所要時間信頼性を考慮した乗客配分モデルの構築*

Transit Assignment Model Considering Travel Time Reliability*

原尾　彰†・倉内　文孝‡・嶋本　寛§
By Akira HARAO†・Fumitaka KURAUCHI‡・Hiroshi SHIMAMOTO§

1．はじめに

現代日本社会は高度成長を成し遂げ，人々の生産性が大きく向上した．その結果，速達性だけでなく定時性が重んじられるようになり，利便性柔軟性の高い自家用車の利用が増加したといえる．一方で，公共交通は自動車交通に比べ，エネルギー効率がよく，にぎわいのあるまちづくりの基幹となり，コンパクトな都市を形成することができるなど持続可能社会の実現に重要な役割を担っている．このような理由から公共交通も平均値的な所要時間だけでなく所要時間の信頼性からも考察することが重要である．そのような背景のもと倉内ら[1)]は公共交通ネットワークを所要時間信頼性の観点から評価しているが，この研究で用いられたモデルでの乗客行動は，従来からの平均値的な所要時間を判断基準としている．そこで本研究では，乗客行動の判断基準に従来の平均値的な所要時間に加えて，不確実性すなわち所要時間信頼性を考慮した場合の乗客流表現ならびに乗客流配分モデルについて検討を加える．ここでは，頻度ベースのサービスの公共交通をとりあげる．なぜなら，時刻表ベースの配分計算を行う場合，時間を細かく取り扱うことになり，モデルが複雑になるためである．また，公共交通施策の比較等を行いたい場合には，静的な取り扱いをすれば十分と考えられる．

2．乗客流表現に関する既往の研究

（1）Common Lines Problem

頻度ベースでサービスが提供されている公共交通を利用する場合，乗客は駅で列車待ちをしいられることになる．その際，駅において今到着した車両に乗車するのか，あるいはその車両には乗らず他の路線の車両の到着を待つのか，といった選択を迫られることになる．つまり，「目的地までたどり着くことができる路線群のうちどの路線集合を選択するか」ということを乗客は決定する必要があり，この問題が"Common Lines Problem"と定義されている[2)]．詳しくは後述する．

（2）混雑の影響

公共交通を扱う上で考慮しなくてはならない次の問題として混雑があげられる．需要が増加すると待ち時間などに影響し所要時間は増加するためである．さらにその結果として乗客は利用経路を変更することも考えられる．De Cea and Fernandez[3)]は，駅での混雑を考慮した均衡モデルを提案している．すなわち乗車リンクの待ち時間を乗客数に依存する BPR 型関数として定式化し，その逆数を混雑により乗り損ねの発生を加味した実質的な運行頻度と考え，有効頻度と名付けた．有効頻度は混雑するにつれ減少していく性質のもので，有効頻度を名目頻度の代用とすることで混雑を加味したことになる．

（3）公共交通における所要時間信頼性の考え方

公共交通における所要時間信頼性を考えるにあたって，公共交通での所要時間の変動要因とはいったい何かを考えることが重要である．もし道路交通なら需要増加による速度低下が主要因であるため，ネットワーク上のリンクの所要時間分布を求め，それらを足し合わせることによって表現することができる．しかし公共交通の場合，特に軌道系機関では，所要時間のばらつきは小さい．一方で，列車の待ち時間など道路交通にはない公共交通特有の変動要因が存在する．倉内ら[1)]は，所要時間信頼性の観点から公共交通ネットワークを評価する際に，公共交通での遅れの発生原因を次の2つに整理した．ひとつは，運行がある頻度を持ったサービスであることにより生じる列車到着までの待ち時間によるものである．もうひとつは，列車が混雑していることにより次の列車に乗らざるを得なくなるといったものである．なおこの研究では乗車時間の変動は考慮されていない．バスの遅れは乗客の需要によって変動しているわけではなく道路リンクの自動車の需要によって変動し，それは道路交通の配分問題に帰結するからである．

