個人の防災投資行動の観察に基づく防災便益計測の可能性*

Benefit measurement by observing individual anti-disaster prevention behavior*

森杉壽芳**・岡松明良***・河野達仁****

By Hisayoshi MORISUGI**・Akira OKAMATSU***・Tatsuhito KONO****

1．はじめに

防災投資の費用便益分析のマニュアルでは，便益を観察可能な期待被害額で計測している．しかし，人々が必ずしもリスク中立的とは限らないため，指標としては不適切である．不確実性下における便益計測の既存研究としては，事故という不確実性な状況において，完全保険を想定し，保険料の増減が便益（＝オプション価格）と一致することを示した研究や，便益をオプション価格で定義し，高潮等の災害や緊急医療に対して，効用関数形を特定し，立地行動の変化から消費者余剰によって便益を計測した研究など[1)]がある．しかし，現実世界において完全保険は存在しない．また，個人の効用関数形を完全に特定することは困難であり，特定化そのものによって，便益の値に計測誤差が生じ得る．

本研究では，そのような計測誤差を生じさせず，計測値の信頼性を高めるために，実際に観察可能である個人の行動結果に注目した．具体的には，防災プロジェクトの結果として表れる個人の防災投資行動の変化を観察することによって，防災プロジェクトの便益を計測する方法を確立する．

2．不確実性下の個人の防災行動モデル

効用関数は通常時と災害時ともに所得のみの関数とし，個人は，通常時と災害時の効用の期待値である期待効用の和を最大化すると仮定する．

効用関数をv，期待効用をEU，状態をi（通常時$i=0$，災害時$i=d$），状態iにおける個人の所得レベルをy_i，状態iにおける効用水準をV_i，状態iである確率をϕ_iとする．

また，防災投資前後を表すスーパークリプトをそれぞれ1，２，公共施設水準がkである状態で，通常時に個人が防災のためにxなる投資を行ったときに，災害時に得られる純被害軽減額を$b(k,x)$とすると，不確実性下の個人の防災投資行動モデルは次のようになる．

$$v=\max_{y_o^2,y_d^2}\ EU=\phi_o V(y_o^2)+\phi_d V(y_d^2) \tag{1}$$

$$s.t.\quad y_o^1-x=y_o^2 \tag{2}$$

$$y_d^1+b(k,x)=y_d^2 \tag{3}$$

(2)，(3)式から通常時と災害時を結ぶ予算制約式

$$b(k,y_o^1-y_o^2)=y_d^2-y_d^1 \tag{4}$$

を得る．さらに，(4)式において，$b(k,y_o^1-y_o^2)$の逆関数である$f(k,y_d^2-y_d^1)(=x)$を用いれば，

$$f(k,y_d^2-y_d^1)=y_o^1-y_o^2 \tag{5}$$

を得る．$f(k,y_d^2-y_d^1)$は$b(k,y_o^1-y_o^2)$なる被害軽減額を得るために必要な防災投資額と考えられる．

図１において，予算制約式上の点$(y_d^1(=0),y_o^1)$を初期値点とすれば，それと等しい期待効用を持つ無差別曲線は破線になる．無差別曲線が予算制約線と接するとき，限られた予算内で期待効用最大化させたことになる．その点を(y_o^2,y_d^2)とする．この期待効用最大化点と等しい期待効用を持つ無差別曲線は実線で表されている．個人は常に，$y_d^2-y_d^1$なる被害軽減額を得るために，防災投資額$f(k,y_d^2-y_d^1)$を支払うことで，期待効用を最大化させるものとする．

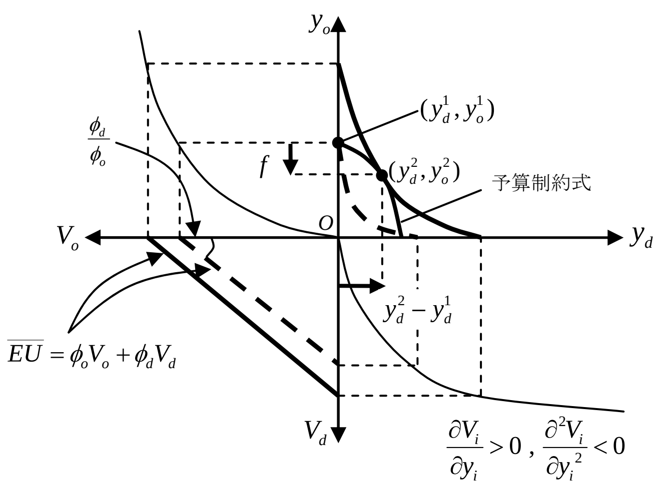

図１　個人の防災投資行動

*キーワーズ：公共事業評価法，整備効果計測法，防災計画

**正員、工博、東北大学大学院情報科学研究科
（宮城県仙台市青葉区青葉06，
TEL022-795-7501、FAX022-795-7500）
***学生員、工修、東北大学大学院情報科学研究科
****正員，博（学術），東北大学大学院工学研究科

