

# OD交通量のオンライン推定法の新たな展開\*

A New Approach for On-Line Estimation of Origin-Destination Matrices\*

Rattaphol PUEBOOBPAPHAN \*\*・中辻 隆\*\*\*・鈴木 宏典\*\*\*\*

By Rattaphol PUEBOOBPAPHAN\*\*・Takashi NAKATSUJI\*\*\*・Hironori SUZUKI\*\*\*\*

## 1. はじめに

計測された交通データからOD交通量を推定する試みは四半世紀以上にわたって多くの研究者によって試みられている<sup>1)</sup>。動的なOD推定に関しても利用者均衡仮説や最小二乗原理に基づく多様な取り組みがなされてきている。カルマンフィルターを用いたオンライン推定に関してもCremerら<sup>2)</sup>による研究を嚆矢とし、Bell<sup>3)</sup>、Ashok<sup>4)</sup>、あるいはDixon<sup>5)</sup>らによって制約条件化での定式化やプローブデータの考慮へと発展が図られてきている。

従来のカルマンフィルター法においては、未知の状態変量(動的OD交通量)と計測データ(一般的には車両感知器交通量)との間に明示的な関数関係(観測方程式)を前もって定義することを自明の要件とされてきた。従って、動的OD交通量推定においても、時刻  $t$  での  $ij$  間のOD交通量を  $T_{ij}(t)$ 、リンク  $l$  での交通量を  $v_l(t)$

とする時、次式<sup>5)</sup>で表現される観測方程式を事前に規定する必要があった。

$$v_l(t) = \sum_{ijd} p_{ij}^{ld}(t) T_{ij}(d) + \varepsilon_v^l(t) \quad (1)$$

ここで、 $p_{ij}^{ld}(t)$  は、時刻  $d$  に出発したOD交通が時刻

$t$  にリンク  $l$  に到着する比率を表しているが、この値を事前に設定することが極めて困難であるだけでなく、実際の複雑な交通流特性を線形構造で表現するには限界があった。Suzukiら<sup>6)</sup>は、ニューラルネットワークモデルを導入することによって非線形・非定常な現象を表現しようとした。式(1)の関係を記述するには交通流シミュレーションによる方法が最も合理的であるが、従来のカルマンフィルター手法の中に統合的に用いることは不可能であった。

\*キーワード: OD交通量、オンライン推定、Unscentedカルマンフィルター、Cell Transmission Model

\*\*学生員、北海道大学大学院工学研究科、(札幌市北区北13条西8丁目、TEL011-706-6217、FAX011-706-6216)

\*\*\*正員、工博、北海道大学大学院工学研究科、(札幌市北区北13条西8丁目、TEL011-706-6215、FAX011-706-6216)

\*\*\*\*正員、工博、日本工業大学システム工学科、(埼玉県南埼玉郡宮代町学園台4-1、TEL 0480-34-4111)

90年代末に明示的に表現された状態方程式や観測方程式なしにカルマンフィルターによるフィードバック推定を可能とする Unscentedカルマンフィルター手法が提案された。すなわち、解析的な式(1)の代わりに実際的な交通シミュレーションモデルを用いて状態変量と計測変量の関係を記述することが可能となった。Unscentedカルマンフィルターに基づく手法は、非線形カルマンフィルターのテイラー展開において2次項までの精度を保証するだけでなく、従来の線形化にともなう微分演算なしにカルマンゲインを求めることができるという数値計算上極めて優れた特徴を有している。

ここでは、Unscentedカルマンフィルターを用いて動的OD交通量推定を行うため定式化と数値解析事例の紹介を行うとともに、新手法の今後の展望について述べる。

## 2. 背景理論

### (1) カルマンフィルター<sup>7)8)</sup>

#### a) 拡張カルマンフィルター (EKF)

時刻  $k$  における状態変量  $\mathbf{x}(k)$  の時間変動を表す状態方程式  $\mathbf{f}$  と  $\mathbf{x}(k)$  と計測変量  $\mathbf{y}(k)$  の関係を表す計測方程式  $\mathbf{g}$  がともに非線形関数であると仮定する。すなわち、

