

# 時間帯別ボトルネック通行権取引制度の提案\*

## Tradable Time-of-Day Bottleneck Permits for Morning Commuters\*

赤松隆\*\*・佐藤慎太郎\*\*\*・Nguyen Xuan Long\*\*\*\*

By Takashi AKAMATSU\*\*, Shintaro SATO\*\*\* and Nguyen Xuan Long\*\*\*\*

### 1. はじめに

渋滞の原因は、交通ネットワーク空間上の特定の地点（“ボトルネック”）を特定の時刻に、交通容量を越えた車両が集中的に通行しようとするにある。従って、時々刻々の交通需要が常にそのボトルネックの容量以下となるように制御できれば、渋滞は発生しない。この原理を達成するためのアプローチは、“価格規制”と“数量規制”の2つに分類できる。

前者の代表例である混雑料金制は、理論的には優れた方法である。しかし、この制度を実現する際、道路管理者と利用者間の情報の非対称性（Laffont(1977)）の問題が存在する。即ち、最適料金の設定に必要な交通需要条件（*ie.* 支払意思額、希望到着時刻等）を、道路管理者が正確に把握するのは困難である。従って、混雑料金制が実際に有効に機能することを保証するのは易しくない。

後者の代表例には、高速道路ランプ制御のように“優先的サービス権”を単純に割当てる制度や、赤羽ら（2000）が提案した“道路の予約制”がある。これは、利用者選択に関する詳細な情報を必要とせずに渋滞を緩和できるものの、利用者の選択を制限することに起因する経済的損失を生んでしまう欠点がある。しかし、最近の情報通信技術の進展と ITS の普及を前提にすれば、この優先的サービス権の配分ルールに何らかの工夫を加えて、より望ましい渋滞解消策が開発できるはずである。

このような数量規制アプローチの考えを発展させ、本研究では、交通渋滞問題に対する新しい方策として、以下のスキームを提案する：(1) 渋滞が頻発している特定のボトルネック地点を対象として、そのボトルネックを特定の時刻のみ通行できる権利（“通行権”）を設定・発行し、(2) その時刻別の通行権を自由に売買取引できる市場を創設する。

本稿では、まず、定常的な通勤交通を対象にして、制

度導入前後での交通均衡状態を表現する理論モデルを構築する。次に、この制度導入によってパレート改善が達成できること、および市場を介した通行権の配分パターンは、社会経済的に効率的であることを示す。さらに、通行権販売収入をボトルネック容量増強に投資すれば、社会的最適状態が達成されることを証明する。

### 2. ボトルネック通行権取引制度

#### (1) 対象とする交通条件

本稿では、1つの住宅地区から1つのCBDへ向かう単一ODである定常的な朝の通勤交通を扱う。住宅地からCBDへ向かう唯一の通勤道路には、図1に示すように、容量 $\mu$ の単一ボトルネックが存在する。

この通勤道路の利用者（通勤者）はそれぞれ異なる希望到着時刻 $t_w$ を持っており、その人数は時刻 $t_w$ 毎に $N(t_w)$ で与えられる。全ての通勤者の所得水準 $Y$ は等しく、時間価値も等しいと仮定する。通勤者が支払う交通費用は、次の2つの動的費用の和である。1つは渋滞での待ち行列時間を金銭換算した待ち行列費用 $q(t)$ であり、もう1つは希望到着時刻 $t_w$ と実際の到着時刻 $t$ の時間差である“スケジュール遅れ”を金銭換算したスケジュール費用 $s(t, t_w)$ である。

#### (2) ボトルネック通行権の設定

“ボトルネック通行権”とは、ある特定の時刻 $t$ に特定のボトルネックを通過することができる権利である。この時刻毎のボトルネック通行権を、道路管理者が、ボトルネック容量 $\mu$ に等しくなるように発行すれば、ボトルネックでの渋滞は発生しない。