次に，ラグランジェの未定係数法を用いて，この最大化問題の解の性質を調べる．(1)，(5)式をラグランジェ乗数 λ を用いて定式化すると，次のようになる．

$$v=\max_{y_o^2,y_d^2,\lambda} L$$
$$=\phi_o V(y_o^2)+\phi_d V(y_d^2)-\lambda\left(f(k,y_d^2-y_d^1)-y_o^1+y_o^2\right) \qquad (6)$$

一階条件から，

$$\frac{\partial L}{\partial y_d^2}=\phi_d\frac{\partial V(y_d^2)}{\partial y_d^2}-\lambda\frac{\partial f(k,y_d^2-y_d^1)}{\partial y_d^2}=0 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_o^2}=\phi_o\frac{\partial V(y_d^2)}{\partial y_o^2}-\lambda=0 \qquad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=f(k,y_d^2-y_d^1)-y_o^1+y_o^2=0 \qquad (9)$$

(7)～(9)式について解いた解を y_d^{2*},y_o^{2*} とすると，

$$y_d^{2*}=y_d^2(k,\phi_d,y_d^1,y_o^1) \qquad (10)$$

$$y_o^{2*}=y_o^2(k,\phi_d,y_d^1,y_o^1) \qquad (11)$$

(10)，(11)式はマーシャルの状態別所得レベルの需要関数である．また，(2)式より，

$$x=y_o^1-y_o^2(k,\phi_d,y_d^1,y_o^1)=x(k,\phi_d,y_d^1,y_o^1) \qquad (12)$$

これはマーシャルの防災投資額の需要関数である．さらに，(1)式より

$$v^*=\phi_o V(y_o^{2*})+\phi_d V(y_d^{2*})=v(k,\phi_d,y_d^1,y_o^1) \qquad (13)$$

３．不確実性下における便益指標の定義の提案

公共プロジェクトの有無をそれぞれ，w,woで表すこととする．ここでは，以降の分析で用いる便益計測の指標として，アレー余剰 AS を以下のように定義する．

図２において，公共プロジェクトによって予算制約式が Y^{wo} から Y^w に変化したとき，それぞれに対応する効用最大化点を A，B とする．さらに A，B と等しい期待効用を持つ無差別曲線をそれぞれ v^{wo}，v^w とする．また，Y^{wo} を y_o 軸正方向に平行移動させたものと，v^w との接点を B' とする．B' 点から鉛直方向に下ろした垂線と Y^{wo} との交点を C 点とし，距離 $\overline{B'C}$ をアレー余剰 AS と定義する．（EV 系では，アレー余剰は v^w 上の任意の点と Y^{wo} との差 v^w-Y^{wo} を最小にするもので定義されている．**図３**からもわかるように，B' 点における v^w の接線と C 点における Y^{wo} の接線の傾きが等しいので，ここで定義されている AS は v^w-Y^{wo} を最小にしている．）なお,アレー余剰 ASが正であるということは，確実性下では補償基準（弱基準）を満足することと必要十分であることが知られている[2)]．AS はプロジェクト前の状態でプロジェクト後に達成される効用を測るものである．

ただし，計測にあたっては，AS を距離 $\overline{B'C}$ と大きさの等しい，y_o 軸上の線分 $\overline{DE}$ で測るものとする．これを定式化すると次式のようになる．

$$AS=e\left(k^{wo},\phi_d^{wo},y_d^1,v^w\right)-e\left(k^{wo},\phi_d^{wo},y_d^1,v^{wo}\right) \qquad (14)$$

ただし，e は支出関数を表すものとする．一定の効用 $\bar{v}$ を与えれば，以下のように定義されるものである．

$$e(k,\phi_d,y_d^1,\bar{v})\equiv\min_{h_o^2,h_d^2}\left(h_o^2+f\left(k,h_d^2-y_d^1\right)\right) \qquad (15)$$
$$s.t.\ \phi_o V(h_o^2)+\phi_d V(h_d^2)=\bar{v}$$

