

人的投資を考慮した人口減少国と増加国の2国経済成長モデル*

Economic Growth Model with Human Capital Development in Population Decreasing and Increasing Countries*

安藤朝夫**

By Asao ANDO**

1. はじめに

日本では人口減少が年金システムの持続可能性等の観点から問題視されるが、世界的に見れば途上国における人口増加の問題がより深刻である。長期的には人口減少は国民の厚生水準の向上にするものであり、問題は短期的な持続可能性の維持にあるが、先進国と途上国という発展段階の異なる国の並存は、同時的には貿易と資本移動を通じて、動的的には債務の返済という形で補完的に機能する可能性がある。本研究は発展段階の異なる2国からなる経済を、簡単なSolow型経済成長モデルの枠組みを用いて記述し、出生率・死亡率を始めとする様々なパラメータの組み合わせの下で、経済の持続的成長の可能性を評価することを目的としている。

モデルは基本的には、"augmented Solow model"と呼ばれる教育と人的資本を導入したSolowモデル¹⁾を2国に拡張した形で記述される。人口増加率は消費水準に依存するという見方から、人口増加率を内生化するモデル²⁾も可能であるが、パラメータの変化に対する比較動学の立場から、本稿では外生的に扱うものとする。

はじめに1国モデルを定式化する。国間の関連は貿易、資本移動と移民によって記述される。資本移動はODAとFDIに区別されるとし、簡単のため政府は教育に特化していると考え(図-1参照)。次に2国モデルへの拡張を行う。この種のモデル定式化の枠組みとしては、多段階意思決定を伴う動学ゲーム、「北」の債権国をLeader、「南」の債務国をFollowerとするStackelberg問題などが考えられるが、本稿では世界政府が初期時点で全ての意思決定を行う最適制御問題を中心に検討する。その解は完全予見、First-bestという意味で、以後の分析の参照点を与えるものであり、2国モデルの定式化に際して解決すべき問題点を明らかにすることや、ODAを通じた人的投資の役割を含めて、人口減少をグローバルな視点で捉える上で、有意義であると考えられる。

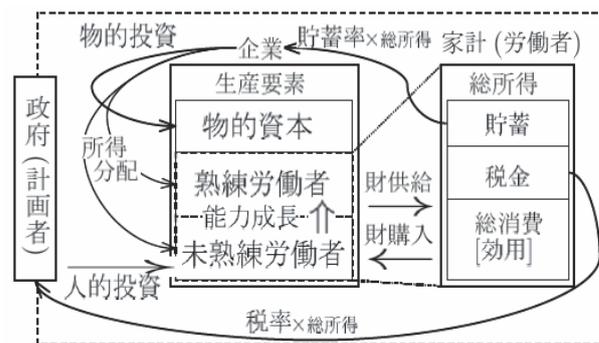


図-1 2階層1国モデルの概要

2. 1国モデル³⁾

国内企業は物的資本 K と2種類の労働(熟練労働 H と未熟練労働 L)を組み合わせて単一のニューメール財を生産し、その生産関数と利潤は集計的に表現される。

$$Y = f(K, H, L) \quad (1)$$

$$\pi = Y - rK - w_H H - w_L L \quad (2)$$

ここに利潤最大化の1階条件から、資本レント $r = f_K$ 、賃金率 $w_H = f_H, w_L = f_L$ が満たされる。

物的・人的資本に対する状態方程式は、以下のように記述される。

$$\dot{K} = I - \rho K \quad (3a)$$

$$\dot{H} = -\delta H + \psi(E) + \overline{MH} \quad (3b)$$

$$\dot{L} = g(H + L) - \delta L - \psi(E) \quad (3c)$$

ここに I は物的資本投資額、 ρ は減価償却率、 E は人的資本投資額(教育費)、 ψ はその効率関数、 g は出生率、 δ は死亡率であり、 \overline{MH} は外生的に与えられる熟練移民であり流入側を正とする。