そのような整理のもと，倉内ら[1)]は所要時間の変動

* Keywords: 配分交通，公共交通，所要時間信頼性
† 学生員，京都大学大学院工学研究科
（〒615-8540 京都市西京区京都大学桂，TEL 075-383-3237，FAX075-383-3236）
‡ 正会員，博（工），京都大学大学院工学研究科
§ 学生員，修（工），京都大学大学院工学研究科

を表現・評価するために，先ほど述べた有効頻度の概念に着目し，有効頻度を所要時間信頼性の評価手法に導入している．列車の到着に再現期間が有効頻度の逆数となるポワソン過程を導入した．そして列車の待ち時間の平均を有効頻度の逆数となる指数分布に従うと仮定し，累積確率が90%となる所要時間を信頼性指標として用い，トリップの所要時間信頼性の評価を試みている．運行頻度を有効頻度とし，混雑に応じて頻度を減少させることで，乗客の混雑を加味したものになっていることがわかる．本研究ではこの考えを導入することとする．

３．信頼性を考慮した乗客流配分モデルの構築

（１）期待所要時間と経路選択確率の定式化

出発地から目的地にむかって，n本の路線があるとし，それら路線の集合をAとする．また，それぞれの路線の乗車時間はt_l，運行頻度はf_lとする．今，列車は頻度ベースで運行されているため，乗客は路線集合Aに含まれるCommon Lines Sのサブ経路集合を選択し，その経路集合のうち最初に出発地に到着する列車を利用する方法をとることになる．その結果，列車の到着をポワソン到着と仮定すれば，Sの目的地までの平均所要時間$T_{s,\mathrm{Expect}}$は以下のように与えられる．

$$T_{S,\mathrm{Expect}} = \frac{1}{\sum_{l\in S} f_l} + \frac{\sum_{l\in S} t_l f_l}{\sum_{l\in S} f_l} \tag{1}$$

第1項は期待待ち時間を，第2項は期待乗車時間をあらわす．また，Common Lines S内の路線lへの経路分岐確率q_lは以下のようになる．

$$q_l = f_l \Big/ \sum_{k\in S} f_k \tag{2}$$

頻度ベースの公共交通ネットワークでは，先にきた列車に乗車する方法が最適となる可能性があり，個々の単一経路ではなくその組み合わせについても考慮しなければならなくなるため，検討すべき選択肢が増大する．

（２）有効頻度および所要時間分布の定式化

本研究では前節で述べたように有効頻度を用いて混雑の影響を表現する．有効頻度については次のように定式化される．

$$\omega_{il} = 1/f_l + \alpha\left(\frac{v_{\mathrm{b}il} + v_{il}}{f_l \kappa_l}\right)^n$$

$$f'_{il} = 1/\omega_{il}$$

ただし，

v_{il}　：駅iにおいて路線lへ乗車する乗客数
v_{bil}　：駅iにおける路線lの既乗客数
κ_l　：路線lの車両容量
ω_{il}　：駅iにおける路線lの期待待ち時間
f_{il}'　：駅iにおける路線lの有効頻度
α, n　：パラメータ

である．

もし混雑がない自由流の場合であれば，有効頻度f_{il}'は名目上の運行頻度f_lと一致する．しかし，車両への乗車乗客数もしくは既に乗車している乗客数が多いと乗り損ねが生じるため駅での待ち時間が増加し有効頻度が低下する．経路分岐確率や期待所要時間の計算において式(1)，式(2)の運行頻度f_lを有効頻度f_{il}'におきかえて計算することによって混雑を加味したことになる．この有効頻度をもとに所要時間累積確率分布を導出することができる．すなわち，列車はポワソン到着するので，待ち時間の確率分布は平均が有効頻度の逆数である指数分布に従うことになる．乗車時間t_l，有効頻度f_{il}'である単一路線における所要時間累積確率分布は，

$$P_{il}(t) = \begin{cases} 0 & (t < t_l) \\ 1 - \exp\{-f'_{il}(t - t_l)\} & (t \ge t_l) \end{cases}$$