(15)式についても，効用最大化問題と同様にして，ラグランジェの未定係数法を用いて解く．その解をそれぞれ h_d^{2*},h_o^{2*} とすると，

$$h_d^{2*}=h_d^2(k,\phi_d,y_d^1,\bar{v}) \qquad (16)$$

$$h_o^{2*}=h_o^2(k,\phi_d,y_d^1,\bar{v}) \qquad (17)$$

(16)，(17)式はヒックスの状態別所得レベルの補償需要関数である．また，(2)式より，

$$h\equiv y_o^1-h_o^2(k,\phi_d,y_d^1,\bar{v})=h(k,\phi_d,y_d^1,\bar{v}) \qquad (18)$$

これはヒックスの防災投資額の補償需要関数である．

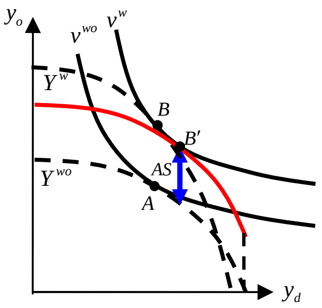

図２　AS の定義

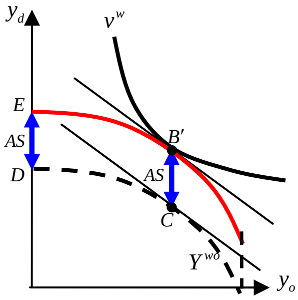

図３　AS の計測

４．公共プロジェクトにおける便益計測

公共プロジェクトの効果として，以下の三項目を考える．１）災害確率の減少（$\phi_d^{wo}>\phi_d^w$），２）防災施設水準の向上（$b(k^{wo},y_o^1-y_o^2)<b(k^w,y_o^1-y_o^2)$），３）個人の災害時における被害軽減，すなわち，災害時所得の増加（$y_d^{1wo}(=0)<y_d^{1w}$）．これらの現象が同時に起こる場合の便益を計測する．ここで，先ほど定義したアレー余剰 AS を用いると，次式のように表される．

$$AS=e\left(k^{wo},\phi_d^{wo},y_o^1,v^w\right)-e\left(k^{wo},\phi_d^{wo},y_o^1,v^{wo}\right)$$
$$=\alpha+\beta+\gamma+\pi \qquad (19)$$

ここに，

$$\alpha\equiv e\left(k^{wo},\phi_d^{wo},y_d^{1wo},v^w\right)-e\left(k^{wo},\phi_d^w,y_d^{1wo},v^w\right)$$
$$\beta\equiv e\left(k^{wo},\phi_d^w,y_d^{1wo},v^w\right)-e\left(k^w,\phi_d^w,y_d^{1wo},v^w\right)$$
$$\gamma\equiv e\left(k^w,\phi_d^w,y_d^{1wo},v^w\right)-e\left(k^w,\phi_d^w,y_d^{1w},v^w\right)$$
$$\pi\equiv e\left(k^w,\phi_d^w,y_d^{1w},v^w\right)-e\left(k^{wo},\phi_d^{wo},y_d^{1wo},v^{wo}\right)$$
$$=y_o^1-y_o^1=0$$

α は災害確率，β は公共施設水準，γ は災害時所得がそれぞれ単独に変化した際に生じる項である．π はプロジェクト前後における支出関数の差を表している．この支出関数の値は y_o^1 で一定であるからその差は０と考えられる．以降，α,β,γ に分けて分析することにする．

（1）災害確率が減少する場合

プロジェクトによって災害確率が減少したとき，その便益をどのようにして測るかのイメージを表したものが**図４**である．$y_d^2-y_o^2$ 図に ϕ_d 軸加えて，プロジェクト前後による災害確率の変化をそれぞれの状況別に示している．**図４**における $A(y_d^{2wo},y_o^{2wo})$ 点，$B(y_d^{2w},y_o^{2w})$ 点はそれぞれ，プロジェクト前後における効用最大化点であり，A 点，B 点と同じ期待効用を持つ無差別曲線をそれぞれ，Ⅰ，Ⅱとする．無差別曲線Ⅲは災害確率が ϕ_d^{wo} という状況下で，B 点と同じ期待効用を持つ無差別曲線を表したものである．

