

不動産賃料のヘドニック分析におけるクリギングの有用性と パラメータ推定法に関する実証分析*

On the Potential of Kriging for Hedonic Analysis of Rent and Performance of Parameter Estimation Techniques*

堤盛人**・吉田 靖***・瀬谷創****・川口 有一郎*****

By Morito TSUTSUMI**・Yasushi YOSHIDA***・Hajime SEYA****・Yuichiro KAWAGUCHI*****

1. はじめに

平成 10 年度から新規の国土交通省所管公共事業の採択時において費用対効果分析を含めた事業評価が本格化し、多くの事業評価手法マニュアルが策定されてきた (<http://www.mlit.go.jp/tec/hyouka/public/index.html>)。そのうち、市街地再開発事業や住宅市街地総合整備事業などでは、資産価値法に基づき、ヘドニックアプローチによる地価関数の作成を行い、便益の算出を行っている。

不動産の価格・賃料評価のためのデータ分析においては、空間的な相関を考慮することが不可欠である。空間的な相関を考慮する方法として、自然科学での適用を中心として発展してきた空間統計学(地球統計学)のクリギングと呼ばれる空間内挿手法を用い、都市における不動産評価を行う研究が近年発展を見せている。

本研究では、まず、東京 23 区における賃貸マンションの実際の賃料データをクリギングによって推定し、その有用を確認する。

一方、クリギングのパラメータ推定法に関しては、最尤法を含めていくつかの方法が知られているが、その実証比較は非常に限られている。本研究では、重み付き最小二乗法と一般化最小二乗法を組み合わせた方法、通常最尤法、制限付き最尤法に加え、近年その汎用性の高さが注目されているマルコフ連鎖モンテカルロ(MCMC)法を用いてパラメータの推定を行い、モデルの予測精度についての考察を行う。

2. クリギングを用いた不動産賃料推定モデル

(1) 基本モデル

本研究では、不動産の賃料を不動産の属性で推定するヘドニックモデルを用いる。変数の定義を兼ねて、まず

*キーワード: 不動産賃料、クリギング、制限付き最尤法、マルコフ連鎖モンテカルロ法

**正会員 博(工) 筑波大学 大学院システム情報工学研究科 (つくば市天王台1-1-1 tsutsumi@sk.tsukuba.ac.jp)

***非会員 博(経済) 千葉商科大学 大学院会計ファイナンス研究科

****学生会員 筑波大学大学院、システム情報工学研究科

*****正会員 工博 早稲田大学 大学院ファイナンス研究科

通常の線形回帰モデルの枠組みの中での基本形を示す。

$$y = X\beta + u \quad (1)$$

ここで、 y は賃料の対数を取った変数からなる $n \times 1$ の列ベクトル(ただし、 n はサンプルサイズを表す)、 X は説明変数のベクトル、 β は未知パラメータからなる列ベクトル、 u は $n \times 1$ の誤差ベクトルである。誤差ベクトルに関しては $E(u) = 0$ 、 $Var(u) = \sigma_0^2 I$ (I は単位行列)を仮定し、パラメータの推定を通常最小二乗法(OLS: Ordinary Least Squared Method)を用いることとする。以後本稿では、式(1)で示されるモデルを「基本モデル」と称することとする。

(2) 不動産価格・賃料推定における空間的相関の考慮

不動産物件の空間的な相関を考慮する方法としては様々なものがあるが、操作が比較的容易であり、実用性に優れるものとして、本研究では式(1)の誤差項においてこれを考慮するアプローチを用いることとする。そのようなアプローチとしては、具体的には、Anselin (1988)などに代表される空間計量経済学に基づくものと、Cressie (1993)などに代表される(狭義の)空間統計学(あるいは地球統計学)に基づくものの、大きく二つに大別されよう。

