

# LOGIT型配分による吸収マルコフ連鎖を用いたOD交通量推計に関する研究\*

## A Study on OD Matrix Estimation with Absorbed Markov Chain Considered LOGIT Type Assignment\*

鈴木哲矢\*\*・高山純一\*\*\*・中山晶一郎\*\*\*\*・赤松隆\*\*\*\*\*

By Tetsuya SUZUMURA\*\*・Jun-ichi TAKAYAMA\*\*\*

Syoichirou NAKAYAMA\*\*\*\*・Takashi AKAMATSU\*\*\*\*\*

### 1. はじめに

ある地域で交通計画を策定するためには、対象とする地域内での現状 OD 交通量を詳細に把握することが必要である。しかし、従来のパーソントリップ調査を基本としたマクロな OD 推計モデルでは、都市圏全体を対象とする場合に詳細な地域にまで調査が行き届かず、推計精度上限界のある場合が多い。また、ビデオ撮影によるナンバーマッチング法では、調査費用とマッチングの労力が大きく、ある程度広範囲になると、マッチングミスによる精度への影響も大きい。このような場合には、実測道路区間交通量から対象地域内の OD 交通量を推計する方法が有効であり、いくつかの方法が提案されている。しかし、これらの方法においても、経路選択率が既知データとして必要であったり、既存の OD 交通量が必要であるなど、実測の交通量のみから OD 推計を行うモデルは少ない。また実測の交通量のみからの OD 推計でも、多くがマクロ的な都市圏全体を対象としたモデルとなっており、ミクロ的な、地域の限定された推計モデルは少ない。実測道路区間交通量から OD を推計する手法に、マルコフ連鎖配分を用いて OD 推計を行うものがある。これは、各交差点における右左折直進比率をインプットデータとしてこのような自動車の流れを一つの吸収マルコフ連鎖として考えて、OD 交通を推計するものである。このマルコフ連鎖配分を用いた OD 推計法を用いれば、それほど調査費用をかけずに、しかも時間的に手軽に OD 交通量が求められるというメリットがある。

---

\*キーワード: 吸収マルコフ連鎖, OD 推計, 道路区間交通量, LOGIT モデル

\*\* 学生員 金沢大学大学院 博士前期課程

\*\*\* フェロー 工博 金沢大学大学院自然科学研究科

\*\*\*\* 正会員 博(工) 金沢大学大学院自然科学研究科

(〒920-1192 石川県金沢市角間町)

TEL 076-234-4613 FAX 076-234-4644

\*\*\*\*\* 正会員 工博 東北大学大学院情報科学研究科

以上のことを踏まえ、本研究ではマルコフ連鎖配分を用いた OD 推計手法である「マルコフ OD 推計法」について推計精度の評価・検討を行う。

本研究では、それほど費用をかけずに、しかも手軽に推計が行える GA マルコフ OD 推計法について、実用性の検証を行うことを目標としている。ここで、GA (遺伝的アルゴリズム) は内部ノードからの発生交通量を求める際に用いる。しかし、従来のマルコフ OD 推計法は、簡単に推計を行える半面、遷移確率を交差点における観測交通量からの右左折直進比率で与えているために利用者の行動論的根拠はないものとされてきた。そのため、現実には選択しないような経路を選択してしまう可能性が発生する。

そこで、利用者の行動論的根拠を考慮するために、既存のマルコフ OD 推計法に LOGIT 型配分の考え方を導入する。遷移確率行列を LOGIT モデルと統合的な推移確率で与えることにより、利用者の行動原理に適合した配分が可能となる。そうすることによって、既存のマルコフ推計モデルの精度向上が期待される。

### 2. 研究の方法

#### (1) GA マルコフ OD 推計法について

既存の GA マルコフ OD 推計法<sup>1)</sup>では、対象地域は井型モデルにモデル化し、対象地域外ノードの発生交通量は、対象地域外から対象地域内への道路区間交通量と等しいとする。また、この推計法で前提条件、つまり既知として用いるインプットデータは観測道路区間交通量・交差点右左折直進交通量であり、経路選択は交差点右左折直進交通量を用いて遷移確率行列を作成し、吸収マルコフ連鎖を用いて決定する。推計手順概略は以下の通りである。

STEP1: まず、未知である内部ノードからの発生交通量( $I$ )を GA により発生させる。(前述の通り、外部ノ

ードからの発生交通量は対象地域境界線上で観測される観測道路区間交通量を既知データとして用いる)

STEP2 : GA により算出された発生交通量と交差点分岐確率などから推定される遷移確率P(式(2.1))を用いて式(2.3)へと代入し、道路区間交通量EX を推定する。

