

不確実な経済環境における都市集積の均衡ダイナミクス*

Core-Periphery Equilibrium Dynamic Models with Economic Uncertainty *

藤原誠**・織田澤利守***・赤松隆***

By Makoto FUJIWARA **・Toshimori OTAZAWA ***・Takashi AKAMATSU***

1. はじめに

都市の集積メカニズムの解明は、新しい経済地理学における中心的話題である。Krugman (1991a) の Core-Periphery (CP) モデルは、集積の経済にミクロ経済学的基礎を与えた先駆的研究であり、同時に外部性の存在により複数均衡解が存在しうることが明らかにした。Krugman (1991a)以降、どのような要因によって均衡が選択され、どのような経路をたどって均衡へ到達するかという問題が次なる課題として位置付けられ、経済主体の地域間移動ダイナミクスに関する研究が活発に行われてきた。

Fujita *et al.* (1999)は、労働者を近視眼的な主体であると仮定し、各時点においてより大きな瞬間効用をもたらす地域へと移住が進むような複製ダイナミクス (Replicator Dynamics) に基づいて分析を行った。その上で、初期条件が到達する均衡解を決定すること (History matters) を示した。これに対し、Krugman (1991b)は、主体の合理性に関する仮定を緩和し、労働者が将来にわたって獲得する総効用に基づき移住地域を選択する予見的ダイナミクス (Forward-looking Dynamics) を採用した。その結果、特定の条件の下では、主体が到達するであろうと期待する均衡解が自己実現的に到達される (Expectation matter) という新しい均衡選択手法を提案した。しかし、Krugman (1991b)の提案した均衡選択手法は、主体の'Expectation'に応じて同時に複数の均衡経路が存在し、そのいずれかを一意に選択することができないという問題 (均衡の不定性) がある (詳細な議論は、5. (2)を参照されたい)。

本研究では、主体を取り巻く経済環境の不確実性を導入することより、予見的ダイナミクスに基づく CP 均衡選択問題をより一般性の高い枠組みへと拡張する。その上で、提案モデルが Krugman (1991b)に代表される確定論的モデルが抱える均衡の不定性を解消し、均衡経路を一意に決定することを明らかにする。

*キーワード: 都市経済分析, 複数均衡, Core-Periphery モデル

**非会員、工修、仙台市建設局道路部

(〒980-8671 仙台市青葉区国分町3丁目7-1)

***正員、工博、東北大学大学院情報科学研究科

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06)

2. CP モデルにおける短期均衡の概要

本研究における短期均衡のモデルには、Krugman (1991b)よりも扱いが容易な Forslid (2003)の枠組みを採用する。このモデルも Krugman (1991b)同様、2部門、2地域、2要素、財の輸送、要素の移動から構成される経済を仮定する。以下では、部門、地域、要素、財の輸送、要素の移動についてそれぞれ説明する。

a) 部門 経済には完全競争的な“部門A”と、独占的競争の行われる“部門M”が存在する。ここで、部門Aを定義する特徴は、収穫不変の技術により、非熟練労働者 (unskilled) を生産要素として1種類の同質な“財A”を生産する完全競争的な部門ということである。また、部門Mを定義する特徴は、収穫逓増の技術により、熟練労働者 (skilled) 及び unskilled を生産要素として、広範に差別化された“財M”を生産する独占競争的な部門ということである。ただし、部門に特有な skilled の供給は固定的であり、unskilled の供給は弾力的であるものと仮定する。この仮定に基づき、部門Mの1企業は、財Mを x_m 単位生産する場合、 α 単位の skilled と βx_m 単位の unskilled を生産要素とする。

b) 地域 地域 $m=1, 2; m \neq n$ の2地域からなる経済を仮定し、経済全体において skilled が H 、unskilled が L 存在する。ただし、規準化により $H=L=1$ とする。

c) 要素 unskilled は両地域に均等に居住し、移動不可能である。一方、skilled は地域間を自由に移動可能とする。ただし、skilled は居住した地域において労働を供給するものとする。この両要素が消費者として振舞う際、以下の効用関数：

$$U_m = M_m^\lambda A_m^{1-\lambda} \quad (2.1)$$

$$M_m \equiv \left[\int_{s \in N} d_m(s)^{(\xi-1)/\xi} ds \right]^{\xi/(\xi-1)} \quad (2.2)$$