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= \mathbf{f}[\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1)] + \mathbf{v}(k-1) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{g}[\mathbf{x}(k)] + \mathbf{w}(k) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}(k)$  は入力変数であり、 $\mathbf{v}(k)$  と  $\mathbf{w}(k)$  はそれぞれ誤差を表している。両式を Taylor 展開し 1 次項までの近似を行うと線形カルマンフィルターに帰着する。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &\cong \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{p}(k-1) + \mathbf{v}(k-1) \\ \mathbf{y}(k) &\cong \mathbf{C}_k \mathbf{x}(k) + \mathbf{q}(k) + \mathbf{w}(k) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{p}(k)$  と  $\mathbf{q}(k)$  は定数項であり

$$\mathbf{A}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k), \bar{\mathbf{u}}(k)} \quad \mathbf{B}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k), \bar{\mathbf{u}}(k)} \quad \mathbf{C}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(k)} \quad (4)$$

従って、線形カルマンフィルターの理論を適用すると、状態変量  $\mathbf{x}(k)$  と計測変量  $\mathbf{y}(k)$  の予測値を

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k) &= \mathbf{f}[\hat{\mathbf{x}}(k-1), \mathbf{u}(k-1)] \\ \tilde{\mathbf{y}}(k) &= \mathbf{g}[\hat{\mathbf{x}}(k)] \end{aligned} \quad (5)$$

と表さす時、状態変量は次式に従って補正される。

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{y}(k) - \tilde{\mathbf{y}}(k)] \quad (6)$$

ここで $\mathbf{K}_k$ はカルマンゲインと呼ばれ

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{xx}(k) &= \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{P}(k-1) \mathbf{A}_{k-1}^T + \mathbf{V}(k-1) \\ \mathbf{M}^{xy}(k) &= \mathbf{M}^{xx}(k) \mathbf{C}_k^T \\ \mathbf{M}^{yy}(k) &= \mathbf{C}_k \mathbf{M}^{xx}(k) \mathbf{C}_k^T + \mathbf{W}(k) \\ \mathbf{K}(k) &= \mathbf{M}^{xy}(k) [\mathbf{M}^{yy}(k)]^{-1} \\ \mathbf{P}(k) &= \mathbf{M}^{xx}(k) - \mathbf{K}(k) \mathbf{C}_k \mathbf{M}^{xx}(k) \end{aligned} \quad (7)$$

$\mathbf{V}(k)$ と $\mathbf{W}(k)$ は、誤差 $\mathbf{v}(k)$ と $\mathbf{w}(k)$ の共分散行列、 $\mathbf{M}(k)$ と $\mathbf{P}(k)$ はそれぞれ状態変量の推定値 $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ と $\hat{\mathbf{x}}(k)$ の誤差の共分散行列を表している。

### b) 制約条件付きカルマンフィルタ<sup>3)9)10)</sup>

OD交通量の推定においては、発生/集中交通量とOD交通量の関係、あるいは推定されるOD交通量の非負性など等式、および不等式で記述された制約条件を受けている。ここでは式(2)の文献(3, 9, 10)を参考に制約条件を受ける場合のカルマンフィルタを導出することができる。すなわち、式(2)における状態変量 $\mathbf{x}(k)$ は

$$\begin{aligned} \mathbf{H} \mathbf{x}(k) &= \mathbf{d} \\ \mathbf{G} \mathbf{x}(k) &\geq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (8)$$

から成る線形の制約条件を受けていると仮定する。Kuhn-Tucker条件 (Lagrange未定係数法) から

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k) + \Phi_k [\hat{\mathbf{d}} - \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{x}}(k)] \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Phi_k &= \mathbf{P}(k) \hat{\mathbf{H}}^T [\hat{\mathbf{H}} \mathbf{P}(k) \hat{\mathbf{H}}^T]^{-1} \\ \hat{\mathbf{d}} &= \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{b}^* \end{pmatrix} \quad \hat{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{G}^* \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