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{吸収源} & \text{発生源} & \text{過渡状態} \\ 1 & \dots & r & r+1 & \dots & r+r & 2r+1 & \dots & 2r+s \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ r \\ r+1 \\ \vdots \\ r+r \\ 2r+1 \\ \vdots \\ 2r+s \end{matrix} & \left( \begin{array}{c|ccc} & & & \\ \hline & I & & O \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & R & & Q \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \end{array} \right) & \begin{matrix} \text{吸収源} \\ \text{発生源} \\ \text{過渡状態} \end{matrix} \end{matrix} \quad (2.1)$$

$$Q = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{発生源} & \text{過渡状態} \\ 1 & \dots & r & r+1 & \dots & r+s \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ r \\ r+1 \\ \vdots \\ r+s \end{matrix} & \left( \begin{array}{c|ccc} & & & \\ \hline & 0 & & Q_1 \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & 0 & & Q_2 \\ \hline & & & \\ \hline & & & \end{array} \right) & \begin{matrix} \text{発生源} \\ \text{過渡状態} \end{matrix} \end{matrix} \quad (2.2)$$

$$(EX) = (V)Q_1(I - Q_2)^{-1} \quad (2.3)$$

STEP3 : 推定された道路区間交通量EX<sub>k</sub> と観測値RX<sub>k</sub> との残差平方和W と、その逆数である適応度f(評価関数)を計算する。

$$W = \sum (RX_k - EX_k)^2 \quad (2.4)$$

$$f = 1/W \quad (2.5)$$

STEP4 : STEP3 で計算した評価関数fが最大値を、つまり道路区間交通量に関する残差平方和W が最小値を取るまで GA の各操作を行い、STEP1 から STEP4 を繰り返す。

STEP5 : STEP1 から STEP4 を繰り返し計算し、W が収束した、もしくはGA が最大世代数に到達した場合には、そのときの発生交通量を用いて OD 交通量(U)を式(2.4)により算出する。

$$(U) = (V)(I - Q)^{-1}R \quad (2.6)$$

GA マルコフモデルによって推計した値の良否を判別するために、実際の交通データを用いて比較・検討を行う。用いるデータとしては、Validation (実データによるモデルの検証) 用データである東京都・吉祥寺エリア (総リンク数 118, 外部ノード数 13, 交差点数 17, 内部ノード数 22) の平成8年度 10月30日 AM7:50 ~ AM10:00 における各リンク交通量・各車両通過時刻・実OD データを用いている。詳しいネットワーク図を以下の図 3-1 に示す。また、GA マルコフモデルの推計フローを図 3-2 に示す。

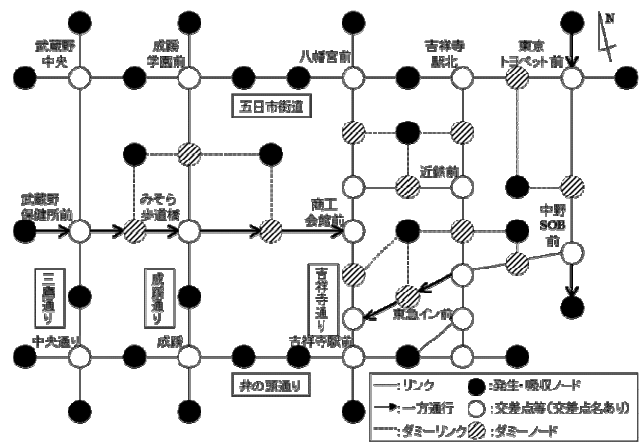


図 3-1. 東京都吉祥寺・三鷹エリアネットワーク図

### (2)GA マルコフモデルによる推計結果

既存の GA マルコフモデルを用いて、OD 交通量を推計した道路区間交通量および OD 交通量の結果はそれぞれ図 2-2, 2-3 のようになった。相関係数はそれぞれ道路区間交通量では 0.927, OD 交通量では 0.640 となった。さらに、外部ノード→外部ノード, 外部ノード→内部ノード, 内部ノード→外部ノード, 内部ノード→内部ノードごとの相関係数を算出した結果、それぞれ 0.755, 0.454, 0.701, 0.273 となっていた。

これらの結果を見ると、道路区間交通量については実測値と推計値の整合性が取れているが、OD 交通量についてはあまり取れておらず、OD 推計に用いるには不十分なモデルであると考えられる。

この原因としては、内部ノードからの発生交通量を既知データとしてではなく、実測道路区間交通量をもとに GA により推計して与えているため、誤差が生じてしまっていることなどが挙げられる。また、内部ノード間の OD 交通量の精度が取り分け悪かったのは、