で表される選好を持つ。ただし、 M_m は式(2.2)で定義される財Mの消費を、 A_m は財Aの消費を表す。また、 $\lambda \in (0,1)$ は財Mの支出割合を表す定数である。 M_m の特定化で、 $d_m(s)$ を M_m についての各財 $s \in N$ の消費量とすると、パラメータ $\xi > 1$ は任意の差別化された2財間の弾力性を表す。

d) 財の移動 財Mの地域間輸送にのみ氷塊型の輸送費用 $\tau \geq 1$ がかかる。すなわち、1単位の財が輸送され

ると、 $\phi \equiv 1/\tau$ だけ到達する。一方、財 A には輸送費用がかからないと仮定する。

e) 要素の移動 skilled は自身の総効用を最大化するように地域間を自由に移動する。一方、unskilled は移動が不可能である。

以上の仮定により、モデルにおいて一般均衡の枠組みから、間接効用関数 W_m が、地域 m の skilled 数 H_m の陽関数として以下のように決定される：

$$W_m(H_m, H_n) = \eta w_m(H_m, H_n) P_m^{-\lambda}(H_m, H_n). \quad (2.3)$$

ここで、

$$w_m(H_m, H_n) = \frac{\nu L}{1-\nu} \frac{2\phi H_m + [1-\nu + (1-\nu)\phi^2]H_n}{2\phi(H_m^2 + H_n^2) + [1-\nu + (1+\nu)\phi^2]H_m H_n} \quad (2.4)$$

$$P_m(H_m, H_n) = \frac{\beta\xi}{\xi-1} \left(\frac{H}{\alpha}\right)^{1/(1-\xi)} [H_m + \phi H_n]^{1/(1-\xi)}. \quad (2.5)$$

ただし、 $\eta \equiv \lambda^2(1-\lambda)^\lambda$ 、 $\nu \equiv \lambda/\xi$ とした。ここで、 $H_1 + H_2 = 1$ であることから、 $H_1 = h$ 、 $H_2 = 1-h$ と単純化できる。次章からは、間接効用関数(2.3)を、地域 1 の人口 h の陽関数として扱うこととする。

3. 長期的な人口移動ダイナミクスの定式化

(1) 状況設定

人口移動のダイナミクスにおいては、skilled が移動主体として地域間の移住を行う。移住は無限の移動期間 $[0, +\infty)$ で行われるものとする。

次に、時刻 $t \in [0, +\infty)$ における輸送費用 $X(t) \equiv \tau - 1$ が、以下の幾何ブラウン運動に従うと仮定する：

$$dX(t)/X(t) = \mu dt + \sigma dz, \quad X(0) = X_0. \quad (3.1)$$

ここで、 μ はドリフト、 σ はボラティリティ、 dz は標準 Wiener 過程の増分である。

この経済システムからは、以下の 2 種類のフローが発生すると仮定する：i) 期間 $[0, +\infty)$ の間、每期連続的に得られる間接効用フロー；ii) 移住を行う瞬間にサンクされる移住費用。まず、i) について、時刻 t で地域 m が選択されているときの単位時間当たりの間接効用フローを、交通費用 X と地域 1 の移動主体数 h の関数 $W_m(X, h)$ で表す。ここで、間接効用フローは、交通費用 X の関数であるため、それ自身が確率過程である。また、ii) については、地域 m から n への移住費用を $C_{mn} = f_{mn}/\gamma$ で表す。ここで、 f_{mn} は地域 m から n への移住主体のフローであり、 $\dot{h} = f_{21} - f_{12}$ を満足する（ただし、 $\dot{h} = dh/dt$ ）。 γ は移住費用のパラメータである。

移動主体は、期間 $[0, +\infty)$ 中に発生する総効用フローの現在正味価値の期待値を最大化するように、時刻 t での居住地域 $m(t) \in \{1, 2\}$ を決定する。従って、時刻 t に地域 $m(t)$ に居住している状況下で、期間 $[t, +\infty)$ に発生する総効用フローの、時刻 t での現在正味価値は、

