リスク態度を考慮した時間帯別確率的利用者均衡配分モデルの構築

A Semi-Dynamic Stochastic Equilibrium Model with Risk Behavior *

小松良幸****・中山晶一朗**・高山純一***
By Yoshiyuki KOMATSU****・Shoichiro NAKAYAMA**・Jun-ichi TAKAYAMA***

1．はじめに

通勤時における道路利用者は，到着時間に制約があり時間内に確実に目的地へ到着するために，経路選択を行う際には道路区間交通量の変動や旅行時間の不確実性を考慮していると考えられる．よって，通勤時の交通量を予測するためには，時間帯別に変化する道路区間交通量の変動や旅行時間の不確実性を考慮する必要がある．

確率的利用者均衡配分では，道路利用者の認知旅行時間に関する誤差が考慮されているが，ネットワーク上に存在する交通量や旅行時間に関する不確実性は考慮されているとは言い難く[4]，得られる交通量は確定的である．また，時間帯別利用者均衡配分では，時間帯別の交通量の変化が考慮されたモデルとなっている．しかし，時間帯別に変化する交通量と旅行時間の不確実性を考慮できていない．さらに，既存の研究では，OD修正法の適用に関するものが多く，このモデルでは，残留交通量の取り扱いは必ずしも適切に行われているとはいえない．[2), 3)]

本研究では，交通需要の変動を考慮に入れたリンク修正法による時間帯別確率的利用者均衡モデルを用いて，リスク態度を考慮した時間帯別確率的利用者均衡モデルを提案する．これは，道路利用者が経路選択を行うにあたり，交通需要の変動と旅行時間の不確実性を考慮した場合に得られる均衡状態を表現したものである．このモデルによって，旅行時間の不確実性をどの程度道路利用者が考慮に入れているのかを把握することが可能となる．また，各リンクの渋滞の状況を把握することが可能となる．

2．基本概念

(1) 均衡概念

本モデルにおける均衡状態は，「ある時間帯においてどの利用者も自分が経路を変更することによって，自分の実効旅行時間を減少させることができないと信じている状態」である．ここで，実行旅行時間とは，配分に用いる旅行時間として旅行時間による不確実性(旅行時間の標準偏差)を考慮したものである．

(2) 交通量の表現

日々の交通需要の変動を表現するために，交通量を確率分布によって表現する．ここで，各時間帯における各OD交通量は独立な正規分布に従っていると仮定する．したがって，m時間帯におけるODペアi間のOD交通量は次の正規分布によって表現することができる．

$$N\left[\overline{q}_i^m, Var\left[Q_i^m\right]\right] \tag{1}$$

ここで，Q_i^mは，m時間帯におけるODペアi間のOD交通量の確率変数であり，$\overline{q}_i^m$と$Var\left[Q_i^m\right]$はその期待値と分散である．本研究では，交通量の不確実性を表現するために分散を用いている．本来，OD交通量について期待値および分散を与件とする必要がある．期待値についてはこれまでの確定的なOD交通量を用いることによって対応可能であるが，分散の値はわからないことがほとんどである．そこで，交通量の期待値に比例して分散が決定されると仮定し，以下の式によって分散の算定を行う．

$$Var\left[Q_i^m\right] = \eta^m \overline{q}_i^m \tag{2}$$

ここで，η^mはm時間帯における正のパラメータである．

(3) 旅行時間の表現

リンク旅行時間を表現するためにBPR関数を用いている．したがって，リンク旅行時間の期待値は以下のように表現できる．

$$E\left[T_a^m\right] = t_{a0}\left(1 + 0.15\left\{E\left[(X_a^m)^4\right]/C_a^4\right\}\right) \tag{3}$$

ここで，t_{a0}は，リンクaにおける自由旅行時間であり，C_aは，リンクaの交通容量である．また，X_a^mは，m時間帯におけるリンク交通量の確率変数である．式(3)中の$E\left[(X_a^m)^4\right]$は，積率母関数を用いることによっ

*キーワーズ：時間帯別均衡配分、確率的OD交通量、道路ネットワーク配分
**正会員，博(工)，金沢大学大学院自然科学研究科
〒920-1192　金沢市角間町
TEL：076-234-4613，Fax：076-234-4613
***フェロー，工博，金沢大学大学院自然科学研究科
****学生員，金沢大学大学院自然科学研究科