上の定式化は以下の仮定を前提にしている。

- 仮定1** 1) 労働者と人口は同一視され、出生率・死亡率は階層によって異なるない。
2) 出生時には全員が未熟練であり、教育を通じて熟練労働者に転換される。その速度は投入された教育費の関数として表される。
3) 熟練労働者だけが国外へ移住可能である。■

*キーワード: 計画基礎論, 国土計画, 人口分布

**正員, Ph. D., 東北大学大学院情報科学研究科

(仙台市青葉区荒巻字青葉6-3-09, ando@is.tohoku.ac.jp)

国内総生産 Y は消費 C 、物的投資 I 、政府支出 G 、及び純輸出 \overline{NX} に費やされる。

$$Y = C + I + G + \overline{NX} \quad (4)$$

純輸出が正である場合、マクロバランスを保つためには、それと等しい額が ODA と FDI として国外に流出し、逆に負の場合は流入する必要があるが、後者には過去の債務返済も含まれる。流出(流入)額のうち ODA (及びその返済) が占める比率を ξ で表すと、以下のように書ける。

$$G = T - \xi \overline{NX} \quad (5a)$$

$$I = S - (1 - \xi) \overline{NX} \quad (5b)$$

ここに T は税収、 S は貯蓄であり、以下のような想定に基づくものである。

仮定 2 1) 純輸出が正の場合、ODA は税収から、FDI は貯蓄から支弁される。

2) 純輸出が負の場合、ODA は政府支出の、FDI は物的投資の原資となる。(返済の場合、前者は政府部門、後者は貯蓄部門へ返済される。) ■

さらに 1 人当たり所得を決めるために、物的資本の所有等に関して以下の仮定を設ける。

仮定 3 1) 企業は自国労働者によって保有され、企業利潤と資本レントの和は、全て労働者に分配される。

2) 熟練労働者は 1 人当たり未熟練労働者の θ 倍の試算を保有している。

3) 税率 τ 、貯蓄率 s は熟練度に拘らず共通である。■

この時、熟練・未熟練労働者 1 人当たりの所得は各々以下のようなものである。

$$y_H = w_H + \frac{\theta(\pi + rK)}{\theta H + L}, y_L = w_L + \frac{\pi + rK}{\theta H + L} \quad (6)$$

本モデルでは、未熟練労働者は教育を通じて熟練労働者に転換可能である。熟練労働者が保有する現在の物的資本の総額は過去の高い貯蓄額の成果であり、本来は過去の貯蓄履歴に応じて分配されるべきである。その場合、個人レベルの履歴をモデル内で保持する必要が生じて、運用上現実的ではない。(6) 式では簡単のため、熟練労働者に加わった瞬間に、従前からの熟練労働者と同額の利子・配当所得を受け取れるものと仮定している。