前者のアプローチに基づく地価の分析の例としてはCan (1992)などがあり、我が国では高塚・樋口 (1996)などがある。しかし、このアプローチでは、そのままの形で、モデルの作成において考慮した物件以外の物件の価格を予測することが困難であるという問題を抱える。そこで本研究では、任意の地点の予測が可能な後者のアプローチであるクリギング(kriging)と呼ばれる空間内挿手法を採用する。そのような研究例としては、Valente *et al.* (2005)があり、我が国ではさらに時空間へ発展させた時空間内挿手法を用いた井上他 (2005)がある。

(3) クリギングを用いた不動産賃料推定モデルの概要

より正確には、本研究で用いるのは以下に示すような regression kriging と呼ばれるものである。

$$y \sim N(X\beta, \Sigma), \Sigma = \sigma^2 H(\phi) + \tau^2 I \quad (2)$$

ここで、 Σ は誤差に関する $n \times n$ の共分散行列であり、 σ^2, τ^2 はそれぞれパラメータである。 $H(\phi)$ は地球統計学ではcovariogramと呼ばれ定常性の仮定の下で距離のみ関数により表現できると仮定する。具体的には $H(\phi)$ は $n \times n$ の行列であり、本研究では、その (i, j) 要素を地点 i, j の座標 s_i, s_j を用いて計算される距離 $\|s_i - s_j\|$ とパラメータ ϕ を用いて $\exp(-\|s_i - s_j\|/\phi)$ という関数 (\cdot) によって定義する。パラメータをまとめて、 $\theta = (\beta, \sigma^2, \tau^2, \phi)'$ と記す。本研究では、式(2)によって表されるモデルを「空間モデル」と称することとする。

Valente *et al.* (2005) では、これと同じタイプのモデルを用いて米国の提示賃料データを分析し、モデルの有用性を示している。

(4) モデルのパラメータ推定法

式(2)のパラメータの推定法として種々のものが提案されているが、まずは最も基本的な方法として、最尤法 (ML : Maximum Likelihood Method) を適用する。

一方、今日のようにコンピュータの計算速度が速くない時代には ML の適用は困難であり、covariogram を発見的な方法で求めるという手法が用いられていた。これに対し Cressie (1985) では、covariogram を重み付き最小二乗法 (WLS : Weighted Least Squared Method) により求め、その結果から誤差項の分散共分散行列を計算し、一般化最小二乗法 (GLS : Generalized Least Squared Method) を適用してパラメータを推定する方法 (ここでは、WLS-GLS と記すことにする) を提案した。本研究では WLS-GLS についても適用する。

最尤法を用いてパラメータを推定すると covariogram のパラメータの推定量は負の bias を持つという問題が発生することが知られている。この問題に対し、Kitanidis(1985)では、パラメータ推定に制限付き最尤法 (REML : Restricted Maximum Likelihood Method) を適用することを提案し、simulation によって ML と REML による推定値の比較を行うことで、REML の適用により共分散のパラメータの推定値の精度が向上することを確認している。本島他(2002)では、実際の降雨データを用いて、特に小標本の場合における制限付き最尤法の適用による空間内挿の精度向上を確認している。しかしながら、Kriging への REML の適用に関する実証研究はまだ多くない。そこで本研究では、REML の適用も行う。

さらに、近年その実用性が注目されているマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC : Markov Chain Monte Carlo) 法 (大森(2005)や中妻(2003)など参照) も適用する。

クリギングのパラメータを MCMC 法によって推定する手順については、Banerjee *et al.* (2003) に従う。

まず、パラメータ θ の事前分布 $p(\theta)$ が $p(\theta) = p(\beta)$

$p(\sigma^2) p(\tau^2) p(\phi)$ と書けるとする。今、データ y の発生機構として $(\sigma^2, \phi) \rightarrow (\theta, w) \rightarrow y$ のような多段階なモデル (階層ベイズモデル) を考える。すなわち、式(2)の代わりに $y|\theta, w \sim N(X\beta + w, \tau^2 I)$ と記し、 $w|\sigma^2, \phi \sim N(0, \sigma^2 H(\phi))$ とする。この時、パラメータ θ は $\theta = (\beta, \tau^2, w)'$ と書ける。ここで、事前分布としては、扱いが比較的容易でありあまり多くの事前情報を仮定しない分布を採用し、 $\beta \sim N(c, T)$ 、 $\sigma^2 \sim IG(a_\sigma, b_\sigma)$ 、 $\tau^2 \sim IG(a_\tau, b_\tau)$ 、 $p(\phi) \propto 1/\phi$ とする。ただし、 $IG(\cdot, \cdot)$ は逆ガンマ分布を表す。