て，以下のように表現することができ，これを式(3)へ代入し，リンク旅行時間の計算を行う．

$$E\left[(X_a^m)^4\right] = 3\left(Var\left[X_a^m\right]\right)^2 + 6Var\left[X_a^m\right]\left(\bar{x}_a^m\right)^2 + \left(\bar{x}_a^m\right)^4 \quad (4)$$

ここで，$\bar{x}_a^m$ と$Var\left[X_a^m\right]$はリンク交通量の期待値と分散である．得られたリンク旅行時間の期待値と分散を用いることで，経路旅行時間の期待値と分散を算定することができる．経路旅行時間の期待値は，以下の式によって算定することができる．

$$E\left[T_{ik}^m\right] = \sum_a \delta_{a,ik} E\left[T_a^m\right] \quad (5)$$

ここで，$\delta_{a,ik}$ は，ODペアi間経路kにリンクaが含まれている場合には1，そうでない場合には0となる変数である．また，経路旅行時間の分散は以下の式によって表現することができる．

$$Var\left[T_{ik}^m\right] = Var\left[\sum_a \delta_{a,ik} T_a^m\right] \quad (6)$$

３．モデルの定式化

本章では，リスク態度を考慮した時間帯別確率的利用者均衡配分モデルの定式化を行う．(1)節で，リンク修正法による時間帯別確率的利用者均衡配分モデルを示し，(2)節で，実行旅行時間について説明する．(3)節で，リスク態度を考慮した定式化を行う．

(1) リンク修正法によるモデル化

ここでは，旅行時間の期待値を用いた時間帯別確率的利用者均衡配分に関する説明を行う．よって，この(1)説で表現される均衡状態は，「ある時間帯においてどの利用者も自分が経路を変更することによって，自分の平均旅行時間を減少させることができないと信じている状態」である．

リンク修正法による時間帯別確率的利用者均衡配分モデルを解くためには，各経路に関する通過したリンクの順番が必要になるので，経路と経路交通量を確定的にする必要がある．よって，確率的配分モデルを用いる．このモデルでは，道路利用者が利用する可能性のある経路から経路選択肢集合を作り，各経路の選択確率をロジットモデルによって，算定している．ODペアj間経路kの経路選択確率は，以下の式により表現できる．

$$p_{ik}^m = \frac{\exp\left[-\theta E\left[T_{ik}^m\right]\right]}{\sum_k \exp\left[-\theta E\left[T_{ik}^m\right]\right]} \quad (7)$$

ここで，θはパラメータである．これによって，経路交通量の期待値と分散は以下の式によって表現できる．

$$\bar{f}_{ik}^m = p_{ik}^m \bar{q}_i^m \quad (8)$$

$$Var\left[F_{ik}^m\right] = (p_{ik}^m)^2 Var\left[Q_i^m\right] = (p_{ik}^m)^2 \eta^m \bar{q}_i^m \quad (9)$$

ここで，F_{ik}^m は，m時間帯におけるODペアi間経路kの経路交通量の確率変数であり，$\bar{f}_{ik}^m$ と$Var\left[F_{ik}^m\right]$はその期待と分散である．OD交通量に関する仮定と正規分布の再生性により，経路交通量は以下の正規分布に従う．

$$N\left[p_{ik}^m \bar{q}_i^m, (p_{ik}^m)^2 \eta^m \bar{q}_i^m\right] \quad (10)$$

また，各経路交通量は独立な正規分布に従うとすると仮定すると，リンク交通量も正規分布の再生性から次の正規分布により，表現することができる．

$$N\left[\sum_i \sum_k \delta_{ik,a} p_{ik}^m \bar{q}_i^m, \sum_i \sum_k \delta_{ik,a} (p_{ik}^m)^2 \eta^m \bar{q}_i^m\right] \quad (11)$$