道路管理者が、時刻毎にボトルネック通行権を発行する場合、各道路利用者に対して彼／彼女が望む時刻の通行権が適切に配分される必要がある。そこで、道路管理者は、通行権を利用者間で取引できる“通行権取引市場”



図1 対象とする交通空間条件

\*キーワード：ボトルネック混雑，出発時刻選択，self-financing

\*\*正員，工博，東北大学大学院情報科学研究科  
(仙台市青葉区荒巻青葉6-6 TEL 022-795-7507 FAX 022-795-7505)

\*\*\*学生員，東北大学大学院情報科学研究科

\*\*\*\*情報科学修士，(株)社会システム研究所

(東京都渋谷区東1-26-30 TEL 03-5468-1111)

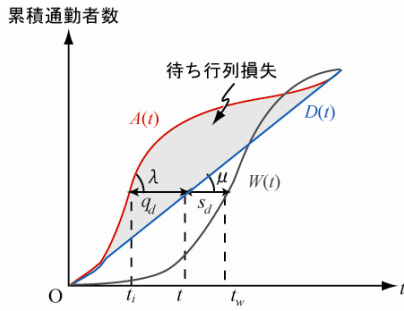


図2 提案制度導入前の累積図

$A(t)$  は累積ボトルネック流入者数,  $D(t)$  は累積ボトルネック流出者数,  $W(t)$  は累積勤務開始者数,  $q_d$  は待ち行列時間,  $s_d$  はスケジュール遅れ時間である.

を開設し, 利用者各々にとって最適な通行権を取得できるようにする.

### (3) ボトルネック通行権配分スキーム

道路管理者がボトルネック通行権を利用者に配分する際に, 本研究では以下の2つの配分スキームを考える.

#### a) 通行権販売型スキーム

“通行権販売型スキーム”は道路管理者が利用者にボトルネック通行権を直接販売するスキームである. このスキームでは, 時刻別に発行された各通行権に対して最も高い付値をつけた利用者がその通行権を手に入れることができる. このスキームにより, 時刻毎の通行権は利用者の支払意思額に基づいて適切な価格体系で通勤者に配分される. また, ボトルネック通行権の販売収入は全て管理者に帰着する.

#### b) 通行権配布型スキーム

“通行権配布型スキーム”は, 道路管理者が利用者間の公平性を考慮しながら, 全ての通行権を利用者に無料で配布するスキームである. 利用者間の公平性を保つためには, 各利用者に通行権を周期的に配布すればよい. また, 異なる希望到着時刻  $t_w$  の利用者が, 通行権市場で彼らの通行権を取引した結果, 市場メカニズムを通じて, 適切な価格体系で, 通行権が最適に再配分される.

## 3. 均衡状態の定式化

### (1) 制度導入前の均衡状態

希望到着時刻  $t_w$  を持つ通勤者は, 合成財消費量  $Z$  について単調増加な効用  $U(Z|t_w)$  が最大となるように,  $Z$  及び CBD 到着時刻  $t$  を選択する:

$$\max_t [\max_Z U(Z|t_w)] \quad (3.1a)$$

$$s.t. Y = Z + s(t, t_w) + q(t) \quad (3.1b)$$

ここで,  $Y$  は通勤者の所得,  $q(t)$  はボトルネックを時刻  $t$  に流出する通勤者の待ち行列費用である.

式 (3.1) で表される通勤者の合成財消費量  $Z$  と到着時刻

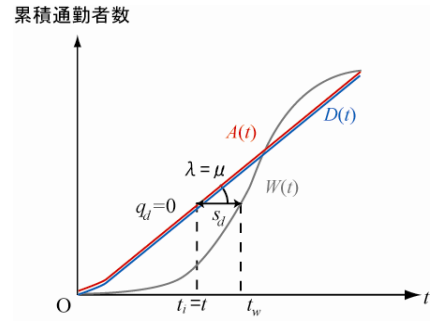


図3 提案制度導入後の累積図

$t$  の同時選択行動は,  $Z$  と  $t$  の選択行動に分解することができる. まず, 希望到着時刻  $t_w$  を持つ通勤者が合成財消費量  $Z$  を選択した結果, 間接効用関数:

$$V(t, t_w) \equiv \max_Z U(Z | Y = Z + s(t, t_w) + q(t)) \quad (3.2a)$$

が定まる. 次に, 通勤者は, この間接効用を最大化するように到着時刻  $t$  を選択する:

$$\max_t V(t, t_w) \quad (3.2b)$$

以上の通勤者の選択行動の結果, 実現する均衡状態は以下の a)~c) で定式化される (井料ら (2005)).

#### a) ボトルネック流出時刻の選択に関する均衡条件

均衡状態では, どの希望到着時刻  $t_w$  の通勤者もボトルネック流出時刻  $t$  を変更する動機を持たない. 通勤者が流出時刻  $t$  を選択しているなら, 間接効用  $V(t, t_w)$  は, 均衡効用  $V^*(t_w)$  に等しく, 選択されない時刻の効用はそれ以下である:

$$\begin{cases} V(t, t_w) = V^*(t_w) & \text{if } n(t, t_w) > 0 \\ V(t, t_w) \leq V^*(t_w) & \text{if } n(t, t_w) = 0 \end{cases} \quad \forall t, t_w \quad (3.3)$$

ここで  $n(t, t_w)$  は, 希望到着時刻が  $t_w$  でボトルネック流出時刻に  $t$  を選択した通勤者数である.

#### b) ボトルネックの容量制約

流出時刻  $t$  にボトルネックで渋滞 (eg. 待ち行列費用  $q(t)$ ) が発生する場合, その時刻のボトルネック流出者数はボトルネック容量  $\mu$  に等しい. 渋滞が発生していない時刻の流出者数は,  $\mu$  以下である:

$$\begin{cases} \int n(t, t_w) dt_w = \mu & \text{if } q(t) > 0 \\ \int n(t, t_w) dt_w \leq \mu & \text{if } q(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (3.4)$$

#### c) 総通勤者数の保存条件

時刻  $t$  にボトルネックを流出した希望到着時刻  $t_w$  の通勤者数  $n(t, t_w)$  を全時間帯で合計すれば, 希望到着時刻  $t_w$  を持つ通勤者の総数  $N(t_w)$  に一致する:

$$\int n(t, t_w) dt = N(t_w) \quad \forall t_w \quad (3.5)$$

### (2) 制度導入後の均衡状態

第2章(3)節で提案した2つの通行権配分スキームに

ついて通勤者の行動を定式化する。

まず，“通行権販売型スキーム”では，各通勤者が，所得を合成財消費，スケジュール費用，ボトルネック通行権の購入に使う。この予算制約下で，各通勤者は，自らの効用を最大化するように，合成財の消費量  $Z$  とボトルネック通行権の時刻  $t$  を選択する：

$$\max_t [\max_Z U(Z | t_w)] \quad (3.6a)$$

$$s.t. Y = Z + s(t, t_w) + p(t) \quad (3.6b)$$

ここで， $p(t)$  はボトルネック通行権価格である。(3.6)は，制度導入前と同様，2段階の選択に分解できる。

次に，“通行権配布型スキーム”では，各通勤者は，管理者から配布された通行権を市場価格  $p_g(t_g)$  で他の通勤者に販売し，自分の通勤行動に合致した通行権を市場価格  $p(t)$  で購入する。従って，各通勤者の収入は，所得  $Y$  と配布された通行権の市場価格  $p_g(t_g)$  である。この条件下で，通勤者は  $Z$  と  $t$  を同時に選択する：