となる．これより待ち時間による所要時間の変動と，列車の乗り損ねによる待ち時間の変動を同時に表現できる．

次に，複数の路線を乗り継ぐケースを考えよう．この場合，それぞれの路線に乗車する場合に待ち時間が確率的に発生するため，それらの確率分布を合成する必要がある．まず L 個の路線を乗り継ぐ直列ネットワークを考えてみよう．直列ネットワークの所要時間確率密度関数$p(t)$は路線 l (l=1,⋯L)の所要時間確率密度関数$p_l(t)$を用いて以下のように算出される．

$$p(t) = \int_0^t p_1(x_1)\cdot\int_0^{t-x_1} p_2(x_2)\cdots\int_0^{t-(x_1+x_2+\cdots+x_{L-1})} p_L(x_l)\,dx_L\cdots dx_2 dx_1$$

上式の多重積分は各路線の所要時間分布が独立と仮定していることにより，動的計画法の概念を用いて，簡略化可能である．今，m 個の路線(l=1, ⋯m)を考え，所要時間が c_m となる確率密度関数 $j_m(c_m)$を与える．このとき，$j_m(c_m)$は次の再帰方程式で表現できる．

$$j_m(c_m) = \int_0^{c_m} p_m(x_m)\cdot j_{m-1}(c_m - x_m)\,dx_m$$

よって，L 個の多重積分は，L 回の積分を繰り返すことで対応可能となる．

駅間に複数の路線が運行されておりCommon Linesを形成する並列ネットワークでは次のように算出される．

$$p(t) = \sum_{l\in S} q_l \cdot p_l(t)$$

すなわち，路線 l の選択確率 q_l と路線 l を利用した場合の確率密度関数 $p_l(t)$とを掛け合わせ和をとる

ことで所要時間分布を算出することができる．

ネットワークが拡大し並列システムと直列システムが混在すると，解析的に解くことは困難になるが，再帰方程式の関係によって目的地ごとに到着時間分布を作成していくことで，所要時間信頼性指標を数値的に計算していくことは可能である．本研究では，乗車方法Sについて所要時間tの累積分布$P_S(t)$を求め，$P_S(t)=\beta\%$となるtを乗車方法Sの信頼性指標$T_{S,\beta}$とする．すなわち，

$$T_{S,\beta} = P^{-1}\left(\frac{\beta}{100}\right) \tag{3}$$

により所要時間の信頼性を評価するものとする．

（３）利用者の行動規範

以上のような設定のもと，乗客は最適な経路および乗車方法を探さなければならない．その際，乗客の経路選択の行動規範に所要時間信頼性を組み込むことが重要である．本研究では，最適性の原理に従って目的地側から出発地へ遡って，各ノード（中間駅）から目的地までの各経路の所要時間確率分布を同定し，その分布から信頼性指標 $T_{S,\beta}$を得て，最短経路を探索する．例えば図１のネットワークの場合，中間駅から目的地までの，Line I，Line III，そしてその両方の3つのhyperpathのうち$T_{S,\beta}$の最も小さい経路が出発地からの最適経路に含まれることを前提として最適経路を算出する．上記の計算方法により所要時間信頼性指標$T_{S,\beta}$が得られれば，以下のように一般化費用を定義し,それを最小にするような乗車方法を選択することにする．

$$g_S = (1-\theta)\cdot T_{S,\mathrm{Expect}} + \theta \cdot T_{S,\beta} \tag{4}$$