m時間帯ODペアi間経路k内j番目リンクの終端までの所要時間の確率変数$C_{ik}^m(j)$は，以下の式によって表現できる．

$$C_{ik}^m(j) = \sum_a \lambda_{ijk,a} T_a^m \quad (12)$$

ここで，T_a^m は，m時間帯におけるリンクaの旅行時間の確率変数であり，$\lambda_{ijk,a}$ は，m時間帯ODペアi間経路k内j番目リンクがリンクaであるとき1，そうでないとき0となる変数である．$C_{ik}^m(j)$ は，式(12)に示したようにリンク旅行時間の確率変数によって表現されている．したがって，本来，$C_{ik}^m(j)$ も確率変数となる．しかし，本研究では，修正交通量の表現を容易にするために，残留交通量の計算の場合のみリンク旅行時間の確率変数は，その一次近似として期待値のみによって近似的に表現できると仮定し，リンク旅行時間を確定値として扱うこととする．よって，$C_{ik}^m(j)$ は，

$$C_{ik}^m(j) \approx \bar{c}_{ik}^m(j) = \sum_a \lambda_{ijk,a} E\left[T_a^m\right] \quad (13)$$

となる．ここで，$\bar{c}_{ik}^m(j)$ は，m時間帯ODペアi間経路k内j番目リンクの終端までの所要時間の期待値である．これを用いて，m時間帯ODペアi間経路k内j番目リンクの起点を通過していない残留経路交通量の確率変数$Y_{ik}^m(j)$ は，以下の式によって表現することができる．

$$Y_{ik}^m(j) = \frac{F_{ik}^m}{T_w} \bar{c}_{ik}^m(j-1) \quad (14)$$

また，残留経路交通量の期待値 $\bar{y}_{ik}^m(j)$ とその分散$Var\left[Y_{ik}^m(j)\right]$は，以下の式によって表現できる．

$$\bar{y}_{ik}^{m}(j)=\frac{\bar{f}_{ik}^{m}}{T_w}\bar{c}_{ik}^{m}(j-1) \tag{15}$$

$$Var\left[Y_{ik}^{m}(j)\right]=\left(\frac{\bar{c}_{ik}^{m}(j-1)}{T_w}\right)^2\bar{f}_{ik}^{m} \tag{16}$$

ここで，T_wは，時間帯の幅である．式(14)による各経路上のリンクでの残留交通量を用いて，各リンクレベルにおける残留交通量の確率変数Z_a^mの期待値と分散は，次の式によって表現できる．

$$\bar{z}_a^m=\sum_i\sum_j\sum_k\lambda_{ijk,a}\frac{\bar{f}_{ik}^{m}}{T_w}\bar{c}_{ik}^{m}(j-1) \tag{17}$$

$$\begin{aligned}Var\left[Z_a^m\right]&=\sum_i\sum_j\sum_k\lambda_{ijk,a}\left(\frac{\bar{c}_{ik}^{m}(j-1)}{T_w}\right)^2Var\left[F_{ik}^m\right]\\&=\sum_i\sum_j\sum_k\lambda_{ijk,a}\left(\frac{\bar{c}_{ik}^{m}(j-1)}{T_w}\right)^2\eta^m\bar{f}_{ik}^m\end{aligned} \tag{18}$$

よって，リンクレベルでの修正交通量の期待値と分散は，以下の式によって表現することができる．

$$\begin{aligned}\bar{d}_a^m&=\bar{z}_a^{m-1}+\bar{x}_a^m-\bar{z}_a^m\\&=\bar{z}_a^{m-1}+\bar{x}_a^m-\sum_i\sum_j\sum_k\lambda_{ijk,a}\frac{\bar{c}_{ik}^{m}(j-1)}{T_w}\bar{f}_{ik}^m\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}Var\left[D_a^m\right]&=Var\left[Z_a^{m-1}\right]+Var\left[X_a^m\right]-Var\left[Z_a^m\right]\\&=Var\left[Z_a^{m-1}\right]+Var\left[X_a^m\right]\\&-\sum_i\sum_j\sum_k\lambda_{ijk,a}\left(\frac{\bar{c}_{ik}^{m}(j-1)}{T_w}\right)^2\eta^m\bar{f}_{ik}^m\end{aligned} \tag{20}$$