$(\beta, w, \sigma^2, \tau^2)$ のサンプリングにはギブス・サンプラー (Gibbs sampler) を、 ϕ のサンプリングにはメトロポリス・ヘイスティングス・アルゴリズム (Metropolis-Hastings algorithm) を用いる。MCMC法の適用では 11,000 個の標本を作製し、初期値に依存する最初の 1,000 個を捨てることとする。

3. 東京 23 区の賃料データを用いた実証分析

(1) データの概要

本研究では、不動産情報ネットワークの老舗の一つである、アットホーム(株)より提供を受けた、平成 18 年 1 月から 5 月にかけて取引情報として登録された東京 23 区のマンションのデータを用いる。データには、賃料 (円/月) ・専有 (建物) 面積 (m^2) ・建物構造 ・物件の所在地を示す経度 ・緯度情報などが含まれる。

交通利便性を示す指標としては、各物件から東京 ・大手町 ・新宿の各駅までの所要時間のうち最短時間を用いることとする。データには最寄り駅までのバス ・徒歩による時間等も含まれているのでこれを利用する。ただし、鉄道所要時間については、別途、(株)ヴァル研究所の「駅すばあと」 (2006 年 10 月版) により算出した。

(2) 分析の手順

図 1 には、モデル推定に用いた 150 サンプル物件の位置と 1 ヶ月 ・ 1 m^2 当たりの賃料 (円) を示している。被説明変数として賃料 (円/ m^2) の対数をとったものを用いる。推定したモデルの精度を検証するために、推定用とは別に 50 点を検証用として確保した。図 2 にはこの検証用のデータの位置も示している。検証用データにおける実際の賃料 (の対数) とモデルによって推定された賃料 (の対数) 差から、平均平方二乗誤差 (RMSE: Root Mean Squared Error) を計算し比較する。

サンプルサイズの違いによる結果の違いについて考察するため、本稿では 150 のサンプルから抜き出した 90 のサンプルについても推定を行う。

基本モデルは OLS、空間モデルは ML ・ WLS-GLS ・ REML ・ MCMC により推定する。



図1 150 物件の位置と賃料水準



図2 推定用の150 物件 (灰色) と
検証用50 物件 (黒色) の位置

4. 分析結果と考察

(1) モデルに採用した説明変数

基本モデルを OLS によって推定した上で本研究においてモデルの説明変数として採用した変数を表1に示す。

表1 説明変数の内容

表中の表記	変数の内容
constant	定数
train	最寄り鉄道駅から東京/大手町/新宿までの最短時間
BoT, Tokyo *	都営鉄道ダミー
Odakyu *	小田急線ダミー
walk	最寄り鉄道駅までの徒歩による所要時間(分)
bus	最寄りバス停から最寄り鉄道駅までの時間(分)
floor area (log)	専有面積 (m ²) の平方根
age (sqr)	築年数 (年) の平方根
reinforced concrete *	鉄筋コンクリート造 (該当:1 該当しない:0)
nos. of rooms	部屋の数
one-room type *	ワンルームタイプ (該当:1 該当しない:0)
1K-type *	1Kタイプ (該当:1 該当しない:0)
parking lot *	駐車場の有無 (有:1 無:0)
self-locking *	オートロック (該当:1 該当しない:0)
variance of error	誤差の分散
nugget	τ^2
partial-sill	σ^2
range	ϕ

