

Unscentedカルマンフィルターを用いた交通状態のフィードバック推定*

Feedback Estimation of Traffic States Using Unscented Kalman Filter*

Rattaphol PUEBOOBPAPHAN **・中辻 隆***・鈴木 宏典****

By Rattaphol PUEBOOBPAPHAN**・Takashi NAKATSUJI***・Hironori SUZUKI****

1. はじめに

カルマンフィルター法は、システムのフィードバック制御手法として数十年来広く用いられているが、1990年代末にその演算アルゴリズムに画期的な革新がもたらされた。従来のカルマンフィルター法においては、未知の状態変量の時間的変動を記述する状態方程式、および状態変量と実際に観測される計測変量間の関係を記述する観測方程式は明示的な関数関係を定義されることを自明の要件とされてきた。しかしながら、新たに提案されたUnscentedカルマンフィルター¹⁾においては、明示的に関数表現された方程式を必ずしも必要としなくなった。すなわち、複雑な構造を有するシミュレーションモデルを状態/観測方程式としてとることができることを意味しその適用性を大きく拡大した。また、非線形カルマンフィルターのテイラー展開において2次項までの精度を保証していること、あるいは従来の非線形カルマンフィルターで数値計算誤差の原因となっていたカルマンゲイン算出のための微分演算が不要とことなど数値計算上も優れた特性を有している。

交通流の分野においてもカルマンフィルターは交通密度や空間平均速度などの交通状態やOD交通量やOD旅行時間の動的推定に用いられてきている。直接計測することが困難であるこれらの交通変量を比較的計測が容易な車両感知器データ等を用いて間接的に推定しようとするフィードバック推定法は1970年代にCremer²⁾らによって確立された。そこでは、状態方程式と観測方程式を明示的に表現するために、状態方程式としてはPayne³⁾によって提案された高次マクロモデルを、観測方程式としては、 $Q=KV$ 式と空間平均速度と地点平均速度の間に線形の経験式を用いていることを特徴としている。

Unscentedカルマンフィルターにおいては、マクロ交通流モデルに限らず、交通密度と空間平均速度の時間的変動さえ算定出来ればマイクロやマクロを問わず如何なる交通シミュレーションモデルの利用可能である。また、観測方程式に関しても、従来の固定点における車両感知器データだけでなく、シミュレーションモデルの中に取り込みさえすれば、プローブ車による線的なデータやETCやAVIなどの新たなタイプの計測データの利用も可能となってきている。

本論文においては、Unscentedカルマンフィルターを用いた交通状態(密度と空間平均速度)の動的推定に関する定式化と数値解析事例を紹介する。なお、OD交通量の動的推定に関してはPueboobpaphan⁴⁾に詳しい。

2. 交通状態量のオンライン推定手法

(1) 拡張カルマンフィルター(EKF)

時刻 k における状態変量 $\mathbf{x}(k)$ の時間変動を表す状態方程式 \mathbf{f} と $\mathbf{x}(k)$ と計測変量 $\mathbf{y}(k)$ の関係を表す計測方程式 \mathbf{g} がともに非線形関数であると仮定する。すなわち、

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k) &= \mathbf{f}[\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1)] + \mathbf{v}(k-1) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{g}[\mathbf{x}(k)] + \mathbf{w}(k)\end{aligned}\quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u}(k)$ は入力変数、 $\mathbf{v}(k)$ と $\mathbf{w}(k)$ は誤差を表している。両式をTaylor展開し1次項までの近似を行い線形したものを拡張カルマンフィルター(EKF)という。

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k) &\cong \mathbf{A}_{k-1}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}_{k-1}\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{p}(k-1) + \mathbf{v}(k-1) \\ \mathbf{y}(k) &\cong \mathbf{C}_k\mathbf{x}(k) + \mathbf{q}(k) + \mathbf{w}(k)\end{aligned}\quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{p}(k)$ と $\mathbf{q}(k)$ は定数項であり

$$\mathbf{A}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k), \bar{\mathbf{u}}(k)} \quad \mathbf{B}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k), \bar{\mathbf{u}}(k)} \quad \mathbf{C}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k)} \quad (3)$$