以下の式で表される：

$$J(t, m(\cdot)) \equiv \int_t^\infty e^{-r(s-t)} W_{m(s)}(X(s), h(s)) ds - \sum_{k \in K(t)} e^{-r(\theta_k - t)} C_{m(\theta_k^-)m(\theta_k)}(\theta_k) \quad (3.2)$$

ただし、 r は割引率、 θ_k は k 回目に行われた移住の時刻、 $m(\theta_k^-)$ はその直前に選択されていた地域を表す。また、 $K(t)$ は時刻 t 以後に行われる移住のインデクス集合を表す。この式(3.2)において、第 1 項は対象期間中の総正味効用を、第 2 項は移住に必要なとされる費用を表す。

(2) 每期成立すべき均衡条件

ここでは、各瞬間における人口移動のダイナミクスが満たす均衡条件を示す。まず、時刻 t において輸送費用 $X(t) = X$ 、地域 1 の人口 $h(t) = h$ が観測された状況を (t, X, h) で表す。そして、地域 m にいる移動主体が状況 (t, X, h) において、以後最適に行動した場合に得られる総効用フローの現在正味価値の期待値を、最適値関数として以下のように定義する。

$$V_m(t, h) \equiv \max_{\{m(s), s \in [0, \infty)\}} E_t[J(t, m(\cdot)) | X(t) = X, h(t) = h, m(t) = m] \quad (3.3)$$

ただし、 J は式(3.2)で定義される $[t, +\infty)$ 間に得られる総効用フローの現在正味価値である。ここで、式(3.3)の最適値関数は、状況 (t, X, h) が観測された条件下で時刻 $[t, +\infty)$ に得られる期待最大効用を表している。以下では、最適値関数 $V_m(\cdot)$ を、“地域 m の価値”と呼ぶ。

式(3.3)は、期待値のネストを用いて、以下のように記述できる。

$$V_m(t, X, h) \equiv \max_{\theta_m \in [t, \infty)} E_t \left[\int_t^\infty e^{-r(s-t)} W_m(X(s), h(s)) ds + e^{-r(\theta_m - t)} \{V_n(\theta_m, X(\theta_m), h(\theta_m)) - C_{mn}(\theta_m)\} \mid X(t) = X, h(t) = h, m(t) = m \right] \quad (3.4)$$

ただし、 θ_m は、地域 m から地域 n への移住が行われる時刻である。また、 $V_n(\theta_m, X(\theta_m), h(\theta_m))$ は、状況 $(\theta_m, X(\theta_m), h(\theta_m))$ で地域 n が居住地として選択されているときの最適値関数を表す。ここで、無限の移動期間 $[0, +\infty)$ を定義しており、かつ每期の間接効用フロー W_m が時間に依存しないため、最適値関数 V_m 及び移動主体のフロー f_{mn} は時間に依存しない形で書き直すことができる。

最適値関数 $V_m(X, h)$ の定義式(3.4)を DP 分解すれば、状態 (X, h) で地域 m を選択している移動主体が時刻 t にとる行動は、i) 地域 m から n に移住するか、ii) 微小時間 dt だけ地域 m を選択し続ける、のいずれかを離散的に選択する問題に帰着する。従って、時刻 t における移動主体の行動は、以下のように場合わけすることができる。

a) 移動なし ($f_{mn} = 0$) の場合

$f_{mn} = 0$ より地域 m から n に移住する主体数は 0 で

ある。従って、地域 m の価値は地域 n の純価値以上であるため、以下の不等式：

$$V_m > V_n - f_{mm}/\gamma \quad (3.5)$$

が成立する。逆に、地域 m において全主体が微小時間 dt だけ移住を延期するため、最適値関数の定義より、以下の等式：

$$V_m(X, h) = W_m(X, h + dh)dt + e^{-rdt} E_t [V_m(X + dX, h + dh)] \quad (3.6)$$

が成立する。伊藤の補題を用いて式(3.6)の期待値演算内を展開・整理すれば、状態 $(\cdot) \equiv (X, h)$ で成立すべき以下の等式を得る。

$$L_m(f_{12}, f_{21})V_m(\cdot) + W_m(\cdot) = 0 \quad (3.7)$$

ここで、 $L_m(f_{12}, f_{21})$ は、偏微分作用素で、以下の式：

$$L_m(f_{12}, f_{21}) \equiv \mu X \frac{\partial}{\partial X} + \frac{1}{2}(\sigma X)^2 \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial}{\partial h} (f_{21}(\cdot) - f_{12}(\cdot)) - r \quad (3.8)$$