$$\max_t [\max_Z U(Z | t_w)] \quad (3.7a)$$

$$s.t. Y + p_g(t_g) = Z + s(t, t_w) + p(t) \quad (3.7b)$$

式 (3.7) の同時選択問題も2段階の選択に分解できる。

どちらのスキームを導入しても，その均衡状態は制度導入前と同様に，式 (3.3) の流出時刻の選択に関する均衡条件，式 (3.5) の総通勤者数の保存条件および，以下の式 (3.8) で示される通行権取引市場の需給均衡条件から定式化される。

$$\begin{cases} \int n(t, t_w) dt_w = \mu & \text{if } p(t) > 0 \\ \int n(t, t_w) dt_w \leq \mu & \text{if } p(t) = 0 \end{cases} \quad \forall t \quad (3.8)$$

式 (3.8) は，通行権に適切な価格  $p(t)$  がついている時刻  $t$  では，通行権市場の需給が均衡するので，ボトルネックの容量を使い切り，通行権の価格がゼロの時刻では，ボトルネック容量を使い切っていないことを意味する。

#### 4. 提案制度導入による資源配分の効率性

本章では“ボトルネック通行権取引制度”の導入によって，全通勤者と道路管理者のパレート改善が達成されること，および均衡状態で実現する通行権配分パターンは社会的に最適な資源配分であることを示す。

##### (1) 制度導入によるパレート改善

制度導入前 (図 2) の均衡条件 (3.4) と導入後 (図 3) の均衡条件 (3.8) の対比からも分かるように，通行権価格  $p(t)$  は制度導入前の待ち行列費用  $q(t)$  に一致する。従って，制度導入前後での交通費用の和は変化しない：

$$s(t, t_w) + q(t) = s(t, t_w) + p(t) \quad \forall t, t_w \quad (4.1)$$

##### a) 通行権配分型スキームの場合

式 (4.1) より，制度導入前後で，通勤者の効用レベル

は変化しない。一方，渋滞損失は通行権販売収入に置き換わり，道路管理者の収入が増加する。従って，このスキームを導入すれば，通勤者の効用レベルを低下させることなく，管理者の収入を増加させることができるので，パレート改善が達成される。

##### b) 通行権配布型スキームの場合

式 (3.1) と式 (3.7) を比較すると，スキーム導入後，道路管理者から各通勤者に配布される通行権価値の総和だけ，通勤者側の総所得レベルが増加する。従って，このスキームを導入すれば，道路管理者の費用負担を増加させることなく，通勤者の効用を増加させることができるので，パレート改善が達成される。

## (2) 提案制度の社会経済的効率性

### a) 社会的最適状態の定義

資源配分の効率性を示す代表的方法の1つに，住宅立地均衡配分の問題を扱った *Herbert-Stevens* (HS) モデルがある (Fujita(1989))。HS モデルでは，全ての家計が等しい目標効用水準  $u$  を達成するとの条件下で，社会的総余剰を最大化する土地の配分パターンを，社会的に最適な資源配分と定義している。本研究の通行権の均衡配分問題の効率性を検討する際にも，この HS モデルと同様のアプローチが適用可能である。具体的には，希望到着時刻  $t_w$  の通勤者毎に目標効用水準  $u(t_w)$  を設定する。この効用水準を通勤者が達成するために必要な合成財消費量  $Z(u(t_w))$  は効用関数  $U(Z | t_w)$  の逆関数により与えられる。目標効用水準  $\mathbf{u} \equiv \{u(t_w) \forall t_w\}$  に対する社会的余剰を，

$$S(\mathbf{n} | \mathbf{u}) \equiv \iint [Y - Z(u(t_w)) - s(t, t_w)] \cdot n(t, t_w) dt dt_w \quad (4.2a)$$