従って、線形カルマンフィルターの理論を適用すると、状態変量 $\mathbf{x}(k)$ と計測変量 $\mathbf{y}(k)$ の予測値を

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}(k) &= \mathbf{f}[\hat{\mathbf{x}}(k-1), \mathbf{u}(k-1)] \\ \tilde{\mathbf{y}}(k) &= \mathbf{g}[\tilde{\mathbf{x}}(k)]\end{aligned}\quad (4)$$

と表さす時、状態変量は次式に従って補正される。

*キーワード: オンライン推定、Unscentedカルマンフィルター、交通密度、Cell Transmission Model

**学生員、北海道大学大学院工学研究科、(札幌市北区北13条西8丁目、TEL011-706-6217、FAX011-706-6216)

***正員、工博、北海道大学大学院工学研究科、(札幌市北区北13条西8丁目、TEL011-706-6215、FAX011-706-6216)

****正員、工博、日本工業大学システム工学科、(埼玉県南埼玉郡宮代町学園台4-1、TEL 0480-34-4111)

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{y}(k) - \tilde{\mathbf{y}}(k)] \quad (5)$$

ここで \mathbf{K}_k はカルマンゲインと呼ばれ

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{xx}(k) &= \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{P}(k-1) \mathbf{A}_{k-1}^T + \mathbf{V}(k-1) \\ \mathbf{M}^{xy}(k) &= \mathbf{M}^{xx}(k) \mathbf{C}_k^T \\ \mathbf{M}^{yy}(k) &= \mathbf{C}_k \mathbf{M}^{xx}(k) \mathbf{C}_k^T + \mathbf{W}(k) \\ \mathbf{K}(k) &= \mathbf{M}^{xy}(k) [\mathbf{M}^{yy}(k)]^{-1} \\ \mathbf{P}(k) &= \mathbf{M}^{xx}(k) - \mathbf{K}(k) \mathbf{C}_k \mathbf{M}^{xx}(k) \end{aligned} \quad (6)$$

$\mathbf{V}(k)$ と $\mathbf{W}(k)$ は、誤差 $\mathbf{v}(k)$ と $\mathbf{w}(k)$ の共分散行列、 $\mathbf{M}(k)$ と $\mathbf{P}(k)$ はそれぞれ状態変量の推定値 $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ と $\hat{\mathbf{x}}(k)$ の誤差の共分散行列を表している。

(2) Unscentedカルマンフィルタ (UKF)

Unscentedカルマンフィルタ (UKF) は、式(1)において2次項まで含んでTaylor展開を行った近似式の平均値と分散に関心を払う。即ち、一般的に非線形関数

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(k)] \quad (7)$$

を2次項まで含めて Taylor 展開した時、 $\mathbf{z}(k)$ の近似値の平均値と分散、および $\mathbf{x}(k)$ との共分散をそれぞれ $\bar{\mathbf{z}}$ 、 \mathbf{P}_{zz} 、 \mathbf{P}_{xz} と表す。また $\mathbf{x}(k)$ の分散行列 \mathbf{P}_{xx} をCholesky分解しその下三角行列の*i*列目要素を σ_i とした時

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}_0 &= \bar{\mathbf{x}} \\ \boldsymbol{\varphi}_1 &= \bar{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\sigma}_1, \quad \boldsymbol{\varphi}_2 = \bar{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\sigma}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_n = \bar{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\sigma}_n \\ \boldsymbol{\varphi}_{n+1} &= \bar{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\sigma}_1, \quad \boldsymbol{\varphi}_{n+2} = \bar{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\sigma}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_{2n} = \bar{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\sigma}_n \end{aligned} \quad (8)$$

をUnscented変換と定義する。さらに、その非線形関数

$$\boldsymbol{\psi}_i = \mathbf{f}(\boldsymbol{\varphi}_i) \quad (9)$$

を定義する時、先の $\mathbf{z}(k)$ に関する分散との間に

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{zz} &= \sum_{i=0}^{2n} h_i [(\boldsymbol{\psi}_i - \bar{\boldsymbol{\psi}})(\boldsymbol{\psi}_i - \bar{\boldsymbol{\psi}})^T] \\ \mathbf{P}_{xz} &= \sum_{i=0}^{2n} h_i [(\boldsymbol{\varphi}_i - \bar{\boldsymbol{\varphi}})(\boldsymbol{\psi}_i - \bar{\boldsymbol{\psi}})^T] \end{aligned} \quad (10)$$