$\mathbf{G}^*$ と $\mathbf{b}^*$ は不等式制約の中で $\mathbf{G}^* \mathbf{x}(k) = \mathbf{b}^*$ となるものの集合を表している。すなわち制約を受ける際の解は制約を受けない時の解を補正する形で求めることが出来る。また、推定値 $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ の誤差の共分散行列 $\tilde{\mathbf{P}}(k)$ も $\hat{\mathbf{x}}(k)$ の誤差行列 $\mathbf{P}(k)$ を補正される形で表現される。

$$\tilde{\mathbf{P}}(k) = (\mathbf{I} - \Phi_k) \mathbf{P}(k) (\mathbf{I} - \Phi_k)^T \quad (11)$$

ここで $\mathbf{I}$ は単位行列を表している。

### c) Unscentedカルマンフィルタ (UKF)<sup>11)12)</sup>

一般的に非線形関数

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(k)] \quad (12)$$

を2次項まで含めて Taylor 展開した時、 $\mathbf{z}(k)$ の近似値

の平均値と分散、および $\mathbf{x}(k)$ との共分散をそれぞれ $\bar{\mathbf{z}}$ 、

$\mathbf{P}_{zz}$ 、 $\mathbf{P}_{xz}$ と表す。また $\mathbf{x}(k)$ の分散行列 $\mathbf{P}_{xx}$ をCholesky

分解しその下三角行列の*i*列目要素を $\sigma_i$ とした時

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \bar{\mathbf{x}} \\ \Phi_1 &= \bar{\mathbf{x}} + \sigma_1, \quad \Phi_2 = \bar{\mathbf{x}} + \sigma_2, \dots, \Phi_n = \bar{\mathbf{x}} + \sigma_n \\ \Phi_{n+1} &= \bar{\mathbf{x}} - \sigma_1, \quad \Phi_{n+2} = \bar{\mathbf{x}} - \sigma_2, \dots, \Phi_{2n} = \bar{\mathbf{x}} - \sigma_n \end{aligned} \quad (13)$$

をUnscented変換と言う。さらに、その非線形関数

$$\Psi_i = \mathbf{f}(\Phi_i) \quad (14)$$

を定義する時、先の $\mathbf{z}(k)$ に関する分散との間に

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{zz} &= \sum_{i=0}^{2n} h_i [(\Psi_i - \bar{\Psi})(\Psi_i - \bar{\Psi})^T] \\ \mathbf{P}_{xz} &= \sum_{i=0}^{2n} h_i [(\Phi_i - \bar{\Phi})(\Psi_i - \bar{\Psi})^T] \end{aligned} \quad (15)$$

なる関係を導くことができる。ここで、 $h_i$ は予め決められた重み定数である。すなわち、式(15)は、 $\mathbf{z}(k)$ の平均値と分散、およびは $\mathbf{x}(k)$ と $\mathbf{z}(k)$ の共分散はUnscented変換によって $\Phi(k)$ と $\Psi(k)$ に関する総和演算に帰着することを意味している。

EKFにおいては、式(4)による微分演算が困難な場合があるだけでなく、式(7)のカルマンゲインや共分散行列演算において精度の低下を招く原因となっている。式(15)は、推定値の誤差の共分散行列を式(13) (14)に従った変換を行うことによって、式(4)の微分演算なしにカルマンゲイン等を求めることができることを表している。必要な演算は $\mathbf{P}(k)$ と $\mathbf{M}^{xx}(k)$ のCholesky分解である。

## (2) マクロ交通流シミュレーションモデル

本手法においては、式(2)中の観測方程式 $\mathbf{g}$ を表すのに交通流シミュレーションモデルを用いることを大きな特色としている。OD交通量を与えてリンクでの計測交通データに対応する交通変量を求めることが出来さえすればマイクロやマクロモデルに限らず、いか様のシミュレーションモデルも利用可能である。ここでは、将来における交通状態も含めたDual推定も念頭にマクロ交通流モデルを採用している。マクロ交通流モデルに関しては、1990年代中期におけるDaganzo<sup>13)</sup>による高次モデル批判を契機に多くの議論と新モデルが提案されている<sup>14)-18)</sup>。

Daganzoによって提案されたCell Transmission Model (CTM)<sup>14)</sup>は、マクロ交通流モデルの中で単純マクロモデルに分類され、上流部からの需要と下流部における時間的、空間的容量を考慮して境界での交通量を決めているので待ち行列の形成表現が正確であり、渋滞時の交通流の表現精度に優れていると言われている。わが国で広く用いられているブロック密度法も基本的には同じ概念