と定義する。この  $S(\mathbf{n} | \mathbf{u})$  を最大化する通行権配分パターン  $\mathbf{n}^*(\mathbf{u})$  を，目標効用水準  $\mathbf{u}$  に対する社会的に最適な通行権配分と考える：

$$\max_{\{n(t, t_w)\}} S(\mathbf{n} | \mathbf{u}) \quad (4.2b)$$

$$s.t. \int n(t, t_w) dt_w \leq \mu \quad \forall t \quad (4.2c)$$

$$\int n(t, t_w) dt = N(t_w) \quad \forall t_w \quad (4.2d)$$

$$n(t, t_w) \geq 0 \quad \forall t, t_w \quad (4.2e)$$

### b) 補助金つき均衡問題の導入

HSモデルによる通行権の最適配分パターン  $\mathbf{n}^*(\mathbf{u})$  と均衡パターンの関係を見るために，“補助金つき均衡問題”を考える。これは，道路管理者が，希望到着時刻  $t_w$  の通勤者毎に所得補助  $\mathbf{G} = \{G(t_w) \forall t_w\}$  を給付 ( $G < 0$  なら所得税を賦課) する場合に実現する均衡状態である。ここで，補助金水準を  $\mathbf{G}$  とした場合に，補助金つき均衡で実現する均衡通行権配分パターンを  $\mathbf{n}(\mathbf{G})$  とする。

HSモデルの最適性条件を書き下せば明らかのように，通行権の最適配分パターン  $\mathbf{n}^*(\mathbf{u})$  は，この補助金つき均衡配分パターン  $\mathbf{n}(\mathbf{G})$  と一致する。このとき，HSモデルの

式 (4.2c) についてのLagrange定数  $\hat{p}(t|\mathbf{u})$  と式 (4.2d) についてのLagrange定数  $\hat{G}(t_w|\mathbf{u})$  は、それぞれ、補助金つき均衡下での通行権市場価格  $p(t|\mathbf{u})$  と補助金  $G(t_w|\mathbf{u})$  に対応していることが判る。ゆえに、HSモデルの目標効用水準  $\mathbf{u}$  と補助金つき均衡問題の補助金水準  $\mathbf{G}$  の間には一対一の対応関係がある。より具体的には、HSモデルの目標効用水準  $\{u(t_w)\}$  を補助金つき均衡状態で実現する効用水準  $\{U(Z^*(t_w|\mathbf{G}))\}$  に等しく設定すれば、

$$G(t_w|\mathbf{u}) = G(t_w) \text{ and } \hat{p}(t|\mathbf{u}) = p(t|\mathbf{G}) \quad (4.3)$$

が成立し、HSモデルの最適配分  $\mathbf{n}^*(\mathbf{u})$  は、補助金つき均衡の配分  $\mathbf{n}(\mathbf{G})$  と一致する。また、逆に、補助金つき均衡状態の補助金水準  $\{G(t_w)\}$  をHSモデルの  $\{\hat{G}(t_w|\mathbf{u})\}$  に設定すれば、

$$U(Z^*(t_w|\mathbf{G})) = u(t_w) \text{ and } p(t|\mathbf{G}) = \hat{p}(t|\mathbf{u}) \quad (4.4)$$

が成立し、補助金つき均衡状態の配分  $\mathbf{n}(\mathbf{G})$  はHSモデルの最適配分  $\mathbf{n}^*(\mathbf{u})$  と一致する。

### c) 通行権配分スキームの社会経済的効率性

以上で、HSモデルとの対応関係から、その社会経済的効率性を示した補助金つき均衡問題は、通行権販売スキームと通行権配布スキームを内包する問題である。より具体的には、通行権配布スキームで道路管理者から通勤者に配布される通行権の価格  $p_g$  が、補助金つき均衡問題の補助金  $\mathbf{G}$  に相当する。また、通行権販売スキームは、 $\mathbf{G}=\mathbf{0}$  とした補助金つき均衡問題に相当する。

従って、通行権販売型、通行権配布型のどちらの配分スキームで実現する均衡配分パターンも、HSモデルの配分パターンに一致するという点で、社会経済的に最も効率的な配分である。