3) の仮定の下で、熟練・未熟練労働者の 1 人当たりの消費額は次のように表される。

$$c_H = (1 - s)(1 - \tau)y_H, c_L = (1 - s)(1 - \tau)y_L \quad (7)$$

従って、国内総消費は

$$C = c_H H + c_L L = (1 - s)(1 - \tau)(w_H H + w_L L + \pi + rK) \quad (8)$$

税収と貯蓄額は各々以下の式で与えられる。

$$T = \tau(w_H H + w_L L + \pi + rK) \quad (9)$$

$$S = s(1 - \tau)(w_H H + w_L L + \pi + rK) \quad (10)$$

政府支出額と物的投資額は、 T 、 S を (5a)、(5b) 式に代

入して得られる。また簡単のため、政府は人的投資のみを行うと仮定するので、 G は E と同一視できる。

さらに効用関数、利率に関して以下を仮定する。

仮定 4 1) 労働者の即時的効用は、各期の消費額のみ関数であり、労働者の熟練度に依存しない。

2) 将来効用に関する主観的割引率は ϕ 、債務返済に使用される利率は i に固定される。■

計画期間 (Planning horizon) を有限期間 $[0, T]$ として、長期的社会的厚生関数は、Bentham 的に

$$W = \int_0^T e^{-\phi t} \{u(c_H)H + u(c_L)L\} dt \quad (10)$$

で与えられるとし、(8)~(10) 式の右辺括弧内は国内総生産 Y に等しいこと、すなわち

$$f(K, H, L) = w_H H + w_L L + \pi + rK \quad (11)$$

に注意すれば、1 国の問題は 3 本の状態方程式 (3a)~(3b) の下で、(10) 式を最大化するような税率と貯蓄率の系列 $\{\tau(t), s(t) | t \in [0, T]\}$ を求めることに帰着される。

従って制御制約として、

$$0 \leq \tau \leq 1, 0 \leq s \leq 1 \quad (12)$$

初期条件として、

$$K(0) = K_0, H(0) = H_0, L(0) = L_0 \quad (13)$$

を考えればよい。終端条件は特に必要はないが、計画期間が有限であるため、「hit-and-run」戦略が採られる可能性がある。これを排除するためには、終端時刻における状態変数値を (13) 式と同様に定めることが考えられる。

2 国モデルの基本的な想定では、「北」の債権国が自国の最適化に基づいて将来の純輸出 $NX(t)$ を決定し、北の解に (−) の符号を付けたものを南は外生変数として受け取る設定が考えられる。また移住者数 $MH(t)$ も所得格差に基づいて内生的に決まるとするより、北が枠を決定することが現実的である (図-2 参照)。従って「南」の定式化では、これらは外生であると見なすことができるが、その場合の問題は以下のように記述できる。

Maximize (10) w. r. t. (τ, s)
subject to (3a), (3b), (3c), (12), (13),
where (c_H, c_L) are defined in (7).

この定式化では、制御制約が状態変数に依存しないから、随伴変数は以下の Hamilton 関数から求められる。

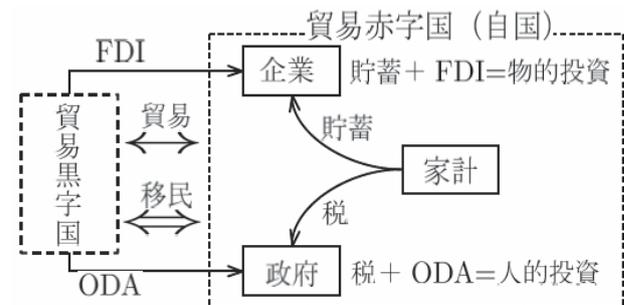


図-2 他国との相互関係

$$\begin{aligned}
H &= e^{-\phi} \{u(c_H)H + u(c_L)L\} \\
&+ \lambda(s(1-\tau)f(K, H, L) - (1-\xi)NX - \rho K) \\
&+ \mu\{-\delta H + \psi(\mathcal{J}(K, H, L) - \xi NX) + MH\} \\
&+ \nu\{g(H+L) - \delta L - \psi(\mathcal{J}(K, H, L) - \xi NX)\}
\end{aligned} \quad (14)$$

3. 2国モデルの問題点

(1) 2国間の相互関係

上に見たように2国モデルの場合、両国の決定権が対等であるとは限らず、たとえば北が純輸出額とそれに基づく返済額を一方的に決定する場合が考えられる。従って定式化に際しては、各主体がどの範囲の変数を決定するかについて自由度があるが、その点を除けば1国の場合の定式化と基本的に差異はなく、上の定式化に国の添字 $j \in \{1, 2\}$ を追加すれば足りる。ただし2国で閉じた経済を考える場合、純輸出と移民に関して、