GA により各ノードで生じた誤差がお互いに影響しあったことが原因として考えられる。

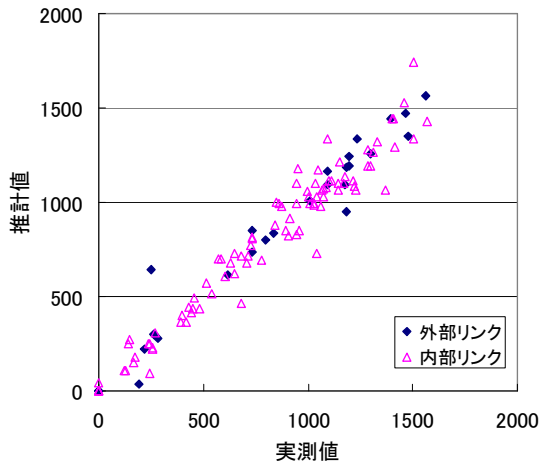


図 2-2 : 道路区間交通量の実測値と推計値の比較

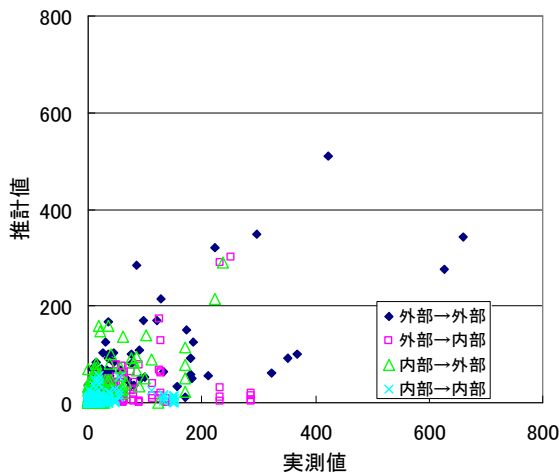


図 2-3 : OD 交通量の実測値と推計値の比較

### (3) LOGIT モデルの導入について

これまでのマルコフ連鎖配分<sup>1)</sup>では、推移確率は観測交通量から推計されることを前提としている。そのため、利用者の行動論的根拠はないものと考えられてきた。しかし、それによりドライバーが現実には選択しないような遠回りとなる経路などを選択してしまう可能性がある。推移確率を次の式(2.4)で与えれば、マルコフ連鎖配分によるフローパターンは、LOGIT 型確率配分モデルと等価となる<sup>5)</sup>。式(2.4)において、 $ij$ はそれぞれリンク  $i, j$ を、 $o$ は発生ノード、 $d$ は集中ノードを表している。また、 $r$ は OD ペア( $o, d$ )間の  $r$  番目経路を表し、 $t_{ij}$ は  $ij$  間のリンクコスト、 $C_r$ は  $r$

番目経路のコストを表す。

$$Q(i, j) = \exp\left[-\theta t_{ij}\right] \frac{V_{oi}}{V_{oj}} \quad (2.7)$$

$$\text{ここで、} V_{oi} = \sum_{r=1}^{\infty} \exp\left[-\theta C_r^{oi}\right] \quad (2.8)$$

式(2.4)により算出された推移確率  $Q(i, j)$  が、マルコフ行列の過渡リンク間の推移状態をあらわす  $Q$  の部分に相当する。求められた  $Q$  を用い、従来の GA マルコフモデルの計算手順により、道路区間交通量および OD 交通量を計算する。ここで問題となってくるのは、式(2.7)が 1 起点多終点のネットワークに適用できる形式になっているということである。しかし、本研究で用いているネットワークは多起点多終点であるので、このようなネットワークにも適用できるようにモデルを修正する必要がある。

### (3) 経路を限定しない LOGIT 型配分の計算法

式(2.7)で定義された推移確率を計算するためには、

式(2.8)で定義された  $V_{oi}$  を要素とする行列  $V$  の値を評価する必要がある。しかし、 $V$  はサイクルを含めた無限個の経路を考慮した定義となっているため、経路を列挙するような直接的な方法では評価できない。そこで、 $V$  の値をマルコフ連鎖に類似した行列演算によって評価する方法を考える。

まず、発生ノード数  $r$  個、過渡ノード数  $s$  個のネットワークにおいて、以下のような抵抗行列  $\underline{W}$  を定義する。

$$\underline{W} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_1 \\ W_2 & 0 & W \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$W_1$  :  $r \times s$  行列。  $W_1$  の  $(o, i)$  成分は発生ノード  $o$  がリンク  $i$  と結ばれているなら 1、そうでなければ 0

$W_2$  :  $s \times 1$  行列。  $W_2$  の  $(i, d)$  成分は吸収ノード  $d$  がリンク  $i$  と結ばれているなら 1、そうでなければ 0

