic queueing model for traffic networks, *Transportation Research Part B: Methodological, Volume 40, Issue 9, November 2006, Pages 779-791*
33. 井料隆雅, 吉井稔雄, 朝倉康夫: 出発時刻選択問題の均衡状態に関する数理的解析, 土木学会論文集 巻: 779 巻号: 4-66 号, pp.105-118, 2005
34. Merchant, D.K. and Nemhouser, G.L.: A Model and an Algorithm for the Dynamic Traffic Assignment Problems, *Transportation Science* 12, pp.183-199, 1978.
35. Lam, W.H.K. and Huang, H.-S.: Dynamic User Optimal Traffic Assignment Model for Many to One Travel Demand, *Transportation Research* 29B, pp.243-259, 1995.
36. Wie, B.W., Friesz, T.L. and Tobin, R.L.: Dynamic User Optimal Traffic Assignment on Congested Multi-destination Networks, *Transportation Research* 24B, pp.431-442, 1990.
37. 赤松隆: 交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論, 土木計画学研究・論文集 No.13, pp.23-48, 1996.
38. Wie, B.W., Tobin, R.L., Bernstein, D. and Friesz, T.L.: A Discrete Time, Nested Cost Operator Approach to the Dynamic Network User-Equilibrium Problem, *Transportation Science*, Vol.29, pp.79-92, 1995.
39. Amott, R., De Palma, A. and Lindsey, R.: Properties of Dynamic Traffic Equilibrium Involving Bottlenecks, Including a Paradox and Metering, *Transportation Science* 27, 148-160, 1993.
40. De Palma, A., Ben-Akiva, M., Lefevre, C. and Litinas, N.: Stochastic Equilibrium Model of Peak Period Traffic Congestion, *Transportation Science*, Vol.17, No.4, 1983(38)
41. 井料隆雅, 桑原雅夫: 時間価値の個人差を考慮した道路混雑料金の理論的考察 · 交通工学, Vol.36, No.2, pp.43-52, 交通工学研究会, 2001.
42. S. Han and B.G. Heydecker : Consistent objectives and solution of dynamic user equilibrium models, *Transportation Research Part B: Methodological, Volume 40, Issue 1, Pages 16-34, 2006*