に基づいている。Lebacque<sup>19)</sup>は、上流からの需要交通量と下流における供給可能交通量の定義を体系化するとともに、差分計算法のGodunov法に基づいた定式化を行っているが、本研究ではこの定式化によっている。

図-1に示すように道路区間を細分化し、時刻  $k$  のセグメント  $i$  での密度  $\rho_i^k$ 、空間平均速度  $v_i^k$ 、交通量  $q_i^k$  を定義する。必要に応じて車線別にそれらの定義を行う。

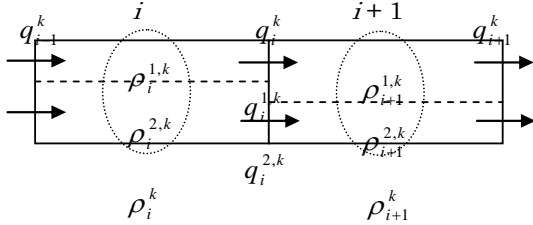


図-1 道路のセグメント化とマクロ交通変量

CTMでは、上流と下流からの需要交通量と供給可能交通量をもとに交通量と密度の算定を順次行う。

$$D_i^k = \begin{cases} Q_e(\rho_i^k) & \text{if } \rho_i^k \leq \rho_{i,c}^k \\ q_{\max,i}^k & \text{if } \rho_i^k \geq \rho_{i,c}^k \end{cases} \quad (16)$$

$$S_{i+1}^k = \begin{cases} q_{\max,i+1}^k & \text{if } \rho_{i+1}^k \leq \rho_{i+1,c}^k \\ Q_e(\rho_{i+1}^k) & \text{if } \rho_{i+1}^k \geq \rho_{i+1,c}^k \end{cases} \quad (17)$$

$$q_j^k = \min\{D_i^k, S_{i+1}^k\} \quad (18)$$

$$\rho_i^{k+1} = \rho_i^k + \frac{\Delta t}{\Delta x} (q_{i-1}^k - q_i^k) \quad (19)$$

ここで、 $Q_e(\rho)$ は密度-交通量曲線、 $\rho_{i,c}^k$ と $q_{\max,i}^k$ は臨界点における密度と交通量を表している。オンランプ、オフランプでも同様の需要と供給の考えに基づいて定式化を行うことができる。

### 3. 動的OD交通量推定手法

#### (1) Unscentedカルマンフィルタによる定式化

発生交通量  $O_i$  に対するOD交通量の比率  $b_{ij}(k)$  を未知状態変量  $\mathbf{x}(k)$  の要素とし、その時間的変動はランダムであると仮定するとカルマンフィルタは

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{v}(k-1) \\ \mathbf{y}(k) &= g[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)] + \mathbf{w}(k) \end{aligned} \quad (20)$$

ここで  $g$  はCTMモデルを、 $\mathbf{y}(k)$  は車両感知器データを、そして  $\mathbf{u}(k)$  は上流部始端部とオンランプでの流入交通量を表している。同時に  $b_{ij}(k)$  は以下の制約を受けている。

$$\sum_j b_{ij} = 1, \quad 0 \leq b_{ij} \leq 1 \quad (21)$$

#### (2) OD交通量のオンライン算定手順

OD交通量の推定手順の基本的な枠組みは、図-2に示すように従来のカルマンフィルタ法と同一である。

異なるのは  $\tilde{\mathbf{y}}(k)$  をCTMによって行っていることである。しかしながら、式(7)におけるカルマンゲインの計算は大きく異なる。既知の誤差行列  $\mathbf{P}(k-1)$  にUnscented変換を施し式(15)から  $\mathbf{M}^{\mathbf{x}}(k)$  を計算する。引き続き再度  $\mathbf{M}^{\mathbf{x}}(k)$  にもUnscented変換を行って  $\mathbf{M}^{\mathbf{y}}(k)$  と  $\mathbf{M}^{\mathbf{v}}(k)$  を算出することによってカルマンゲイン  $\mathbf{K}(k)$  と  $\mathbf{P}(k)$  を求めている。すなわち、 $\mathbf{M}^{\mathbf{x}}(k)$  のUnscented変換値を用いてCTMによるシミュレーション演算を行うことがミソとなっている。