なる関係を導くことができる。ここで、 h_i は予め決められた重み定数である。すなわち、式(10)は、 $\mathbf{z}(k)$ の平均値と分散、およびは $\mathbf{x}(k)$ と $\mathbf{z}(k)$ の共分散はUnscented変換によって $\boldsymbol{\phi}(k)$ と $\boldsymbol{\Psi}(k)$ に関する総和演算に帰着することを意味している。

EKFにおいては、式(3)による微分演算が困難な場合があるだけでなく、式(6)のカルマンゲインや共分散行列演算において精度の低下を招く原因となっている。

式(10)は、推定値の誤差の共分散行列を式(8)(9)に従った変換を行うことによって、式(3)の微分演算なしにカルマンゲイン等を求めることができることを表している。必要な演算は $\mathbf{P}(k)$ と $\mathbf{M}^{xx}(k)$ のCholesky分解である。

(3) マクロ交通流シミュレーションモデル

Unscentedカルマンフィルタにおいては、式(1)(2)に交通シミュレーションモデルを用いることを最大の特徴としており、逆にシミュレーションモデルの選択が重要となっている。状態変量の時間変動(式(1))と計測変量との関係(式(2))が表現さえしていればマイクロやマクロモデルに限らず、如何なるシミュレーションモデルも利用可能である。しかしながら、従来カルマンフィルタとの融和性からマクロモデルが用いられてきていることからここではマクロ交通流モデルを採用している。マクロ交通流モデルに関しては、1990年代中期におけるDaganzo⁶⁾による高次モデル批判を契機に多くの議論と新モデルが提案されている⁷⁾。

Daganzoによって提案されたCell Transmission Model (CTM)⁸⁾は、マクロ交通流モデルの中で単純マクロモデルに分類され、上流部からの需要と下流部における時間的、空間的容量を考慮して境界での交通量を決定しているので待ち行列の形成表現が正確であり、渋滞時の交通流の表現精度に優れていると言われている。わが国で広く用いられているブロック密度法も基本的には同じ概念に基づいている。Lebacque⁹⁾は、上流からの需要交通量と下流における供給可能交通量の定義を体系化するとともに、差分計算法のGodunov法に基づいた定式化を行っているが、本研究ではこの定式化によっている。

図-1に示すように道路区間を細分化し、時刻*k*のセグメント*i*での密度 ρ_i^k 、空間平均速度 v_i^k 、交通量 q_i^k 、および地点速度 w_i^k を定義する。必要に応じて車線ごとに定義を行う。

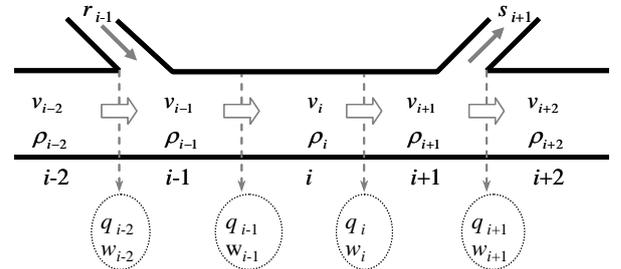


図-1 道路のセグメント化とマクロ交通変量

CTMでは、上流と下流からの需要交通量と供給可能交通量をもとに断面交通量の算定を。

$$D_i^k = \begin{cases} Q_e(\rho_i^k) & \text{if } \rho_i^k \leq \rho_{i,c}^k \\ q_{\max,i}^k & \text{if } \rho_i^k \geq \rho_{i,c}^k \end{cases} \quad (11)$$