$W$  :  $s \times s$  行列。  $W$  の  $(i, j)$  成分はリンクのペア  $(i, j)$  が 1 リンクで結ばれているなら  $w_{ij} = \exp[-\theta t_{ij}]$ 、そうでなければ 0

$V$  の要素は、各種経路についての和演算をもとに定

義されているが、この演算は、リンクを1本通過する経路、2本通過する経路、…n本通過する経路…と分割したあとに重ね合わせて考えることができる。従って、 $V$  は  $W+W^2+W^3+\dots$ によって与えられる。ここで、行列  $W$  が Hawkins-Simon 条件を満足していると仮定すると、 $W$  の行列級数の和は以下の逆行列:

$$I + W + W^2 + W^3 + \dots = [I - W]^{-1} \quad (2.10)$$

に収束する。従って、 $V$ は

$$V = [I - W]^{-1} - I \quad (2.11)$$

で与えられることがわかる。以上のことより、LOGIT 型の確率配分の解を得るための手順は、次のようにまとめられる:

Step 1: 式(2.8)の逆行列計算により  $V$ の値を計算する

Step 2:  $V$ の値を式(2.4)に代入し  $Q$  を計算する

#### (4) 具体的な計算手順

まず、外部ノードから発生し、各ノードに吸収される車両のみを対象にして OD 交通量推計を行う。その理由は、前に述べたように外部ノードからの発生交通量は、対象地域境界線上の道路区間交通量(観測値)として与えられるため既知データである。ゆえに、式(2.3)における  $Q$  と  $R$  が与えられれば、OD 交通量( $U$ )は簡単に推計することができる。

次に、内部ノードから発生する交通量は道路区間交通量の観測値と推計値ができるだけ一致するように GA を用いて推計する。計算手順は以下のようである。

##### STEP1

まず、内部ノードからの未知の発生交通量  $V$  を GA により発生させる。(外部ノードからの発生交通量は対象地域境界線上でのリンク交通量を既知データとして用いる)

##### STEP2

各起点別に遷移確率  $Q$  を計算し、発生交通量  $V$  と遷移確率  $Q$  を用いて吸収マルコフ連鎖により、リンク交通量と OD 交通量を計算する。

##### STEP3

各起点別に計算されたリンク交通量を発生ノード分だけ足し合わせていき、全体としてのリンク交通量を算定する。

##### STEP4

推計されたリンク交通量を用いて、実測のリンク

交通量との残差平方和  $W$  を計算し、 $W$  を用いて評価関数  $f (=1/W)$  を計算する。

##### STEP5

評価関数  $f$  が最大値(つまりリンク交通量に関する残差平方和  $W$  が最小値)を取るまで、STEP1(GA の各操作) から STEP4 を繰り返す。

##### STEP6

GA が収束した場合、または最大世代数に到達した場合は計算を終了し、その時の発生交通量を用いて OD 交通量を推計する。

以上のような推計手順で、道路区間交通量および OD 交通量の推計を行う。

### 3. 今後の課題

実際に、LOGIT 型確率配分モデルを適用する場合には、 $\theta$  の値を設定する必要がある。 $\theta$  も変数として、各ノードからの発生交通量と同時に推計することも可能であるが、ここでは交差点での右左折直進比率に合うように、事前にキャリブレーションして求めることにする。また、一度通過したリンクを複数回通過するようなサイクル経路については、サイクルが発生しにくいように事前にサイクル経路の選択確率を減ずるようにモデルを修正する。

#### 参考文献

- 1) 八木基徳・高山純一・中山晶一郎: サイクリック経路を除去した吸収マルコフモデルによる OD 交通量推計に関する研究, 土木学会中部支部講演概要集, pp. 429-430, 2004
- 2) 佐佐木綱: 吸収マルコフによる交通量配分理論, 佐佐木綱先生 退官記念論文集, 水の巻, pp. 212-216,
- 3) 赤松隆・牧野幸雄: 経路を限定しない確率的利用者均衡配分, 土木計画学研究・講演集, No.18(2), pp. 717-720, 1995
- 4) 土木学会: 交通ネットワークの均衡分析 —最新の理論と解法—, 1999
- 5) Takashi Akamatsu, Stochastic Traffic Assignment Geometric Attributes of Paths, 1996
- 6) Takashi Akamatsu, Cycle Flows, Markov Process and Stochastic Assignment, Transportation Research Part B, 1995
- 7) 交通シミュレーションクリアリングハウス, H8 吉祥寺・三鷹ベンチマークデータセット, <http://www.iste.or.jp/sim/>