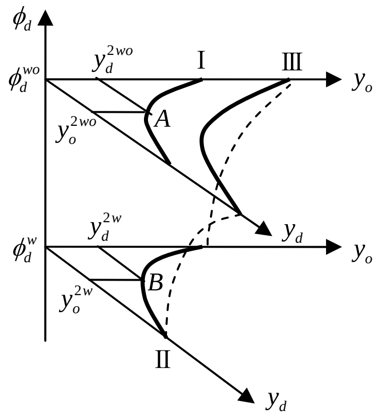

図４　災害確率の変化のイメージ

図５は，プロジェクトによって災害確率が減少することで生じる便益 α を，アレー余剰の定義に従い，災害確率が ϕ_d^{wo} であるときの $y_d^2-y_o^2$ 図に図示したものである．α は，プロジェクト前の状況すなわち災害発生確率が ϕ_d^{wo} である状態で，このプロジェクトの便益を測ったものである．

$$\begin{aligned}\alpha &= e\left(k^{wo},\phi_d^{wo},y_d^{1wo},v^w\right)-e\left(k^{wo},\phi_d^{w},y_d^{1wo},v^w\right)\\ &= e\left(k^{wo},\phi_d^{wo},y_d^{1wo},v^w\right)-e\left(\tilde{k},\phi_d^{wo},y_d^{1wo},v^w\right)\\ &\quad + e\left(\tilde{k},\phi_d^{wo},y_d^{1wo},v^w\right)-e\left(\tilde{k},\phi_d^{w},y_d^{1wo},v^w\right)\\ &\quad + e\left(\tilde{k},\phi_d^{w},y_d^{1wo},v^w\right)-e\left(k^{wo},\phi_d^{w},y_d^{1wo},v^w\right)\\ &= \int_{\tilde{k}}^{k^{wo}}\left[\frac{\partial e\left(k,\phi_d^{wo},y_d^{1wo},v^w\right)}{\partial k}-\frac{\partial e\left(k,\phi_d^{w},y_d^{1wo},v^w\right)}{\partial k}\right]dk+H\end{aligned} \tag{20}$$

ここで，$H\equiv e\left(\tilde{k},\phi_d^{wo},y_d^{1wo},v^w\right)-e\left(\tilde{k},\phi_d^{w},y_d^{1wo},v^w\right)\simeq 0$

$\tilde{k}$ は個人による被害軽減がほとんどなされないほど高い公共施設水準である．このような状況における災害確率の変化に対する支払い意志額はゼロと考えられるので，$H\simeq 0$ とする．

包絡線定理より，次式が成り立つ．

$$\frac{\partial e(k,\phi_d,y_d^1,\bar{v})}{\partial k}=\frac{\partial e}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial k}=\frac{\partial f\left(k,h_d^2-y_d^1\right)}{\partial k} \tag{21}$$

(21)式を(20)式に代入すると，

$$\alpha=\int_{\tilde{k}}^{k^{wo}}\left[\frac{\partial f(k,h_d^{2wo}-y_d^1)}{\partial k}-\frac{\partial f(k,h_d^{2w}-y_d^1)}{\partial k}\right]dk \tag{22}$$

(22)式では，防災施設水準の限界的変化に対する私的防災投資額の限界的変化 $\partial f/\partial k$ を含む式で便益を求めている．これは，防災施設水準と防災投資額といった現実世界でも入手可能な変数によって表されている．（ただし，(22)式の f は効用一定のもとでの観察不可能なヒックスの補償需要関数である．これを観察可能なマーシャルの需要関数へと近似する手法については**４（４）**にて扱う．）(22)式より，災害確率の低下による便益 α は**図６**のようにも描ける．

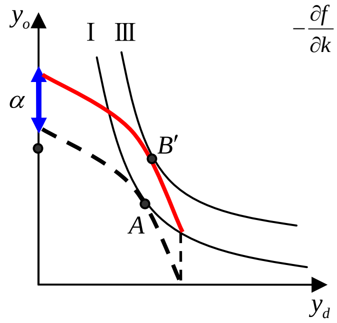

図５　災害確率の減少による便益(a)

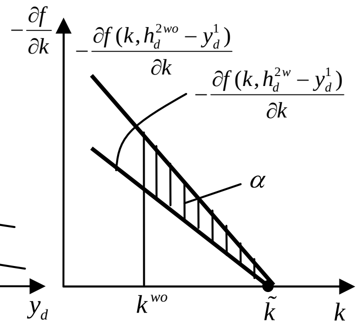

図６　災害確率の減少による便益(b)