$$S_{i+1}^k = \begin{cases} q_{\max,i+1}^k & \text{if } \rho_{i+1}^k \leq \rho_{i+1,c}^k \\ Q_e(\rho_{i+1}^k) & \text{if } \rho_{i+1}^k \geq \rho_{i+1,c}^k \end{cases} \quad (12)$$

$$q_j^k = \min\{D_i^k, S_{i+1}^k\} \quad (13)$$

ここで、 $Q_e(\rho)$ は密度-交通量曲線、 $\rho_{i,c}^k$ と $q_{\max,i}^k$ は臨界点における密度と交通量を表している。オンランプ、オフランプでも同様の需要と供給の考えに基づいて定式化を行うことができる。断面交通量が算定されると、密度は連続式で更新される。

$$\rho_i^{k+1} = \rho_i^k + \frac{\Delta t}{\Delta x} (q_{i-1}^k - q_i^k) \quad (14)$$

本解析では単純マクロモデルCTMに立脚しているため、空間平均速度は事前に設定した密度-速度曲線 $V_e(\rho)$ から一意的に求めることになる。ここでは以下の非線形式を仮定した。

$$v = V_e(\rho) = v_f \left(1 - \left[\frac{\rho}{\rho_{jam}} \right]^a \right)^b \quad (15)$$

ここで ρ_{jam} は渋滞密度、 v_f は自由流速度であるが、パラメータ a 、 b も含め実測データから求めるものとした。

(4) 交通状態のオンライン推定手順

各セグメントにおける密度 ρ_i を状態変数 $\mathbf{x}(k)$ とする。

$$\mathbf{x}^k = [\rho_1^k, \rho_2^k, \dots, \rho_{N-1}^k, \rho_N^k]^T \quad (16)$$

ただし密度の値は取り得る値に制約を受けるものとする。

$$0 \leq \rho_i \leq \rho_{jam} \quad (17)$$

制約条件を受けるカルマンフィルターの定式化に関しては、文献⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾に詳しい。

計測交通量としては、オフランプでの交通量、車両感知器設置地点における交通量や地点速度を用いる。交通量の算定は式(13)、地点速度の算定はCremer⁽²⁾に倣い以下の線形式を仮定した。

$$w_i(k) = \alpha v_{i-1}(k) + (1-\alpha)v_i(k) \quad (18)$$

交通密度の推定手順の基本的な枠組みは、図-2に示すように従来のカルマンフィルター法と同一である。異なるのは $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ と $\tilde{\mathbf{y}}(k)$ の算定をシミュレーションモデルCTMによって行っていることである。しかしながら、式(6)におけるカルマンゲインの計算は大きく異なる。既知の誤差行列 $\mathbf{P}(k-1)$ にUnscented変換(8)を施し式(10)を用いて $\mathbf{M}^{\mathbf{x}}(k)$ を計算する。引き続き再度 $\mathbf{M}^{\mathbf{x}}(k)$ にもUnscented変換を行って $\mathbf{M}^{\mathbf{y}}(k)$ と $\mathbf{M}^{\mathbf{v}}(k)$ を算出する

ことによってカルマンゲイン $\mathbf{K}(k)$ と $\mathbf{P}(k)$ を求めている。すなわち、 $\mathbf{M}^{\mathbf{x}}(k)$ のUnscented変換値を用いてCTMによるシミュレーション演算を行うことによって微分演算を行わずにカルマンゲインを求めている。

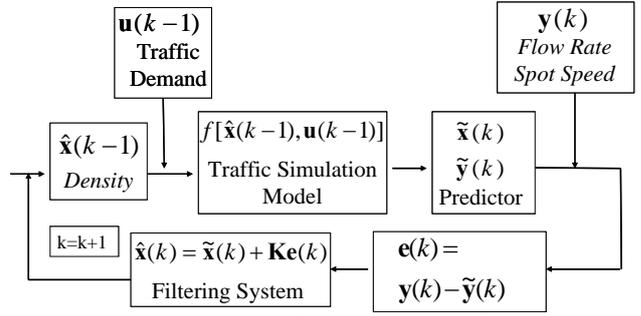


図-2 交通密度のオンライン推定

3. 数値解析事例

数値解析に当たっては、阪神高速自動車道路⁽¹²⁾を解析対象区間とした。経路選択問題による複雑さを避けるため、単路区間を取り扱うものとし、14号松原線下り方向約11km区間を対象とし、ランプ位置も考慮し300~500m長のセグメントに分割した(図-3)。