$$NX_1 + NX_2 = 0, MH_1 + MH_2 = 0 \quad (15)$$

が成り立ち、これらが2国間の相互関係を規定する。

さらに計画期間全体を通して、ODAとFDIの区分ごとに債務が完済されることを想定するなら、

$$ODA: \int_0^T e^{-it} \xi(t) NX_j(t) dt = 0 \quad (16a)$$

$$FDI: \int_0^T e^{-it} (1 - \xi(t)) NX_j(t) dt = 0 \quad (16b)$$

が満たされる必要がある。ただしODAには無償・有償援助があり、後者の場合でも低い利子率の適用が一般的である。従って(16b)のみを考慮し、(16a)を要求しない定式化も検討する必要がある。動学的マクロモデルでは、定常状態の性質が議論されるのが通例だが、(16)式の下では定常状態は達成されないことにも注意されたい。

(2) 企業の所有と分配

1国モデルでは、労働者の転格に伴う企業の保有比率が問題となったが、2国モデルではFDIを通じた他国による企業保有の問題が加わる。たとえば*i*国の現存資本のうち*j*国の出資による部分は出資国の労働者に分配されるなら、*i*国の資本をマクロ的に捉えることはできなくなり、出資時期の履歴が重要になる。*j*国資本の時刻*t*における累積出資比率は、

$$\kappa_{ji}(t) = \frac{\int_0^t e^{-\rho(\tau-t)} S_j(\tau) d\tau}{\int_0^t e^{-\rho(\tau-t)} S_j(\tau) d\tau - \int_0^t e^{-\rho(\tau-t)} \xi(\tau) NX_j(\tau) d\tau} \quad (17)$$

外国(*i*国とする)の出資比率は $\kappa_{ji}(t) = 1 - \kappa_{ij}(t)$ と表すことができるから、この比率に従って利子・配当所得の原資を国間で分配するならば、たとえば両国の熟練労働者の所得は以下のように表現できる。

$$y_{Hj} = w_{Hj} + \frac{\theta_j \{\kappa_{ji}(\pi_j + r_j K_j) + \kappa_{ij}(\pi_i + r_i K_i)\}}{\theta_j H_j + L_j}$$

$$y_{Hi} = w_{Hi} + \frac{\theta_i \{\kappa_{ii}(\pi_i + r_i K_i) + \kappa_{ij}(\pi_j + r_j K_j)\}}{\theta_i H_i + L_i}$$

ただし(17)式は累積出資額のみによっており、出資時期による減価償却後の物的資本の残存価値の差異を考慮するなら、さらに複雑な計算が必要になる。さらに2国の場合には労働者の転格に加えて移住の問題がある。

移民が自己の出資金を持って移住すると仮定すれば、各国の資本保有比率は(17)式とは異なったものとなる。簡単のため、企業はすべて自国によって出資されたと考える場合でも、*j*国のマクロ的な資産所得相当額は H_{ji} を*i*国出身の*j*国居住者として、

$$\frac{H_{ji}}{H_j} \frac{\theta_j(\pi_j + r_j K_j)}{\theta_j(H_j - H_{ij} + H_{ji}) + L_j} + \frac{H_{ji}}{H_j} \frac{\theta_i(\pi_i + r_i K_i)}{\theta_i(H_i - H_{ji} + H_{ij}) + L_i}$$

のように書ける。移住履歴に応じて個人の受取額は異なるが、それを考慮すれば出生・死亡も含めて個人の履歴を保持が必要となり、マクロ分析の範囲を逸脱すると考えられるから、以下では単純に次の仮定を設ける。

仮定5 1) FDIは投資された時点で受取国労働者の保有となり、その出資金額の元利合計の返済を超える配当等の支払いが行われない。

2) 労働者はその出身国や移住時期に拘らず、居住国の労働者と同額の利子・配当所得を受取る。■

(3) 移民と価格水準

前章では熟練労働移民 \overline{MH} を外生的に与えたが、これを内生化するためには、単位時間内の移民率を所得格差の関数として表現するのが一般的である。たとえば、

$$MH_j / H_i = h(\max\{y_{Hi} - y_{Hj}, 0\}) \quad (18a)$$

のように、*j*国の所得が高い場合に*i*国の熟練労働者の一定比率が移住すると考える。ただし以下の定式化では

$$MH_1(t) = -MH_2(t) = \eta(c_{H1}(t) - c_{H2}(t)) \quad (18b)$$

のように、移民数は1人当たり消費額の差に比例的であると仮定する。即時的効用は消費の関数であり、国によって税率等が異なるためである。当然の帰結として、本稿のモデルでは移動制限のある未熟練労働者だけでなく、熟練労働者についても効用水準は均衡しない。