ここで，D_a^mは，m時間帯におけるリンクaの修正リンク交通量の確率変数であり，$\bar{d}_a^m$と$Var\left[D_a^m\right]$は，その期待値と分散である．したがって，修正リンク交通量の期待値と分散を用いて式(3)，(4)によって表現されたリンク旅行時間の確率変数を書き直すと以下の式となる．

$$\begin{aligned}T_a^m&=t_a\left(D_a^m\right)\\&=t_a\left(Z_a^{m-1}+X_a^m-\sum\sum_j\sum_k\lambda_{ijk,a}\frac{\bar{c}_{ik}^{m}(j-1)}{T_w}F_{ik}^m\right)\\&=\left(Z_a^{m-1}+\sum_i\sum_k\delta_{ik,a}F_{ik}^m-\sum\sum_j\sum_k\lambda_{ijk,a}\frac{\bar{c}_{ik}^{m}(j-1)}{T_w}F_{ik}^m\right)\end{aligned} \tag{21}$$

以上より，リンク修正法による時間帯別確率的均衡配分は，式(5)，(7)，(8)，(19)，(21)と以下に記載した式が同時に満足した状態として定式化できる．

$$\sum_k p_{ik}^m=1 \tag{22}$$

$$\sum_k\bar{f}_{ik}^m=\bar{q}_i^m \tag{23}$$

$$\bar{x}_a^m=\sum_i\sum_k\delta_{ik,a}\bar{f}_{ik}^m \tag{24}$$

(2) 実効旅行時間の表現

道路利用者は各経路の旅行時間のみならず，その経路に存在している経路旅行時間の不確実性を考慮に入れて経路を選択していると考えられる．例えば，通勤時には，到着時間に制約があるために時間内に目的地へ到着できるように所要時間のばらつきが小さい道路を選択する確率が高くなるはずである．よって，本研究では以下に示す旅行時間のばらつきに関する評価（リスク態度）を考慮した実行旅行時間を用いる．

$$V_{ik}^m=E\left[T_{ik}^m\right]+\gamma\sqrt{Var\left[T_{ik}^m\right]} \tag{25}$$

ここで，γはリスク態度を表すパラメータであり，γ>0ならばリスク回避，γ＝0ならばリスク中立，γ<0ならばリスク選好である．

(3) リスク態度を考慮した定式化

道路利用者は，(2)節で示した実効旅行時間を考慮して，経路選択を行っていると考える．したがって，ODペアi間経路kの経路選択確率は，以下の式により表現できる．

$$p_{ik}^m=\frac{\exp\left[-\theta V_{ik}^m\right]}{\sum_k\exp\left[-\theta V_{ik}^m\right]} \tag{26}$$

リスク態度を考慮した時間帯別確率的均衡配分は，式(26)と式(5)，(8)，(19)，(21)，(22)，(23)，(24)を同時に満足した状態によって，定式化される．

4．単純なネットワークへの適用

(1) ネットワークの概要

３章(3)説で記載したリスク態度を考慮した時間帯別確率的利用者均衡配分の定式化により，解が得られるかどうかを確認するために，以下に示すネットワークへ適用する．そして，リスク態度を決定するパラメータγの値によってどのように交通量と旅行時間が変化するのかを把握する．

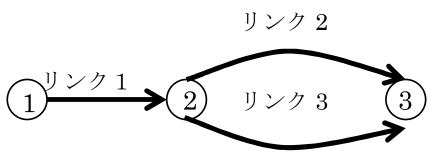

図１　単純なネットワーク

また，このネットワークにおいて，各リンクの条件は以下のように定める．

表１　各リンクの条件

	交通容量	自由旅行時間
リンク1	1000台	10分
リンク2	1000台	10分
リンク3	500台	5分

ここで，経路選択に影響を与えるリンク 2 とリンク３の特徴を説明する．リンク 2 は目的地までの距離は長いが，道路幅が大きく，旅行時間の不確実性が小さい道路である．これに対して，リンク 3 は目的地までの距離は短いが，道路幅が狭く，旅行時間の不確実性が大きい道路である．今回の計算では，ノード 1 からノード３へ向かう OD 交通量のみを扱うこととし，時間帯別の OD 交通量の期待値および分散は以下の表に示す．