で定義される。

b) 移動あり ($f_{mm} > 0$) の場合

$f_{mm} > 0$ より地域 m から n に移住する主体数は $f_{mm} dt$ である。従って、地域 m の価値は地域 n の純価値と等しくなるため、以下の等式：

$$V_m = V_n - f_{mm}/\gamma \quad (3.9)$$

が成立する。また、地域 m において残りの主体が微小時間 dt だけ移住を延期するため、 $f_{mm} = 0$ の場合と同様に、最適値関数の定義より、等式 (3.6) が成立する。

ここで、 $f_{mm} = 0$ の場合と同様に、伊藤の補題を用いて式(3.6)の期待値演算内を展開・整理すれば、状態 $(\cdot) \equiv (X, h)$ で成立すべき式(3.7)と同様の等式を得る。

(3) 標準形の相補性問題としての表現

前節で定式化したダイナミクスの均衡条件は、解析的に解くことができないため、数値解法で解く必要がある。ここでは、この問題が、数値解法の見通しがよい、標準形の非線形相補性問題 (NCP) に帰着することを示す。

まず、前節で定式化したダイナミクスの均衡条件は、任意の状態 $(\cdot) = (X, h)$ において、下記のような相補性問題及び偏微分方程式として表現できる。

$$\begin{cases} f_{mm}(\cdot) \cdot \{V_m(\cdot) - V_n(\cdot) + f_{mm}(\cdot)/\gamma\} = 0 \\ f_{mm}(\cdot) \geq 0, V_m(\cdot) - V_n(\cdot) + f_{mm}(\cdot)/\gamma \geq 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

$$L_m(f_{12}, f_{21})V_m(\cdot) + W_m(\cdot) = 0 \quad (m=1, 2; m \neq n) \quad (3.11)$$

境界条件；

$$\begin{cases} \lim_{X \rightarrow 0} V_m(X, h) = V_m(0, h) = W/(r - \mu) \\ \lim_{X \rightarrow \infty} V_m(X, 0.5) = \pi_m(X, 0.5)/(r - \mu) \\ \lim_{X \rightarrow \infty} V_n(X, h) \\ = \lim_{X \rightarrow \infty} \{\pi_m(X, 0.5)/(r - \mu) - f_{mm}(X, h)/\gamma\} \\ (m=1, n=2 \text{ if } 0 \leq h \leq 0.5, m=2, n=1 \text{ if } 0.5 \leq h \leq 1) \\ f_{12}(X, 0) = 0, f_{21}(X, 1) = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

ただし、未知変数は $f_{mm}(\cdot)$ と $V_m(\cdot)$ である。ここで、偏微分方程式(3.11)は、 $f_{mm}(\cdot)$ と $V_m(\cdot)$ の関係式であるこ

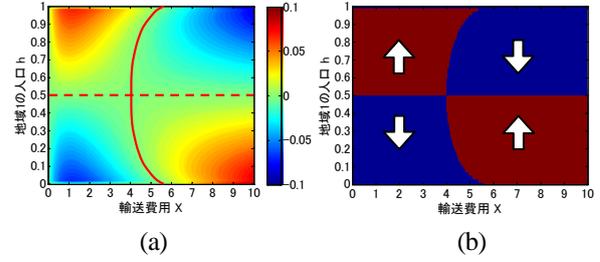


図 4.1 典型的な人口移動の安定状態

均衡人口移動フロー dh/dt が正 (負) となる状態 (X, h) は暖色 (寒色) で、また色の濃淡は dh/dt の大小を表す。また、赤色実線は閾値曲線 T を、赤色破線は閾値曲線 P を表す。

とから、式(3.11)を用いて、相補性問題(3.10)内の未知変数 $V_m(\cdot)$ を消去できることに注目されたい。この操作により、相補性問題(3.10)は、 $f_{mm}(\cdot)$ を未知変数とする標準形の NCP に帰着する。なお、数値実験に伴い、本問題を有限次元の問題へと書き換え、解析を行った結果、解の一意性が証明された。