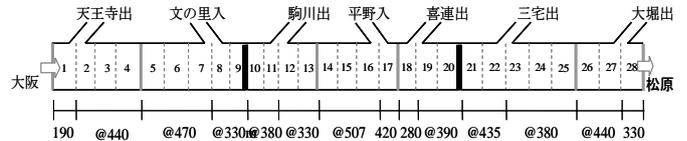


図-3 数値解析対象区間阪神高速自動車道路14号線

実際の解析には、平成6年11月1日15:00~21:00の6時間のデータを用いた。図-4に占有率の空間・時間変動を示す。18:00過ぎに路線下流部で交通渋滞(占有率の増大)が見られている。なお、CTMで必要とされる密度-速度曲線のパラメータは午前中のピーク時間帯のデータを用いた校正を行って $v_{fre}=100\text{km/h}$ 、 $a=1.5$ 、 $b=3.0$ を得た。また、数値シミュレーションに当たっては $\Delta t=5$ 秒としたが、カルマンフィルターによる更新は感知器データの集計単位を考慮して5分単位とした。

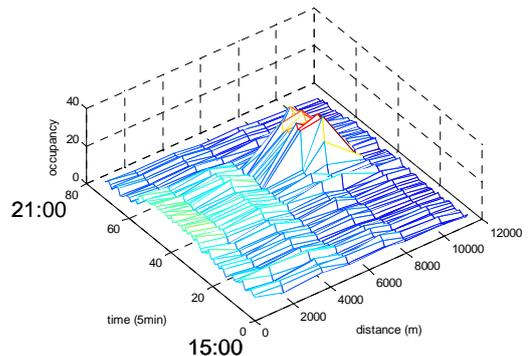
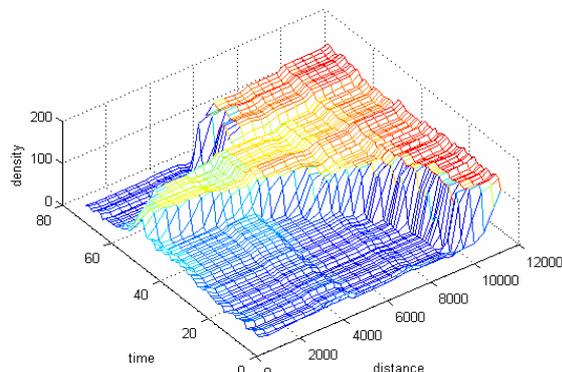
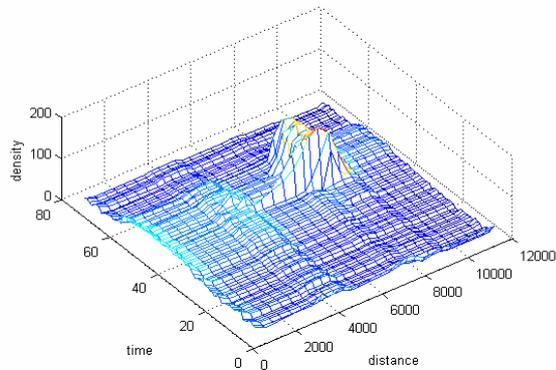


図-4 時間占有率の時間空間変動(実測値)