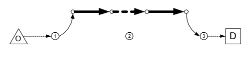
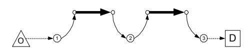
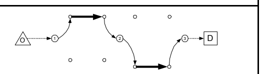
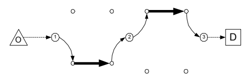
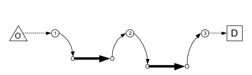
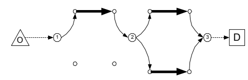
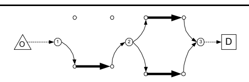
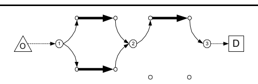
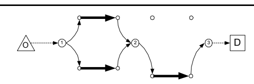
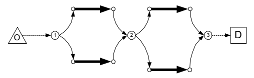
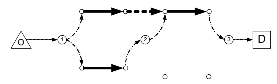
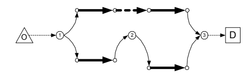
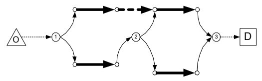
ここで $T_{S,\mathrm{Expect}}$，$T_{S,\beta}$はそれぞれ式(1)，式(3)で定義されているものと同様である．θは所要時間信頼性の重要度に関するパラメータである．もし$\theta=0$ であれば，平均的な所要時間のみで乗車方法を選択し，$\theta=1$ であれば，所要時間信頼性のみで乗車方法を決定することとなる．ここでいう一般化費用とは，平均と信頼性とを重み付けした上での所要時間ということができる．

なお，本モデルでは利用されている経路群(hyperpath)の一般化費用は有効頻度の関数であるため，混雑により増加する性質をもつ．よって，ゼロフロー時に最小費用である経路の一般化費用は，需要の増加に伴い増加する．その結果，最終的には利用されている経路の一般化費用は全て等しく，利用されていない経路はそれ以上となる利用者均衡状態が達成される．計算方法はここでは詳述しないが，逐次平均法（MSA）を活用することで計算回ごとの最短 hyperpath に乗客フローを割り当てることを繰り返し，均衡状態を計算している．

４．ケーススタディ

図１に示す単純なネットワークにおいてケーススタディを行った．Line Iは運行頻度が多く目的地まで乗換えなしでたどりつけるが，遠回りをする．Line Ⅱ，Ⅲは乗車時間が短いが，運行頻度は少なく乗換えが存在するというものである．このネットワークの場合，乗車方法は表１に示されるように13通り考えられる．前述の最適性原理の成立に関しての問題を考慮して，今回は，配分計算終了後，13通りの乗車方法全ての一般化費用をみることで，問題がないことを確認する．パラメータの設定は，$\alpha=10$，$n=1$とし，各路線の容量は100人/分，需要

表１. 対象ネットワークの全乗車方法

ID	乗り換えの方法	ID	乗り換えの方法	ID	乗り換えの方法
R1		R2		R3	
R4		R5		R6	
R7		R8		R9	
R10		R11		R12	
R13					

