道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク＊

Road Patrol Frequency and Hazards Generation Risks*

貝戸清之** ・小林潔司*** ・加藤俊昌****・生田紀子*****
by Kiyoyuki KAITO**, Kiyoshi KOBAYASHI***, Toshiaki KATOH**** and Noriko IKUTA*****

1. はじめに

路上落下物や路面の変状や損壊は，交通事故，車両破損事故につながるリスクを有している．このため，道路管理者は定期的に道路を巡回し，路上落下物の撤去，路面の変状を修繕することが求められる．一方で，少子高齢化社会の到来による財政縮減の中で，道路施設の維持補修においても管理業務の効率化が求められている．道路管理業務コストの中で，道路巡回業務が占める割合は少なくなく，安全性確保と作業効率性の両方を考慮した道路巡回方法を検討することが重要である．

通常，道路巡回は一定の時間間隔ごとに実施され，巡回費用は路上落下物や路面損壊の有無に関わらず，固定的に発生する．一方，道路区間により，単位期間中の路上落下物や路面損壊の発見確率は多様に変動する．道路の巡回頻度を増やすほど，道路の安全性や交通流の確保に支障をきたす事象（以下，路上障害物という）の発生に迅速に対応することができ，路上障害物を長時間放置するリスクは小さくなるが，巡回費用の増加を招く可能性がある．このように，路上障害リスクと道路の巡回費用の間にはトレードオフの関係があり，管理者は路上障害リスクの管理目標を設定した上で，巡回費用を可能な限り削減するような巡回方策を検討しなければならない．

以上の問題意識の下に，本研究では，路上障害物の発生現象を確率・統計モデルで表現し，さらに道路巡回費用を削減するような望ましい巡回政策を検討する路上障害リスク管理モデルを提案する．

*キーワーズ：巡回間隔，ポアソンガンマモデル，リスク
**正会員　博(工)　株式会社ビーエムシー
(〒261-7125 千葉市美浜区中瀬2-6 WBG25階)
***フェロー　工博　京都大学経営管理大学院
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)
****非会員　国土交通省近畿地方整備局
(〒540-8586 大阪市中央区大手町1-5-44)
*****非会員　（財）道路保全技術センター近畿支部
(〒540-0012 大阪市中央区谷町２丁目1-22)

2. 本研究の基本的な考え方

(1) ポアソンモデルの限界

路上障害物の発生過程はポワソン過程としてモデル化することができる．しかし，伝統的なポワソン過程では，事象の到着率が時間を通して常に一定であると仮定している．路上障害物には，さまざまな内容が含まれており，そのすべてが同一の到着率に従って発生するとは限らない．また，複数の道路区間が同一の特性を有していても，分析者に観測できない要因により到着率が変動する可能性もある．このため，現実の路上障害物の発生が，ポワソン過程に従う保証はない．さらに，ポワソン過程では，ある期間中に発生する路上障害物数の期待値と分散が一致するという制約が存在する．路上障害物の発生数を扱う問題では，一般的にその分散が期待値よりもかなり大きいという over-dispersion の問題[1]が発生することが知られている．そこで，本研究では路上障害物の発生過程を，到着率の異質性を考慮した混合ポワソン過程としてモデル化することで，over-dispersion の問題解決を試みる．一般に，混合ポワソン過程モデルは，発生確率分布と発生間隔の確率分布を合成するために，モデル構造が非常に複雑になるという問題がある．しかし，本研究で採用するポワソンガンマ発生モデル[2]は，混合ポワソン過程モデルの中で，もっとも簡単なモデル構造を有しており，モデルを解析的に表現できるという利点がある．さらに，後に明らかにするように，ある期間中に発生する路上障害物の累積個数を負の２項分布で表現できるために，リスク管理指標を容易に導出できるという利点も有している．

(2) リスクマネジメント

巡回頻度と，路上に放置される障害物の発生リスクの間には密接な関係が存在する．最適な巡回頻度

表－1 リスク管理マトリクス

重要性	発生頻度		
	小	中	大
大	△	×	×
中	○	△	×
小	○	○	△

○印は許容されるリスク，×印は許容されないリスク，△印は，リスク管理水準を設定し，リスクの発生を重点的に管理する領域を表す.