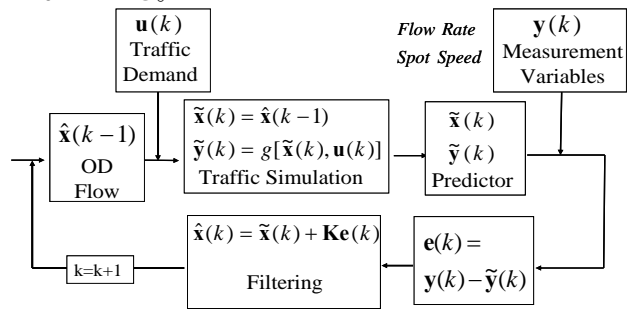


図-2 OD交通量のオンライン推定

### 4. 数値解析事例

数値解析に当たっては、既知のOD交通データ<sup>20)</sup>によって推定結果の検証可能な阪神高速自動車道路を対象区間とした。経路選択問題による複雑さを避けるため、単路区間を取り扱うものとし、14号松原線下り方向約11km区間を対象とし、ランプ位置も考慮し300~500m長のセグメントに分割した(図-3)。実際の解析には、平成6年11月1日午前7時から24時間に計測され5分間単位に集計された車両感知器データと同じ時間帯に調査された起終点データを用いた。

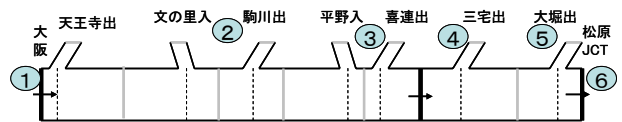


図-3 数値解析対象区間阪神高速自動車道路14号線

CTMで必要とされる密度-交通量曲線は単純化のため放物線形 ( $\rho_{\text{jam}}: 130$ 台/km、 $v_{\text{fre}}: 90$ km/h) を仮定した。数値シミュレーションに当たっては  $\Delta t = 5$ 秒としたが、カルマンフィルタによる更新は感知器データの集計単位を考慮して5分、あるいは15分単位とした。さらに、1時間ごとに実測のOD交通量との比較を行った。

推計されたOD比率の結果の例を図-4に示す。始端

部ノード①から②、③、および⑥への流出状況の時間変動状況を1時間ごとに集計し表している。計測データとしては出口ノード⑥とノード③④間の交通量と地点速度データを用いている。OD比率の初期値としてはすべての流出とも同じ値を仮定している。

従来法の多くにおいては、過去のデータによる学習効果が重要であった。これは式(1)に代表されるようにモデルの表現能力の低さに起因している。図-4の結果は交通シミュレーションを直接モデル構造に取り込むことによって過去の情報を不要としている。これは逆に突発事象等への対応への潜在能力を示唆している。

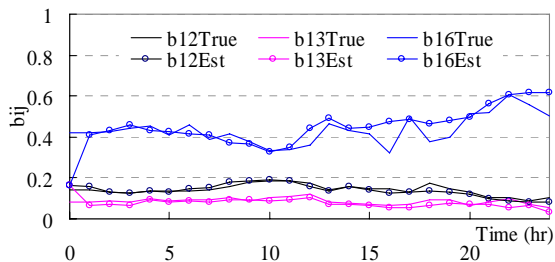
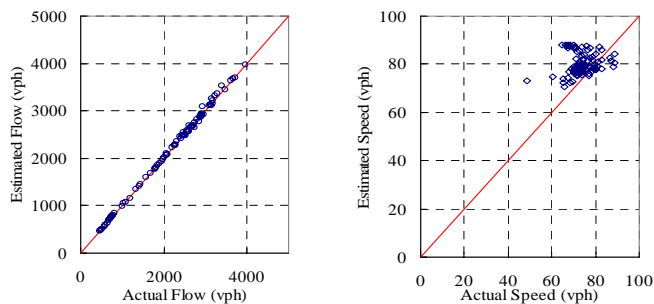