複数国のモデルでは、為替や価格変動が重要である。価格差は輸送費や商習慣を含む空間障壁によって生じ、たとえば初期時点における国1の物価水準をニューメーラールとするのが一般的である。しかし本稿では簡単のため、両国は単一のニューメーラール財を生産し、為替水準や価格水準はすべてこの財を基準に実質化されていると考える。

4. 2国モデルの定式化⁴⁾

最初に述べたように、2国モデルの解法には每期北と南の手番を繰り返す分権的・逐次的アプローチから、仮想的な「世界政府」が世界全体の長期的厚生最大化を

目指す集約的・一括アプローチまで多様な可能性があるが、本稿では後者の形で定式化を行う。基本的な定式化は1国モデルの制約式等を、国の添字を付けて区別することで得られるが、債務返済に関する(16)式、移民に関する(18b)式に加えて、幾つかの変更が必要になる。

税率・貯蓄率は(12)式のように非負であると考えるのが一般的であるが、国内所得以上に国外から資金が流入する場合には、実効税率・貯蓄率は負になる可能性があるから、本章では上限に関する条件のみを残す。

$$\tau \leq 1, \quad s \leq 1 \quad (19)$$

またODA, FDIの構成比率 ξ も内生的に決める必要があるが、それに関する制約を追加する。

$$0 \leq \xi(t) \leq 1 \quad (20)$$

(19)の結果、(5)式から定まる物的投資 I 、人的投資 E が負になる可能性を除くため、以下の非負条件を加える。

$$s_j(t)(1 - \tau_j(t))Y_j(t) - (1 - \xi(t))v_jNX(t) \geq 0 \quad (21a)$$

$$\tau_j(t)Y_j(t) - \xi(t)v_jNX(t) \geq 0 \quad (21b)$$

ここに NX を北の貿易収支とし、北を $j=2$ 、南を $j=1$ で表せば、 $NX_j = v_jNX$ ($v_1 \equiv 1, v_2 \equiv -1$)である。

(16)式に関しては、北の債権残高、南の債務残高を表す状態変数を導入すると便利である。

$$\text{ODA: } A_G = \int_0^t e^{-i\tau} \xi(\tau)NX(\tau)d\tau \quad (22a)$$

$$\text{FDI: } A_F = \int_0^t e^{-i\tau} (1 - \xi(\tau))NX(\tau)d\tau \quad (22b)$$

対応する状態方程式と初期条件は以下のように書ける。

$$\dot{A}_G = e^{-it} \xi(t)NX(t) \quad (23a)$$

$$\dot{A}_F = e^{-it} (1 - \xi(t))NX(t) \quad (23b)$$

$$A_G(0) = A_G(T) = 0, A_F(0) = A_F(T) = 0 \quad (24)$$

目的関数としては、(10)式の国別社会的厚生に終端時刻における物的・人的資本の残存価値 Φ を加えたものを国別にウェイト付けした関数を考える。

$$W = \sum_{j=1}^2 \omega_j \left[\int_0^T e^{-\rho t} \{u(c_{Hj}(t)H_j(t) + u(c_{Lj}(t)L_j(t))\} dt + \Phi(K_j(T), H_j(T), L_j(T)) \right] \quad (25)$$

まとめると2国の「最善問題」は以下のように書ける。

$$\text{Maximize (25) w. r. t. } \{s_j(t), \tau_j(t), NX(t), \xi(t)\}$$

s. t. state equations (3a), (3b), (3c), (22a), (22b), control constraints (19), (20), (21a), (21b), and initial/terminal conditions (13), (24).