を決定するためには，所与の巡回頻度の下で発生する路上障害リスクを評価することが重要な課題となる．路上障害物の発生リスクを管理する視点として，本研究では，1）道路区間を基本単位とするミクロな視点，2）路線全体を対象とするマクロな視点，3）局所的な問題箇所を検討する視点，という３つの視点に着目する．道路区間を基本単位として路上障害物の発生リスクを管理する場合，1）路上障害物の発生頻度と，2）路上障害物の社会・経済的重要性という２つの評価尺度が必要となる．路上障害物の発生頻度が多い道路区間ほど，路上障害物を頻繁に除去することが必要となる．一方，交通量の多い道路区間では，わずかな路上障害物でも，それと遭遇する交通量が多い．このために，路上障害物の到着率が同一でも，交通量が多い道路区間ほど頻繁に路上障害物を除去することが必要となる．路上障害物の放置による経済的損失を明確に定義できる場合には，例えば経済的損失と巡回費用の総和で表される社会的費用を最小にするようにリスク管理水準を決定することができる．しかし，路上障害物の放置と経済的損失との直接的な因果関係に関しては不確実な要素が多大に含まれる．現在のところ，ミクロな道路区間レベルにおいて，路上障害物による経済的損失に関する評価を正確に実施することは不可能である．このため，社会的費用の評価は不正確にならざるを得ない．後に，**4**．において，路上障害リスクの管理政策を検討するが，そこでは各道路区間に対するリスク管理水準を直接設定する方法を採用する．すなわち，路上障害物の発生頻度の管理指標として，1）巡回時刻における路上障害物の発見個数と，2）路上障害物の累積放置時間長（あるいは，路上障害物と遭遇する総交通量）という指標を提案する．以上のようなリスク管理指標を用いれば，道路管理者が要求するリスク管理目標をたとえば**表－1**のように整理できる．この表の例では，道路管理者は，道路区間のリスク水準が，×印の領域に入らないように道路巡回を実施することが目標となる．このようなリスク管理マトリクスを作成することにより，道路管理者が管理する路線や道路区間の社会・経済的な重要性やリスク水準を総合的に考慮したような望ましい巡回政策について検討することが可能となる．

3．ポワソンガンマ発生モデル

(1) モデルの定式化

ポワソンガンマ発生モデルでは，ある単位期間中に観測される路上障害物の累積発生数を確率分布として表現する．しかし，道路巡回の結果として得られるデータは，道路区間ごとに観測期間長が異なっている．さらに，道路巡回頻度を議論するためには，巡回間隔の変化が路上障害リスクに及ぼす影響をモデル化することが必要となる．そこで，本研究では，巡回間隔（観測期間長）z_iを明示的に考慮したポワソンガンマ発生モデルを提案することとする．また，リスク管理指標の操作性を確保するために，到着率分布を平均１とするガンマ分布で表現する．この点に留意して，以下でモデルの定式化を行う．

道路区間i $(i = 1,\cdots,I)$における路上障害物の到着率が，確率分布関数$F(\varepsilon_i)$に従うと考えよう．いま，到着率$\lambda_i > 0$を，到着率に関する１つの実現値と考えよう．到着率λ_iを

$$\lambda_i = \mu_i\varepsilon_i = \exp(\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}')\varepsilon_i \tag{1}$$

とモデル化する．$\mu_i = \exp(\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}')$は，道路区間$i$における路上障害物の平均的到着率であり，道路区間$i$の特性$\boldsymbol{x}_i$を用いて表現される．また，$\varepsilon_i$は平均１，分散$\phi^{-1}$のガンマ分布に従う確率誤差項である．確率誤差項$\varepsilon_i$の平均が１であることより，期待到着率$E[\lambda_i]$は

$$E[\lambda_i] = \exp(\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}') \tag{2}$$

と表される．一般に，ガンマ分布$G(\alpha,\beta)$の確率密度関数は，次式のとおり定義できる．

$$f(\varepsilon_i:\alpha,\beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}\varepsilon_i^{\alpha-1}\exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{\beta}\right) \tag{3}$$