（２）公共施設水準が向上する場合

図７は，プロジェクトによって公共施設水準が向上することで生じる便益 β を，アレー余剰の定義に従い，$y_d^2-y_o^2$ 図に図示したものである．**図７**のように公共施設水準の向上により，予算制約式が変化し，それに伴い効用水準も向上する．この便益をアレー余剰の定義に従い，以下のように計測する．

$$\begin{aligned}\beta &= e\left(k^{wo},\phi_d^{w},y_d^{1wo},v^w\right)-e\left(k^{w},\phi_d^{w},y_d^{1wo},v^w\right)\\ &= \int_{k^w}^{k^{wo}}\frac{\partial e\left(k,\phi_d,y_d^{1wo},v^w\right)}{\partial k}dk\end{aligned} \tag{23}$$

(21)式を(23)に代入して，

$$\beta=\int_{k^w}^{k^{wo}}\frac{\partial f(k,h_d^2-y_d^1)}{\partial k}dk \tag{24}$$

(24)式では，防災施設水準の限界的変化に対する私的防災投資額の限界的変化 $\partial f/\partial k$ を積分することで，便益を求めている．これは，防災施設水準と防災投資額といった現実世界でも入手可能な変数によって表されている．（なお，（１）と同様にマーシャルの需要関数への近似は**４（４）**にて扱う．）これより公共施設水準の向上による便益 β は，**図８**のようにも描ける．

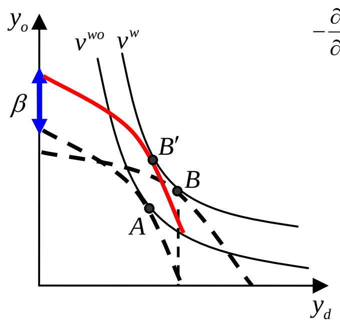

図７　公共施設水準向上の便益(a)

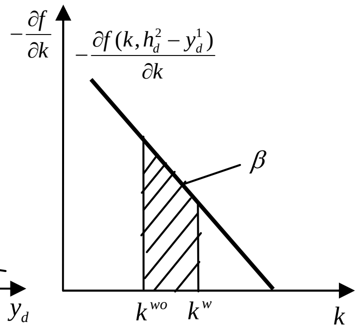

図８　公共施設水準向上の便益(b)

（３）災害時所得が増加する場合

図９は，プロジェクトによって災害時所得が増加することで生じる便益γを，アレー余剰の定義に従い，$y_d^2 - y_o^2$図に図示したものである．**図９**のように災害時所得の増加により，予算制約式がy_o軸方向に平行移動し，それに伴い達成可能な効用水準も向上する．この便益をアレー余剰の定義に従い，以下のように計測する．

$$\gamma = e\left(k^w, \phi_d^w, y_d^{1wo}, v^w\right) - e\left(k^w, \phi_d^w, y_d^{1w}, v^w\right) = \int_{y_d^{1wo}}^{y_d^{1w}} \frac{\partial e\left(k^w, \phi_d^w, y_d^1, v^w\right)}{\partial y_d^1} dy_d^1 \qquad (25)$$

ここで，(15)式において，包絡線定理を用いると，

$$\frac{\partial e(k, \phi_d, y_d^1, \overline{v})}{\partial y_d^1} = \frac{\partial e}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial y_d^1} = \frac{\partial f\left(k, h_d^2 - y_d^1\right)}{\partial y_d^1} \qquad (26)$$

(26)式を(25)式に代入すると，次式のようになる．

$$\gamma = \int_{y_d^{1wo}}^{y_d^{1w}} \frac{\partial f\left(k^w, \phi_d^w, y_d^{1wo}, v\right)}{\partial y_d^1} dy_d^1 \qquad (27)$$

(27)式では，災害時所得の限界的増加による私的防災投資額の限界的変化$\partial f / \partial y_d^1$を積分することで，便益を求めている．これは災害時所得と防災投資額といった現実世界でも入手可能な変数によって表されている．（なお，（１）と同様にマーシャルの需要関数への近似は４（４）にて扱う．）これより，便益γは図 10 のようにも描ける．

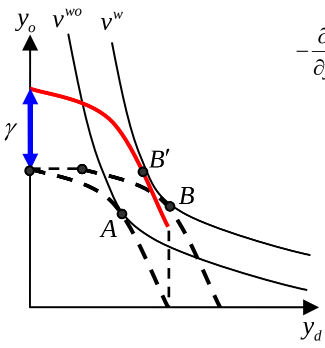

図９　災害時所得増加による便益(a)