4. 数値実験による分析

(1) 人口移動ダイナミクスの性質

前章で定式化されたモデルを数値的に解けば、状態 $(X, h) = (\cdot)$ ごとに均衡人口移動フロー $\dot{h}(\cdot) = f_{21}(\cdot) - f_{12}(\cdot)$ が求められる。 X は輸送費用を、 h は地域 1 の人口を表す。ここで、 f_{12}, f_{21} が同時に正の値をとることはない(証明省略)ため、均衡人口移動フローは、

$$\dot{h}(\cdot) = \begin{cases} f_{21}(\cdot) & \text{if } \dot{h}(\cdot) \geq 0 \\ -f_{12}(\cdot) & \text{if } \dot{h}(\cdot) \leq 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

となる。この \dot{h} は、図 4.1(a) のように状態平面 (X, h) 上で可視化できる。また、図 4.1(b) は、人口移動フローの方向を表すために、 \dot{h} が正 (負) の値をとる (X, h) の領域を赤色 (青色) で表した。従って、矢印の向きは地域 1 の人口が変動する方向である。ここで、フロー \dot{h} の正負がスイッチする閾値曲線が存在することに注目されたい。以下、簡単のため、輸送費用に対する閾値曲線を“閾値曲線 T ”，地域 1 の人口に対する閾値曲線を“閾値曲線 P ”とする。

(2) 不確実性の度合いと人口移動の均衡経路の関係

図 4.2 は、不確実性の度合い (ボラティリティ σ の大きさ) に応じた人口移動フローのパターンを示す。図より、不確実性が存在する場合、任意の状態 (X, h) において人口移動フロー(均衡経路)が一意に決定されることがわかる。さらに、(a) から (d) へとボラティリティを次第に小さくすると、人口移動フローのパターンはおおよそ連続的に変化している。特筆すべきは、 σ を十分にゼロに近づけた (d) の場合においても、人口移動フローが一意に決定される点である。以上から、不確実性を明示的に考慮した提案モデルの枠組みにおい

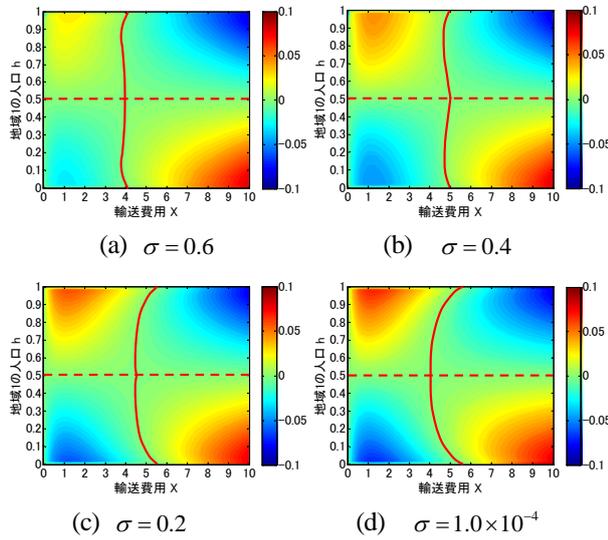


図 4.2 人口移動フロー・パターンの感度解析

ては、'Expectation'が均衡選択を決定づける要因とはならないことが示された。

5 考察

(1) 確定論的な CP 均衡選択モデルとの対応関係

本節では、提案モデルが従来の確定論的な CP 均衡選択モデルを包括した、より一般的モデルであることを示す。提案モデルの特殊ケースとして、輸送費用が一定である場合 ($\mu=0, \sigma=0$) を考えよう。このとき、 h は時刻 t の関数となり、最適値関数 V_m も t のみの関数となる。したがって、均衡条件式(3.7)は次のように書き換えることができる。