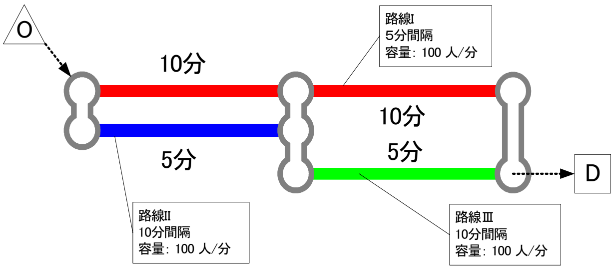


図１．対象ネットワーク

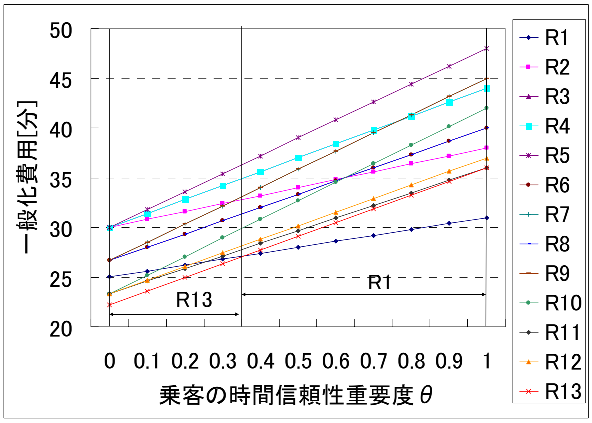


図２．時間信頼性重要度θと一般化費用の関係
（OD=0 人／分）

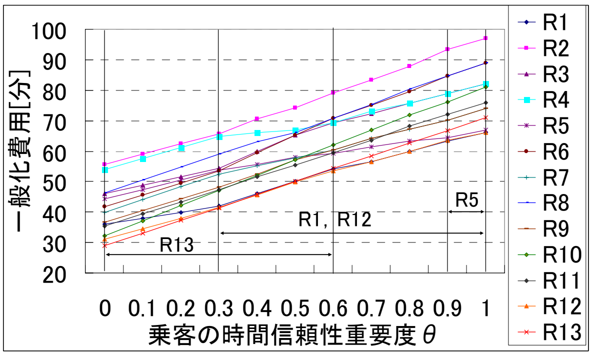


図３．時間信頼性重要度θと一般化費用の関係
（OD=200 人／分）

は0, 200人/分，β=90%として計算をすすめた．

図２は，需要が 0 人/分の場合に，乗客の時間信頼性に対する重要度θを 0～1 まで 0.1 刻みに計算させた場合の各乗車方法の一般化費用の変化を表す．横軸にθ を，縦軸に一般化費用 g_s をとった．図２はθを固定したとき，図中に示した乗車方法が，そのときの最適な乗車方法を示す．図２より$\theta \leq 0.3$の場合には R13 が最適であるが，$\theta > 0.3$では，R1 が最適な乗車方法となる．時間信頼性の重要度が増加すると，最適な乗車方法は Common Lines をできるだけ多く形成し期待待ち時間を小さくするような乗車方法から，直行便かつ高頻度な乗車方法へ変化していく様子がみてとれる．乗り換えを減らすことで，所要時間が変動する列車待ちの回数を減らすことができ，さらに多頻度路線を利用することで，待ち時間の変動を最小にできるためである．

同様の分析を混雑時，すなわち需要が 200 人/分の場合についても行った．その結果が図３である．$\theta \leq 0.3$の場合はR13 のみが最適であるが，$0.3 \leq \theta \leq 0.6$ の場合になると，R13 だけでなく R1 や R12 も最適な乗車方法になる．しかし，$\theta > 0.6$ となると R13 は最適ではなくなってしまう．さらにθ が大きくなって$\theta > 0.9$ の場合になると，R5 も最適乗車方法に含まれる．需要が 0 人/分の場合と同様に時間信頼性の重要性が増加すると最適経路が R13 から乗車待ちが 1 回で済む R1 へ変化するが，R1 だけでなく，R12 や R5 も最適経路に含まれる点が異なっている．このように需要が大きい場合には，乗換えが存在したとしても，また頻度が少なくとも代替経路の存在が所要時間信頼性に寄与するといえる．また，最適経路の一般化費用が等しいことから本モデルが利用者均衡条件や最適性の原理をみたし，モデル構築の意図に満足していることが確認できた．

５．おわりに

本研究では，所要時間信頼性を考慮した乗客配分モデルを構築し，ケーススタディとして，乗客の所要時間信頼性に対する重要度が増加するにつれて，経路選択がどのように変化するかについて分析を行った．その結果，所要時間信頼性の重要度が高い場合には，直行便かつ高頻度な経路が好まれることがわかった．一方で，乗客需要が大きい場合には，所要時間信頼性の観点からも代替経路が存在するネットワークの方が好ましいことが明らかとなった．

今後の課題については，より現実に近いネットワークにおける配分計算の実施があげられる．また，最短経路探索の際に最適性の原理が成立することを前提として計算を進めているが，その証明はなされておらず，この検証を行う必要がある．本研究で示した簡単な例題においては計算結果に不整合は生じていないが，これが成立する条件について整理していきたい．

参考文献

1）倉内文孝・杉本一走・嶋本寛・飯田恭敬：所要時間信頼性に着目した公共交通ネットワークのサービス評価に関する研究，土木計画学研究・講演集　Vol. 32，CD-ROM，2005
2）Chriqui, C. and Robillard, P. : Common Bus Lines, Transportation Science, Vol.9, pp.115-121, 1975
3）J. de Cea and E. Fernández : Transit Assignment for Congested Public Transport Systems: An Equilibrium Model, Transportation Science, 27(2) pp.133-147, 1993