(2) モデルの推定結果とその考察

表2及び表3に、サンプルサイズが150及び90の場合のモデルの推定結果を示す(ただし、MCMCに関するt値は参考までに計算したもの)。これらの表中では、表1の左に示すような略記を用いている。

まず、基本モデルとクリギングを導入した空間モデルそれぞれから計算されたRMSEを比べると、いずれのサンプルの場合でもクリギングの導入が顕著に推定精度の向上をもたらしていることが分かる。また、基本モデルの推定誤差分散と、WLS-GLSとMCMCによって推定した空間モデルにおけるnugget + partial-sillのそれぞれの値は、ほぼ同じ位の値(0.033前後)となっていることが確認できる。

空間モデルにおけるMLとREMLの推定結果の比較においては、サンプルサイズが90の場合のRMSEの値はREMLの方がRMLより小さいのに対し、サンプルサイズが150の場合には僅かであるがREMLの方が大きくなっている。REMLでは、特にrangeのパラメータ ϕ の推定値が他の推定法による値に比べて大きくなる傾向が見られた。これに対し、WLS-GLSは残差の外れ値に対して頑健な方法になっているためか(図3)、そのような傾向は見られなかった。ここで、地点間の距離 $\|s_i - s_j\|$ は「km」を単位としたデータを用いているため、 ϕ の値は「km」の単位として理解して良い。誤差項の空間的な相関を分析の主眼に置く場合には、この値の差は大きいと言えよう。なお、MLによるcovariogramのパラメータを過小推定するという点を考慮しても、REMLによるパラメータの値がより妥当なものとなっているのかについては、現在、考察中である。

本研究で用いたデータに関してRMSEで判断する限り、regression krigingのパラメータ推定手法としてのWLS-GLS・ML・REML・MCMCの性能はさほど大きな違いを見せず、優劣をつけ難い。

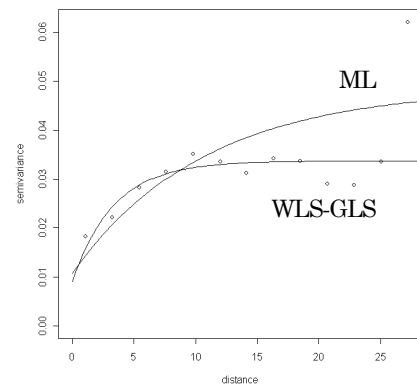


図3 semivariogramの推定結果

表2 パラメータの推定結果とモデルの推定精度 (サンプルサイズ: 150 の場合)