$$dV_m(t)/d\tau = rV_m(t) - W_m(t) \quad (m=1,2; m \neq n) \quad (3.14)$$

さらに、 $\Delta V(t) = V_1(t) - V_2(t)$, $\Delta W(t) = W_1(t) - W_2(t)$ と置けば、

$$\dot{\Delta V}(t) = r\Delta V(t) - \Delta W(t) \quad (3.15)$$

が成立する。また、式(3.9), (3.13)より

$$\dot{h}(t) = \gamma\Delta V(t) \quad (3.16)$$

が成立する。このとき、式(3.15),(3.16)の微分方程式および終端条件 $\dot{h}(t) = 0, \dot{\Delta V}(t) = 0$ ($t \geq T$) (次節で詳述) で表現されるダイナミクスが、Krugman (1991b) や Ottaviano(2001)で扱われる確定論的な予見的ダイナミクスと一致することがわかる。なお、紙面の都合上、省略したが、上記に加えて割引率 $r \rightarrow \infty$ とすることにより、提案モデルを用いて複製ダイナミクスを表現することも可能である。

(2) 'Expectation'による均衡選択の頑健性

確定論的な予見的ダイナミクスは提案モデルの特殊ケースに相当する。しかし、確定論的な場合においては、提案モデルのように境界条件を設定することができない。そこで、Krugman (1991b)は、“労働者の地域間移動が必ず一定時間後にローカルに安定的な均衡のいずれかに収束する”という終端条件を設定することにより解の導出を可能にし、特定の条件の下で労働者が到達するであろうと期待する均衡解が自己実現的に

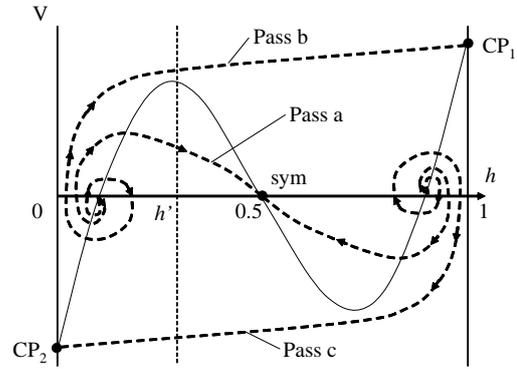


図 4.3 'Expectation'による均衡選択

到達されること (Expectation matter) を示した。図 4.3 は、'Expectation'による均衡選択を表す。ある人口分布 h' において、複数の均衡経路が同時に存在するため、均衡経路を一意に決定することができない。その上、'Expectation'の変化に伴い、ある経路から別の経路 (例えば、Pass a から Pass b や c) へと不連続にジャンプする可能性もある。このような結果は、先述の終端条件に基づき、将来いずれの均衡に到達するかのシナリオを 'Expectation' として外生的に与えていることに起因する。これまでの議論から、'Expectation'が均衡選択の決定要因となるのは、特殊なケースに限られ、対象とする経済環境に何らかの変動要因が存在する場合には成立し得ない。こうした観点から、'Expectation'に基づく均衡選択手法が必ずしも頑健性の高い手法であるとはいえない。

一方、提案モデルでは、実現し得るあらゆるシナリオに対して確率が割り振られ、主体は各シナリオが実現した際に獲得できる総効用の期待値を用いて移住の判断を下すような、主体のより合理的な意思決定構造を明示的に考慮している。これにより、状態平面 (X, h) 上の任意の点において均衡経路を一意に決定することが可能となる。

6 おわりに

本研究では、予見的ダイナミクスに基づく CP 均衡選択モデルを不確実性を考慮したより一般的なモデルへと拡張し、提案モデルが均衡経路を一意に決定できることを示した。なお、ボラティリティをゼロに近づけた極限 ($\sigma \rightarrow 0$) におけるダイナミクスの挙動に関する精緻な分析は今後に残された課題である。

参考文献

- 1) P. Krugman, "Increasing Returns and Economic Geography," *Journal of Political Economy* 99, pp.483-499, 1991a.
- 2) M. Fujita, P. Krugman, A. Venables, "The Spatial Economy: Cities, Regions and International Trade," *The MIT Press*, 1999.
- 3) P. Krugman, "History versus Expectation," *The Quarterly Journal of Economics* 106, pp.651-667, 1991b.
- 4) R. Forslid, G.I.P. Ottaviano, "An Analytically Solvable Core-Periphery Model," *Journal of Economic Geography* 3, pp.229-240, 2003.
- 5) G.I.P. Ottaviano, "Monopolistic Competition, Trade, and Endogenous Spatial Fluctuations," *Regional Science and Urban Economics* 29, pp.51-77, 2001..