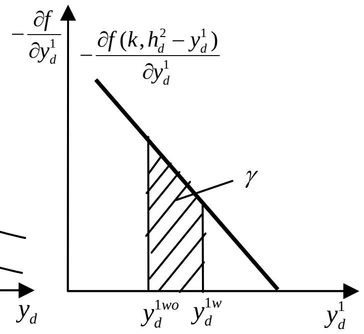

図 10　災害時所得増加による便益(b)

（４）観察不可能なヒックスの補償需要関数から観察可能なマーシャルの需要関数への近似

式(22)，(24)，(27)より，αは確実性下の環境変化の便益計測式である旅行費用法に等しく，βは確実性下の価格変化の便益計測式，γは確実性下の所得変化の便益計測式に対応していることがわかる．

(19)式より，プロジェクトによる便益 AS はα, β, γの単純和で求められる．しかし，α, β, γはヒックスの防災投資額の補償需要関数で表されているため，計測不可能である．そこで観察可能なマーシャルの需要関数で表せるように，プロジェクト後の効用最大化点である B 点の周りにおいてテイラー展開する．その結果は次式のように表される．

$$\begin{aligned}\alpha = \frac{\partial}{\partial \phi_d}\Bigg[&\left(\frac{\partial f}{\partial k}\right)^w (k^{wo} - \tilde{k}) \\ &+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial k^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial y_d^1 \partial k}\left(\frac{\partial y_d^2}{\partial k} + \frac{\partial y_d^2}{\partial y_o^1}\frac{\partial f}{\partial k}\right)\right)^w \\ &\cdot (k^{wo} - \tilde{k})^2 + \cdots\Bigg]\left(\phi_d^w - \phi_d^{wo}\right) \\ + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial {\phi_d}^2}\Bigg[&\left(\frac{\partial f}{\partial k}\right)^w (k^{wo} - \tilde{k}) \\ &+ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial k^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial y_d^1 \partial k}\left(\frac{\partial y_d^2}{\partial k} + \frac{\partial y_d^2}{\partial y_o^1}\frac{\partial f}{\partial k}\right)\right)^w \\ &\cdot (k^{wo} - \tilde{k})^2 + \cdots\Bigg]\left(\phi_d^w - \phi_d^{wo}\right)^2 + \cdots\end{aligned} \qquad (28)$$

$$\beta = \left[\frac{\partial f}{\partial k}\right]^w \left(k^{wo} - k^w\right) + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 f}{\partial k^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial y_d^1 \partial k}\left(\frac{\partial y_d^2}{\partial k} + \frac{\partial y_d^2}{\partial y_o^1}\frac{\partial f}{\partial k}\right)\right]^w \left(k^{wo} - k^w\right)^2 + \cdots \qquad (29)$$

$$\gamma = \left[\frac{\partial f}{\partial y_d^1}\right]^w \left(y_d^{1wo} - y_d^{1w}\right) + \frac{1}{2}\left[-\frac{\partial^2 f}{\partial {y_d^1}^2}\left(\frac{\partial y_d^2}{\partial y_d^1} + \frac{\partial y_d^2}{\partial y_o^1}\frac{\partial f}{\partial y_d^1} - 1\right)\right]^w \left(y_d^{1wo} - y_d^{1w}\right)^2 + \cdots \qquad (30)$$

(28)，(29)，(30)式において，k^{wo}，k^w，$\tilde{k}$，y_o^1，y_d^{1wo}，y_d^{1w}，ϕ_d^{wo}，ϕ_d^w，xは観察可能であり，さらに，防災施設水準に対する限界的災害時所得や通常時所得に対する限界的災害時所得，$f(k, y_d^2 - y_d^1)$の関数形は過去のデータから観察可能であると考えられる．

したがって，α, β, γ で示されたアレー余剰ASは個人の防災投資行動を観察することで，計測可能であることが示された．

5. 結論

a) 防災プロジェクトの効果として，災害確率の変化，防災施設水準の変化，災害時所得の変化を想定し，その便益をそれぞれ，個人の防災投資行動におけるヒックスの補償需要関数で表した．

b) ヒックスの補償需要関数の式では観察することができないという問題に対しては，ヒックスの補償需要関数を変化後の点の周りにおいてテイラー展開することにより，観測可能なマーシャルの需要関数およびそのパラメータに関する微係数で表現した．したがって，便益を計測するにあたって，このテイラー展開の次元を上げることでいくらでも精度良く近似できる．

参考文献

１）多々納祐一，高木朗義(2005)，防災の経済分析 - リスクマネジメントの施策と評価 - ,2,4,7，頸草書房

２）常木淳，費用便益分析の基礎(2000)，東京大学出版会