Sample size: 150															
Method	Simple Regression Model			Spatial Model (Regression Kriging)											
	OLS			WLS-GLS			ML			REML			MCMC		
Variables	Coef.	Std. Dev.	t-value	Coef.	Std. Dev.	t-value	Coef.	Std. Dev.	t-value	Coef.	Std. Dev.	t-value	Coef.	Std. Dev.	t-value
constant	9.5581	0.2828	33.80	9.5358	0.2775	34.45	9.3822	0.2722	34.46	9.3330	0.3007	31.04	9.5727	0.2373	40.34
train	-0.7674	0.0914	-8.40	-0.4420	0.1421	-5.40	-0.3541	0.1341	-2.64	-0.3295	0.1427	-2.31	-0.4663	0.1143	-4.08
BoT, Tokyo *	-0.0337	0.0454	-0.74	-0.0398	0.0379	-0.89	-0.0454	0.0339	-1.34	-0.0466	0.0354	-1.32	-0.0403	0.0381	-1.06
Odakyu *	0.0698	0.1909	0.37	-0.1016	0.1730	0.40	-0.1313	0.1517	-0.87	-0.1385	0.1584	-0.87	-0.0971	0.1740	-0.56
walk	-0.1238	0.0487	-2.54	-0.1100	0.0373	-3.32	-0.1078	0.0338	-3.19	-0.1071	0.0353	-3.03	-0.1119	0.0380	-2.94
bus	-0.0359	0.0107	-3.35	-0.0301	0.0097	-3.72	-0.0274	0.0087	-3.16	-0.0263	0.0091	-2.88	-0.0307	0.0099	-3.10
floor area (log)	-0.2517	0.1484	-1.70	-0.4912	0.1103	-2.28	-0.4785	0.1011	-4.73	-0.4757	0.1058	-4.50	-0.4924	0.1120	-4.40
age (sqr)	-0.0442	0.0136	-3.25	-0.0472	0.0099	-4.49	-0.0480	0.0090	-5.32	-0.0483	0.0094	-5.12	-0.0468	0.0099	-4.73
reinforced concrete *	0.0218	0.0488	0.45	-0.0092	0.0371	0.59	-0.0123	0.0341	-0.36	-0.0135	0.0358	-0.38	-0.0097	0.0381	-0.25
nos. of rooms	-0.0136	0.0342	-0.40	0.0010	0.0253	-0.54	0.0028	0.0231	0.12	0.0028	0.0242	0.12	0.0012	0.0257	0.05
one-room type *	0.1028	0.0662	1.55	0.0551	0.0464	2.21	0.0659	0.0428	1.54	0.0678	0.0448	1.51	0.0539	0.0493	1.09
1K-type *	0.1015	0.0601	1.69	0.0383	0.0442	2.30	0.0407	0.0407	1.00	0.0414	0.0426	0.97	0.0387	0.0432	0.90
parking lot *	0.2497	0.0904	2.76	0.2029	0.0725	3.45	0.1974	0.0642	3.07	0.1962	0.0669	2.93	0.2079	0.0716	2.90
self-locking *	0.0470	0.0373	1.26	0.0302	0.0263	1.79	0.0265	0.0242	1.10	0.0259	0.0253	1.02	0.0309	0.0288	1.07
variance of error	0.0339			0.0091			0.0258			0.0107			0.0088		
nugget(τ^2)				0.0247			0.0096			0.0379			0.0224		
partial-sill(σ^2)				3.4015			7.3295			10.6900			3.0705		
range(ϕ)															
Root mean square error(RMSE)	0.7687			0.5539			0.5485			0.5497			0.5532		

表3 パラメータの推定結果とモデルの推定精度 (サンプルサイズ: 90 の場合)