ガンマ分布$G(\alpha,\beta)$の平均は$\mu = \alpha\beta$で，分散は$\sigma^2 = \alpha\beta^2$と表される．したがって，平均１，分散ϕ^{-1}のガンマ分布の確率密度関数$f(\varepsilon_i:\phi,\phi^{-1})$は，

$$f(\varepsilon_i:\phi,\phi^{-1}) = \frac{\phi^{\phi}}{\Gamma(\phi)}\varepsilon_i^{\phi-1}\exp(-\phi\varepsilon_i) \tag{4}$$

と表される．ここで，路上障害物が到着率λ_iで発生すると仮定しよう．時間間隔z_iで道路巡回を実施した時に，道路区間iにn_i個の路上障害物が発見される条件付き確率は，ポワソン分布$Po(n(z_i)=n_i|\lambda_i)$で表現される．さらに，到着率λ_iが，ガンマ分布(4)に従って分布する場合，時間間隔z_iの下で道路区間iにn_i個の路上障害物が発見される無条件確率は

$$\begin{aligned} &P(n(z_i)=n_i) \\ &=\int_0^\infty Po(n(z_i)=n_i|\lambda_i)f(\varepsilon_i:\phi,\phi^{-1})d\varepsilon_i \\ &=\int_0^\infty \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)}\frac{(\lambda_i z_i)^{n_i}}{n_i!}\exp(-\lambda_i z_i)\varepsilon_i^{\phi-1} \\ &\quad \exp(-\phi\varepsilon_i)d\varepsilon_i \\ &=\frac{\phi^\phi}{n_i!\Gamma(\phi)}\int_0^\infty(\mu_i z_i)^{n_i}\varepsilon^{n_i+\phi-1} \\ &\quad \exp\{-(\mu_i z_i+\phi)\varepsilon_i\}d\varepsilon_i \end{aligned} \tag{5}$$

と表される．ここで，$u_i=(\mu_i z_i+\phi)\varepsilon_i$と置き，確率密度関数の変数変換を行えば

$$\begin{aligned} &\int_0^\infty(\mu_i z_i)^{n_i}\varepsilon_i^{n_i+\phi-1}\exp\{-(\mu_i z_i+\phi)\varepsilon_i\}d\varepsilon_i \\ &=\int_0^\infty\frac{(\mu_i z_i)^{n_i}}{(\mu_i z_i+\phi)^{n_i+\phi}}u_i^{\phi+n_i-1}\exp(-u_i)du_i \\ &=\frac{\Gamma(\phi+n_i)(\mu_i z_i)^{n_i}}{(\mu_i z_i+\phi)^{n_i+\phi}} \end{aligned} \tag{6}$$

が成立する．したがって，時間間隔z_iの下で道路区間iにn_i個の路上障害物が発見される無条件確率は

$$\begin{aligned} &P(n_i(z_i)=n_i) \\ &=\left(\frac{\phi}{\mu_i z_i+\phi}\right)^\phi\left(\frac{\mu_i z_i}{\mu_i z_i+\phi}\right)^{n_i}\frac{\Gamma(\phi+n_i)}{n_i!\Gamma(\phi)} \end{aligned} \tag{7}$$

と表される．以下，確率分布モデル(7)をポワソンガンマ発生モデルと呼ぶこととする．さらに，$p_i=\phi/(\mu_i z_i+\phi)$と置けば，式(7)は，

$$\begin{aligned} P(n_i(z_i)=n_i)&=p_i^\phi(1-p_i)^{n_i}\frac{\Gamma(\phi+n_i)}{n_i!\Gamma(\phi)} \\ &=\begin{pmatrix}\phi+n_i-1\\ n_i\end{pmatrix}p^\phi(1-p_i)^{n_i} \end{aligned} \tag{8}$$

と書き換えることができる．すなわち，ポワソンガンマ発生モデル(8)は，確率p_iを持つ負の２項分布で表せる．また，時間間隔z_iを与件とした路上障害物の平均発生数$E[n_i|z_i]$と，分散$Var[n_i|z_i]$は

$$E[n_i|z_i]=\mu_i z_i \tag{9a}$$

$$Var[n_i|z_i]=\frac{\mu_i z_i(\mu_i z_i+\phi)}{\phi} \tag{9b}$$

と表される．

(2) モデルの推計方法

ポワソンガンマ発生モデル(8)において，未知パラメータは$\boldsymbol{\beta}$と分散パラメータϕである．巡回サンプルj $(j=1,\cdots,K)$の実測値情報$\bar{\boldsymbol{e}}=\{\bar{\boldsymbol{e}}^j\ (j=1,\cdots,K)\}$が得られた場合を考える．ポワソンガンマ発生モデルの対数尤度関数は