図-4 OD比率の時間変動

本手法においては、マクロ交通流シミュレーションによってリンク交通量と地点速度等の算定も行い、実測との比較からOD交通量の調整を行っている。図-5はリンク交通量と地点速度の推定値を実測と比較したものであるがリンク交通量ではほぼ完全に再現に再考していることを示している。地点速度に関しては使用したデータの速度範囲が偏っているために有効性が現れていないが、渋滞時、あるいはOD旅行時間を状態変量とした場合には有効なデータとなると期待される。また、プローブ車データなど新しい計測データへの対応も容易である。



(1) リンク交通量

(2) 地点速度

図-5 計測データ変量

## 5. おわりに

Unscentedカルマンフィルターの導入によって動的なOD交通量の推定に交通流シミュレーションモデルを直接取り込むことを可能にした。突発事象への対応、プローブ車データなど新しい形態の計測データへの適応、あるいは動的なOD旅行時間や交通状態とのデュアル推定

など多様な可能性を有していると確信している。

## 参考文献

- 1) M. G. Bell and Y. Iida: Transportation Network Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1997
- 2) Cremer M. and Keller H.: Dynamic Identification of Flows from Traffic Counts at Complex Intersections., 8th Intrnl. Symp. Transportation and Traffic Theory, pp.121-142, 1981
- 3) M. G. H. Bell: The estimation of origin-destination matrices by constrained generalized least squares, Transpn. Res.. B, Vol. 25B, No.1, pp.13-22,1991
- 4) Ashok K. and M. E. Ben-Akiva: Dynamic original-destination matrix estimation and prediction for real-time traffic management systems, Proc.12th intrn. symp. transportation and traffic theory, pp. 465-484, 1993
- 5) M. P. Dixon: Real-time OD estimation using automatic vehicle identification and traffic count data, Computer-aided civil and infrastructure engine. 17, pp.7-21, 2002
- 6) H. Suzuki, T. Nakatsuji et al.: Dynamic estimation of origin-destination travel time and flow on a long freeway corridor using neural kalman filter, Transp. Res. Rec., TRB, No. 1739, pp.67-75, 2000
- 7) 有本:カルマンフィルター、産業図書、東京、1977
- 8) 片山:応用カルマンフィルター、朝倉書店、東京、1983
- 9) D. Simon and T. Chia: Kalman filtering with state equality constraints, IEEE Trans. aerospace and electronic systems, 39(1) pp. 128-136, 2002.
- 10) D. Simon et. al.: Kalman filtering with inequality constraints for turbofan engine health estimation, NASA/TM, 003-212111 ARL-TR-2899, pp1-22, 2003
- 11) Julier, S.J., et al.: A new approach for filtering nonlinear system. Proc. of the American control conference, pp. 1628-1632, 1995
- 12) Wan E. A. et al.: The Unscented Kalman Filter. in Kalman Filtering and Neural Networks, John Wiley and Sons, New York, pp.221-280, 2001
- 13) Daganzo C.: Requiem for second-order fluid approximations of traffic flow. Transp. Res., 29B, No.4, pp.277-286, 1995
- 14) Daganzo C. F.: The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory, Transp. Res., 28B, No. 4, pp.269-287, 1994
- 15) Helbing, D.: Verkehrsdynamik, Neue Physikalische Modellierungskonzepte, Springer, Berlin, 1997
- 16) Hoogendoorn S. P.: Multiclass Continuum Modelling of Multilane Traffic Flow. PhD thesis, Delft Univ., the Netherlands, pp.13-42, 1999
- 17) Lebacque, J. P., and J. B. Lesort: Macroscopic traffic flow models. Proc. 14th Intrn. Symp. Transportation and Traffic Theory, Jerusalem, Israel, pp. 3-25, 1999
- 18) 中辻:交通流におけるフィードバック原理に基づく推定技術の現状と展望, IATSS Review, Vol.30, No.5, 2006
- 19) Lebacque J. P.: The Godunov scheme and what it means for first order traffic flow models, Proc.13th intrn. symp. transportation and traffic theory, pp.647-677, 1996
- 20) 交通工学研究会:交通シミュレーションベンチマークデータセット (<http://www.jste.or.jp/sim/index.html>)