Sample size: 90															
Method	Simple Regression Model			Spatial Model (Regression Kriging)											
	OLS			WLS-GLS			ML			REML			MCMC(90)		
Variables	Coef.	Std. Dev.	t-value	Coef.	Std. Dev.	t-value	Coef.	Std. Dev.	t-value	Coef.	Std. Dev.	t-value	Coef.	Std. Dev.	t-value
constant	9.8081	0.3586	27.35	9.5909	0.3405	28.07	9.3430	0.3128	29.87	9.2653	0.3801	24.37	9.455	0.3121	30.29
train	-0.7233	0.1174	-6.16	-0.4444	0.1630	-4.71	-0.2998	0.1517	-1.98	-0.2699	0.1667	-1.62	-0.3809	0.1564	-2.44
BoT, Tokyo *	-0.0473	0.0582	-0.81	-0.0847	0.0460	-1.03	-0.0924	0.0363	-2.54	-0.0937	0.0393	-2.39	-0.0875	0.045	-1.94
Odakyu *	-0.0209	0.1933	-0.11	-0.1831	0.1780	-0.12	-0.2024	0.1495	-1.35	-0.2148	0.1592	-1.35	-0.1306	0.176	-0.74
walk	-0.1522	0.0663	-2.30	-0.1721	0.0544	-2.28	-0.1563	0.0432	-3.62	-0.1583	0.0465	-3.40	-0.1541	0.0516	-2.99
bus	-0.0444	0.0199	-2.23	-0.0396	0.0188	-1.91	-0.0307	0.0170	-1.81	-0.0260	0.0186	-1.40	-0.0441	0.0186	-2.37
floor area (log)	-0.5140	0.1987	-2.59	-0.5464	0.1560	-1.61	-0.5126	0.1229	-4.17	-0.5090	0.1334	-3.82	-0.4999	0.1441	-3.47
age (sqr)	-0.0241	0.0167	-1.44	-0.0408	0.0127	-3.48	-0.0430	0.0100	-4.32	-0.0428	0.0108	-3.96	-0.0418	0.0117	-3.57
reinforced concrete *	0.0278	0.0612	0.45	0.0038	0.0454	0.61	-0.0070	0.0355	-0.20	-0.0081	0.0385	-0.21	-0.0084	0.0433	-0.19
nos. of rooms	0.0118	0.0420	0.28	0.0204	0.0333	0.35	0.0111	0.0263	0.42	0.0116	0.0285	0.41	0.0118	0.0296	0.40
one-room type *	0.0304	0.0961	0.32	0.0992	0.0721	0.42	0.1235	0.0564	2.19	0.1250	0.0612	2.04	0.1225	0.0661	1.85
1K-type *	0.0067	0.0738	0.09	0.0183	0.0563	0.12	0.0236	0.0442	0.53	0.0251	0.0480	0.52	0.0329	0.0502	0.66
parking lot *	0.3090	0.1029	3.00	0.2494	0.0867	3.57	0.2191	0.0690	3.18	0.2192	0.0735	2.98	0.2159	0.0822	2.63
self-locking *	0.1463	0.0482	3.04	0.0799	0.0357	4.10	0.0667	0.0278	2.40	0.0660	0.0303	2.18	0.0729	0.0306	2.38
variance of error	0.0329			0.0129			0.0366			0.0066			0.0052		
nugget(τ^2)				0.0196			0.0051			0.0741			0.0286		
partial-sill(σ^2)				5.6520			8.0477			16.2000			3.1315		
range(ϕ)															
Root mean square error(RMSE)	0.8470			0.6672			0.6821			0.6780			0.6843		

参考文献

- 井上 亮・木越尚之・清水英範 (2005) : 「時空間クリギングの地価推定への適用可能性の検討」, 『地理情報システム学会講演論文集』, 14, pp.39-42.
- 大森裕浩(2005) : 「マルコフ連鎖モンテカルロ法の基礎と統計科学への応用」, 伊庭幸人・種村正美・大森裕浩・和合肇・伊藤整尚・高橋明彦, 『マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺』, pp.151-211.
- 高塚創・樋口洋一郎 (1996) : 「空間的自己相関分析手法を用いた地価の空間的連関に関する統計的検証」, 『地域学研究』, pp.139-152.
- 中妻照雄(2003) : 「フィナンスのための MCMC 法によるベイズ分析」, 三菱経済研究所
- 本島貴之・堤盛人・清水英範(2002) : 「制限付き最尤法を用いた Kriging に関する実証研究」, 『日本写真測量学会 平成 14 年度 年次学術講演会 講演集』, pp.275-278.
- Anselin, L. (1988): Spatial Econometrics: Methods and Models, Kluwer Academic.
- Banerjee, S., Carlin, B.P. and Gelfand, A.E.(2003): Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data, Chapman & Hall/CRC.
- Benirschka, M. and Binkley, J. K.(1994) : Land Price Volatility in a Geographically Dispersed Market, *Journal of the American Journal of Agricultural Economics*, 76, pp.185-195.
- Can, A.(1992): Specific and Estimation of Hedonic Housing Price Models, *Regional Science and Urban Economics*, 22, pp.453-474.
- Cressie, N.(1985): Fitting Variogram Models by Weighted Least Squares. *Mathematical Geology*, 17, pp.563-586.
- Cressie, N.(1993): Statistics for Spatial Data, Revised Edition, John Wiley & Sons.
- Valente, J. Wu, S.S. Gelfand, A. and Sirmans, C. F.(2005): Apartment Rent Prediction Using Spatial Modeling, *Journal of Real Estate Research*, 27, pp.105-136.