$$\begin{aligned} &\ln\{\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta},\phi:\bar{\boldsymbol{e}})\} \\ &=\sum_{j=1}^K\Big\{\ln\Big[\frac{\Gamma(\phi+\bar{n}^j)}{\Gamma(\phi)}\Big]+\bar{n}^j\ln(\mu_{i(j)}\bar{z}^j) \\ &-(\bar{n}^j+\phi)\ln(\mu_{i(j)}\bar{z}^j+\phi)+\phi\ln\phi-\ln\bar{n}^j!\Big\} \end{aligned} \tag{10}$$

と表される．ここで，ガンマ関数に関して

$$\ln\left\{\frac{\Gamma(\phi+\bar{n}^j)}{\Gamma(\phi)}\right\}=\sum_{k=0}^{\bar{n}^j-1}\ln(\phi+k) \tag{11}$$

が成立する[3)]．したがって，対数尤度関数は

$$\begin{aligned} &\ln\{\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta},\phi:\bar{\boldsymbol{e}})\} \\ &=\sum_{j=1}^K\Big\{\sum_{k=0}^{\bar{n}^j-1}\ln(\phi+k)+\bar{n}^j\ln(\mu_{i(j)}\bar{z}^j) \\ &-(\bar{n}^j+\phi)\ln(\mu_{i(j)}\bar{z}^j+\phi)+\phi\ln\phi-\ln\bar{n}^j!\Big\} \end{aligned} \tag{12}$$

と書き換えることができる．ただし，

$$\mu_{i(j)}=\exp(\bar{\boldsymbol{x}}_{i(j)}\boldsymbol{\beta}') \tag{13}$$

が成立する．対数尤度関数(12)を用いれば，最尤法によりポワソンガンマ発生モデルのパラメータ$\boldsymbol{\beta}$，ϕの最尤推定量を求めることができる．

4. 路上障害リスク管理モデル

(1) リスク管理の目的

リスク管理指標として，２.（２）で議論したように，１）路上障害物数，２）累積放置時間長（遭遇交通量）という２つの指標を提案する．リスク管理指標は，道路区間単位，および路線単位で定義できる．ここでは，道路区間i $(i=1,\cdots,I)$ごとにリスク管理指標を定義しよう．次節では，巡回時刻で発見される路上障害物数の分布を定義する．その際，路上障害物の発見個数の期待値とVaR指標を定義する．路上障害物の発生が確率過程に従う場合，巡回時刻で発見される路上障害物数は確率分布する．ある信頼水準の下で，路上障害物の発見個数に関するリスク管理を行う場合，路上障害物の発見個数の分散を考慮するVaR指標が必要となる．また，本論文中では紙面の都合上割愛するが，累積放置時間長と遭遇交通量という２つの指標も提案する．前者は道路障害物が長期間路上に放置されると交通事故リスクが増加することに着目した指標である．一方，後者は，自動車交通量が多い道路では，累積放置時間が長くなるほど，交通事故リスクも大きくなるということを

考慮した指標である．本研究では，個々の路上障害物が道路上に放置される時間長の総和を累積放置時間長と呼ぶこととする．さらに，当該自動車区間を利用する交通量の情報を用いて，２つの巡回の間に「路上障害物と遭遇したのべ交通量」を遭遇交通量と呼ぶこととする．累積放置時間長と遭遇交通量に関しても，道路区間および路線のそれぞれのレベルにおいて，遭遇交通上の期待値およびVaR指標を定式化することができる．

(2) 路上障害物数

道路区間i $(i=1,\cdots,I)$に対して，時間間隔z_iごとに巡回する場合を考える．この時，n_i個の路上障害物が発見される確率は，式(8)より，負の２項分布

$$NB(n_i:z_i)=\begin{pmatrix}\phi+n_i-1\\n_i\end{pmatrix}p^{\phi}(1-p_i)^{n_i} \tag{14}$$