## 5. 道路容量投資のSelf-financing

“通行権販売型スキーム”による資源配分が効率的であるためには、通行権販売収入が、社会的に有効に利用される（利用者に還元される）ことが大前提である。そのための代表的還元策として、通行権収入をボトルネック容量増強に投資する問題を考える。この問題では、社会的費用を最小化する道路容量増強に必要な資金が、均衡状態での通行権販売収入で賄えるかどうか（ie. “self-financing 原則”の成立可能性）が重要なポイントである。

道路管理者は、通勤者の交通費用の総和および道路建設（容量増強）費用からなる社会的費用  $TC(\mu)$  を最小化するように最適容量  $\mu$  を決定する。ただし、議論を煩雑にしないために、建設投資は一回のみで、通勤者数は一定と仮定する。通行権制度を導入した均衡状態では、渋滞が発生しないことから、総交通費用は総スケジュール費用  $TS$  に等しい。従って、道路管理者が解くべき問題は、

$$\min_{\mu} TC = TS(\mu) + K(\mu) \quad (5.1)$$

である。ここで、建設費用  $K$  を道路容量  $\mu$  について1次

同次の関数と仮定すれば、この問題の最適条件は、

$$\mu \partial TS / \partial \mu = -K \quad (5.2)$$

である。すなわち、道路管理者は、総交通限界費用  $\mu \partial TS / \partial \mu$  に等しい建設費用を投資すれば、社会最適状態を達成できる。

この総交通限界費用は、以下で見るように、均衡状態での通行権販売収入に等しい。まず、HSモデルで定義した最適状態での社会的余剰  $S(\mathbf{n}^*(\mu), \mu)$  は道路容量  $\mu$  の関数  $S(\mu)$  であるから、包絡線定理より、

$$\partial S(\mu) / \partial \mu = \int \hat{p}(t) dt \quad (5.3)$$

である。ここで、 $\hat{p}(t)$  はHSモデルの制約条件式 (4.2c) のLagrange定数である。さらに、式 (4.2a) の  $Z$  と  $Y$  は定数であるので、式 (5.3)は、

$$- \mu \partial TS(\mu) / \partial \mu = \int \mu \hat{p}(t) dt \quad (5.4)$$

と書き直せる。ここで、Lagrange定数  $\hat{p}(t)$  は時刻  $t$  の均衡通行権価格に一致するから、式 (5.4) の右辺（総交通限界費用）は、通行権販売収入額に等しいことが判る。以上より、通行権販売収入額＝総交通限界費用＝容量増強費用、すなわち、最適な道路容量投資に必要な費用は通行権販売収入でちょうど賄えることが判る。この結果は、利用者数が容量に関して弾力的な場合や長期投資の問題でも同様の結論が得られる。

## 6. おわりに

本稿では、新たな渋滞解消策として“ボトルネック通行権取引制度”を提案した。この制度では、利用者自らが支払い意思額に基づいて通行権の価格付けを行うので、道路管理者と利用者間での需要情報の非対称性の問題を解決できる。また、制度導入の経済的効果を理論的に分析し、全通勤者と道路管理者の厚生がパレート改善すること、及び市場を介した通行権の均衡配分パターンは社会的に最適であることを明らかにした。さらに、“通行権販売型スキーム”による通行権販売収入をボトルネック容量増強に投資すれば、社会的最適状態が達成されることを示した。

### 参考文献

- 1) Laffont, J.J. “More on Prices vs. Quantities,” *The Review of Economic Studies*, Vol.44, pp.177-182, 1977.
- 2) 赤羽弘和・桑原雅夫・佐藤拓也：高速道路の利用予約制に関する基礎研究，土木学会論文集，IV-49, pp.79-87, 2000.
- 3) 井料隆雅・吉井稔雄・朝倉康夫：出発時刻選択問題の均衡状態に関する数理的解析，土木学会論文集，IV-66, pp.105-118, 2005.
- 4) Fujita, M. *Urban economic theory*, Cambridge University press, 1989.