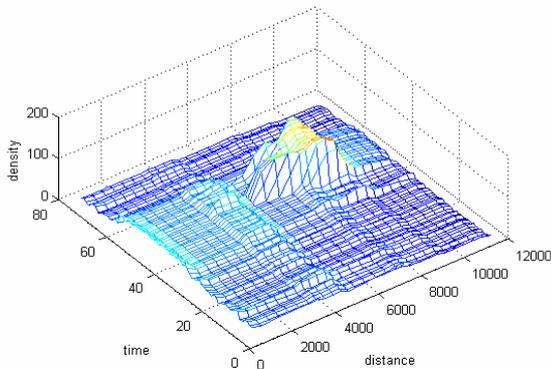
交通密度の推定結果を図-5に示す。(1)はCTMによるシミュレーションのみを行ったものであるが、モデルパラメータの設定がラフに行っていることもあって渋滞波の形成と解消が表現されていない。(2)(3)はカルマンフィルターによるフィードバック補正を行っている。計測変量としては、出口端とオフランプでの交通量に加え、路線途中2カ所(図-3中の縦太線部)での交通量と地点速度を用いている。(2)は拡張カルマンフィルター(EKF)による結果であるが、渋滞波の形成と解消がやや過小推定となっている。また、(3)はUnscentedカルマンフィルター(UKF)による結果であるが、図-4の時間占有率の変動を最もよく再現している。両フィルターは状態・観測方程式をCTMに基づいており、式(6)のカルマンゲインの算定手順だけのこととなる。すなわち、UKFにおけるTaylor展開の2次項までの近似効果によると考えられる。



(1) 交通シミュレーションのみ



(2) 拡張カルマンフィルタ(EKF)



(3) Unscentedカルマンフィルタ(UKF)

図-5 交通密度の時間空間変動(推定値)

センサーデータの地点速度データの有無の比較においては、EKFとUKFともに速度データを加えた場合に推定精度の改善が見られた。しかしながら、センサー地点における交通量データと速度データの適合性は必ずしも連動しておらず、状態変量を密度だけとし空間平均速度を式(15)の密度-速度曲線から求めるとしている単純マクロモデルの限界によるものと考えられる。改良された高次モデルや速度分散を考慮したHelbinモデル¹³⁾などの適応性を含めて検討を行う必要がある。

4. おわりに

Unscentedカルマンフィルターを用いた交通状態の動的な推定を行った。多様なシミュレーションモデルとの適合性、突発事象など非定常現象への適用性、プローブ車データなど新しい形態の計測データへの適応性、あるいは動的なOD旅行時間や交通状態とのデュアル推定などさらなる検討が必要である。

参考文献

- 1) Wan E. A. et al.: The Unscented Kalman Filter. in Kalman Filtering and Neural Networks, John Wiley and Sons, New York, pp.221-280, 2001
- 2) Cremer M.: Der Verkehrsfluss auf Schnellstrassen, Springer-Verlag, New York, pp.11-84, 1979
- 3) Payne H. J.: Models of Freeway Traffic and Control. Simulation Council Proc., Mathematics of Public Systems, Vol. 1, No. 1, pp.51-61, 1971
- 4) R. Pueboobpaphan et. al.: OD交通量のオンライン推定法の新たな展開、土木計画学研究・講演集、No. 33、2006 (CD-ROM)
- 5) R. Pueboobpaphan et. al.:マクロ交通シミュレーションモデルを組み込んだOD交通量のオンライン推定、第26回交通工学研究発表会論文報告集、2006(投稿中)
- 6) Daganzo C.: Requiem for second-order fluid approximations of traffic flow. Transp. Res., 29B, No.4, pp.277-286, 1995
- 7) 中辻: 交通流におけるフィードバック原理に基づく推定技術の現状と展望、IATSS Review, Vol.30, 2006(印刷中)
- 8) Daganzo C. F.: The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory, Transp. Res., 28B, No. 4, pp.269-287, 1994
- 9) Lebacque J. P.: The Godunov scheme and what it means for first order traffic flow models, Proc.13th intrn. symp. transportation and traffic theory, pp.647-677, 1996
- 10) D. Simon et. al.: Kalman filtering with inequality constraints for turbofan engine health estimation, NASA/TM, 003-212111 ARL-TR-2899, pp1-22, 2003
- 11) M. G. H. Bell: The estimation of origin-destination matrices by constrained generalized least squares, Transpn. Res., B, Vol. 25B, No.1, pp.13-22,1991
- 12) 交通工学研究会: 交通シミュレーションベンチマークデータセット (<http://www.jste.or.jp/sim/index.html>)
- 13) Helbing, D.: Verkehrsdynamik, Neue Physikalische Modellierungskonzepte, Springer, Berlin, 1997