この問題では、制御制約が状態変数を含むから、随伴変数は以下のLagrange関数から定めることができる。

$$L = e^{-\rho t} \sum_j \omega_j \{u(c_{Hj})H_j + u(c_{Lj})L_j\} + \lambda_{11} \{s_1(1 - \tau_1)f(K_1, H_1, L_1) - (1 - \xi)NX - \rho_1 K_1\} + \lambda_{12} \{s_2(1 - \tau_2)f(K_2, H_2, L_2) + (1 - \xi)NX - \rho_2 K_2\} + \lambda_{21} \{-\delta_1 H_1 + \psi(\tau_1 f(K_1, H_1, L_1) - \xi NX) + \eta(c_{H1} - c_{H2})\}$$

$$+ \lambda_{22} \{-\delta_2 H_2 + \psi(\tau_2 f(K_2, H_2, L_2) + \xi NX) - \eta(c_{H1} - c_{H2})\} + \lambda_{31} \{g_1(H_1 + L_1) - \delta_1 L_1 - \psi(\tau_1 f(K_1, H_1, L_1) - \xi NX)\} + \lambda_{32} \{g_2(H_2 + L_2) - \delta_2 L_2 - \psi(\tau_2 f(K_2, H_2, L_2) + \xi NX)\} + \lambda_4 e^{-\mu t} \xi NX + \lambda_5 e^{-\mu t} (1 - \xi)NX + \sum_j [\mu_{1j}(1 - s_j) + \mu_{2j}(1 - \tau_j) + \mu_{4j}(s_j(1 - \tau_j)f(K_j, H_j, L_j) - (1 - \xi)v_jNX) + \mu_{5j}(\tau_j f(K_j, H_j, L_j) - \xi v_jNX)] + \mu_3(1 - \xi) \quad (26)$$

ここに λ は随伴変数、 μ はLagrange乗数である。

5. 数値解析に向けて

本稿が提示するモデルは極めて単純化した設定に基づくものであり、たとえば出生・死亡は考慮されているが、Markov的であってOLGモデルのような明快さはない。また債務履行に関して重要な、不確実性の問題も考慮されていない。しかし最適条件は(26)式から機械的に導出できても、定常状態が期待できない状況では、僅か2ヶ国でも解の定性的な性質を得ることは殆ど不可能に見える。従って今後の分析は、生産関数・効用関数・教育効率関数などを特定化した上で、数値解析に拠らざるを得ない。

本モデルは多くのパラメータを含む。国別のパラメータには、出生率・死亡率・減価償却率・熟練労働者資産保有比率があり、共通パラメータには利子率・主観的割引率がある。特に債務返済条件の下では、解が存在するパラメータの組み合わせは極めて限定されると考えられる。しかし多次元パラメータ空間の中で、解の存在する範囲を明らかにすることができれば、今後の世界経済の共存共栄を通じた持続性に関して、有用な示唆を与えるものになると考えられる。

謝辞：本稿の作成に当たり、課題の一部を修士論文として取り組んでくれた張谷・黎の両氏、TAの労を取ってくれた米本清氏、及び日本学術振興会(基盤(A)16206052)の財政支援に謝意を表するものである。

参考文献

- 1) Mankiw, N.G., Romer, D., and Weil, D.N.: A Contribution to the Empirics of Economic Growth, QJE, vol. 107, pp. 407-432, 1992.
- 2) Hansen, G.D. and Prescott, E., Malthus to Solow, AER, vol. 92, pp. 1205-1217, 2002.
- 3) 張谷篤史：人的資本投資を考慮した経済成長モデルに関する研究，東北大学修士論文，2005.
- 4) 黎佳：人的投資を考慮した2国2階層経済成長モデルの研究，東北大学修士論文，2007.