表２　各時間帯における OD 交通量の条件

	期待値	分散
時間帯1	1500台	30000台^2
時間帯2	2000台	40000台^2
時間帯3	1500台	30000台^2

各時間帯の幅を120分，確率配分モデルで扱うパラメータ θ の値を1として計算を行う．

(2) 計算結果

図2は，リスク態度γを変化させた場合に得られるリンク2およびリンク3における交通量の期待値である．γが大きくなる，すなわち，道路利用者のリスク回避の傾向が強くなるに従い，旅行時間の不確実性が小さいリンク2を選択する道路利用者が増加していることがわかる．また，リスク態度を考慮していない(γ=0)結果と考慮した(γ=1, 3)結果の間で生じる差が大きいこともわかる．

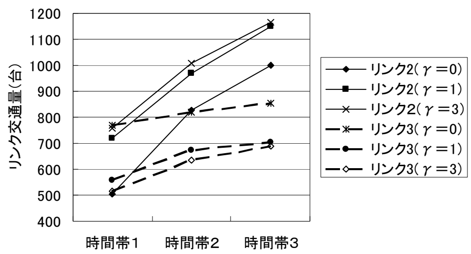

図2　γとリンク交通量の関係

図3は，リスク態度γを変化させた場合に得られる経路１および経路2における旅行時間の期待値である．ここで，経路1はリンク1→リンク2であり，経路2はリンク1→リンク3である．

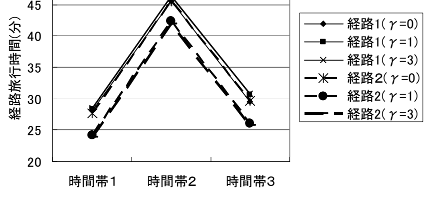

図3　γと経路旅行時間の関係

図3より，γが大きくなる，すなわち，道路利用者のリスク回避の傾向が強くなるに従い，旅行時間の不確実性が大きい経路2(リンク3)を選択する道路利用者が減少しているために，経路2の旅行時間の期待値が減少していることがわかる．これに対し，経路旅行時間の不確実性が小さい経路１の旅行時間は，経路2の旅行時間の期待値と比較してさほど変化していないことがわかる．

5. おわりに

本研究では，リンク修正法を用いた時間帯別確率的利用者均衡配分モデルを用いて，リスク態度を考慮した時間帯別確率的利用者均衡配分モデルの定式化を行った．その上で，単純なネットワークへの適用を行った．その結果，リスク態度を考慮することによって，旅行時間の不確実性を考慮に入れた道路利用者の経路選択行動を表現できることを示した．

本研究のモデルの大きな特色は，①正規分布に従っている OD 交通量を時間帯別に配分することによって，時間帯別の交通流の変化を把握することができる点および②旅行時間の不確実性を考慮に入れた道路利用者の経路選択行動を把握できる点，③残留交通量を OD 修正法よりも厳密に取り扱うことができる点，④旅行時間の分散や変動係数を計算できる点である．これによって，時間帯ごとの旅行時間の信頼性を計算結果として表現でき，また，リンクごとに存在する残留交通量を表現することが可能となる．

今後の課題としては，(1)本研究で定式化を行ったリスク態度を考慮した時間帯別確率均衡配分モデルを等価な最適化問題として表現し，実際の道路ネットワーク(例えば，金沢市ネットワーク)へ適用すること，(2)リンク旅行時間の確率分布を考慮した時間帯別利用者均衡配分モデルの作成を行うこと，(3)機関分担を組み込んだ時間帯別確率的利用者モデルを構築し，バス専用レーン等の TDM 施策の導入効果分析を行う必要がある．

参考文献

1）中山晶一朗，高山純一，長尾一輝：道路利用者のリスク態度を考慮した金沢道路ネットワークの均衡分析，第 59 回土木学会年次学術講演会講演概要集，on CD-ROM，2004.

2）藤田素弘，松井寛，溝上章志：時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究，土木学会論文集，Ｎｏ.389/Ⅳ-8，pp.111-119，1988.

3) 宮城俊彦，牧村和彦：時間帯別交通量配分手法に関する研究，交通工学，Vol,26/Ｎｏ.2，pp.17-28，1991.

4) 土木学会：交通ネットワークの均衡分析，丸善，1998