と書き換えることができる．路上障害物の期待発生数$E[n_i|z_i]$は

$$E[n_i|z_i]=\mu_i z_i \tag{15}$$

と表される．期待発生数$E[n_i|z_i]$は直観的に分かりやすい指標である．しかし，期待発生数は，数多く繰り返される巡回において観測される路上障害物の発生数の期待値を定義したものであり，現実に各巡回時刻において観測される路上障害物の発生数を表したものではない．各巡回時刻において観測される路上障害物の発生数が$E[n_i|z_i]$より多くなることは当然起こりうる．路上障害リスクの管理のためには，発生数の確率分布を明示的に考慮できる管理指標が望ましい．そこで，路上障害物の発生リスクの管理指標としてVaR指標を定式化しよう．いま，巡回間隔をz_iとした時に，巡回時刻において観測される路上障害物の発生数n_iが，ある許容水準（以下，リスク管理限界と呼ぶ）$\overline{U}_i$以上となる確率は

$$P(n_i\geq\overline{U}_i|z_i)=\sum_{n_i=[\overline{U}_i]}^{\infty}NB(n_i:z_i) \tag{16}$$

と表される．ただし，$[\overline{U}_i]$は$\overline{U}_i$を越える整数の中で最小の整数を表す．このとき，巡回時刻で観測される路上障害物の発生数がリスク管理限界として設定した$\overline{U}_i=\alpha$より大きくなる確率をωとしよう．路上障害物の発生過程に不確実性があるため，巡回時刻で観察される路上障害物の発生数が，所与の不点管理限界を常に満足するとは限らない．確率ωは，路上障害リスクを表す指標であり，路上障害リスク管理水準と呼ぶこととする．ここで，路上障害リスク管理水準ωと巡回間隔z_iを所与とした路上障害物発生数に関するVaR指標$\mathrm{VaR}^{\alpha}_{\omega}(z_i)$を

$$\begin{aligned}&\mathrm{VaR}^{\alpha}_{\omega}(z_i)\\&\quad=\arg\max_{U_i}\{U_i|P(n_i\geq U_i|z_i)\leq\omega\}\end{aligned} \tag{17}$$

と定義しよう．ただし，argは，式(17)の右辺を最大にするU_iを指定する記号である．また，上付き添え字αは，路上障害物の発生数に関するVaR指標であることを表している．ここで，集合$\Omega_{\omega}(\overline{U}_i)$を

$$\Omega_{\omega}(\overline{U}_i)=\left\{z_i|\mathrm{VaR}^{\alpha}_{\omega}(z_i)\leq\overline{U}_i\right\} \tag{18}$$

と定義しよう．集合$\Omega_{\omega}(\overline{U}_i)$は，「路上障害リスク管理水準$\omega$の下で，路上障害物の発生数をリスク管理限界$\overline{U}_i$以下に抑えることが可能な巡回間隔の集合」を表している．このように，路上障害物の発生リスクは，リスク管理水準ωとリスク管理限界$\overline{U}_i$という２つのパラメータを用いて表現できる．なお，期待発生数$E[n_i|z_i]$はリスク管理水準として0.5を採用したVaR値（$\mathrm{VaR}^{\alpha}_{0.5}(z_i)$）に他ならない．

5. おわりに

本研究では，路上障害物の発生リスクをポアソンガンマ過程モデルで表現し，路上障害物の発生リスクの評価法を提案した．本論文中で紙面の都合上割愛した，１）累積放置時間長と遭遇交通量というリスク指標，２）路線全体を対象としたリスク管理指標，３）局所的な道路条件や環境条件により重点的なリスク管理が必要となる道路区間の抽出方法については発表時に報告させて頂きたい．また，一般国道を対象とした適用事例を通じて，本研究で提案した方法論の有効性を実証的に検証した結果についても併せて報告する．

参考文献

1) Lord, D.: Modeling motor vehicle crashes using Poisson-gamma models: Examining the effects of low sample measn values and small sample size on the estimation of the fixed dispersion parameter, *Accident Analysis & Prevention*, in press, 2006.
2) Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: Regression-based tests for overdispersion in the Poisson model, *Journal of Econometrics*, Vol.46, pp.347-34, 1990.
3) Piegorsch, W.W.:Maximum likelihood estimation for the negative binomial dispersion parameter, *Biometrika*, Vol.46, pp.863-867, 1990.