

ネットワーク均衡配分を用いた道路耐震補強の対費用効果に対する一考察*

Remarks on Cost-Benefit Analysis of Preventive Road Reinforce using A User Equilibrium Model *

藤原友**・長江剛志***・朝倉康夫****

By Tomo FUJIHARA**・Takeshi NAGAE***・Yasuo ASAKURA****

1. はじめに

近年、道路施設に対する耐震補強が重要視されている。しかし、その議論の多くは、地震に対して施設が壊れないことを保証する性能設計に注力されている。そのため、本来重要であるはずの、道路損壊による社会的便益の損失と補強費用とのバランスについての議論は十分でないように感じられる。そこで、本研究では、道路損壊による社会的損失を考慮計量した道路耐震補強の投資効果分析のための枠組を提案する。本手法の主な特徴は以下の2点である：第1に、道路損壊による社会的費用（道路網全体の交通混雑の増加と定義）を利用者均衡配分¹⁾を用いて計量する。第2に、無限計画視野における社会的ライフサイクルコスト(LCC: Life Cycle Cost)を求め、これを最小化する補強戦略を求める。

本稿は以下のように構成される。まず、2～4章で基本モデルを示す：2章で本研究の枠組みを示し、3章でモデルの定式化を行う。4章ではこうして定式化したモデルに対する数値計算結果を示す。5章では、予防的耐震補強のパフォーマンスの費用弾力性を導入した枠組みへと基本モデルを拡張する。6章はまとめである。

2. 研究の枠組み

本研究では、2つの戦略：

- ・継続的補強 (CR: continuous reinforce) 戦略
- ・事後の再建設 (SR: scrap and rebuild) 戦略

を社会的 LCC の観点から比較する。ここで、以下の4点を仮定する：第1に、計画期間を無限とし、各期で発生する社会的コストの期待現在価値の総和を社会的 LCC と定義する。第2に、当該道路網を、以下の3つに区分する：①CR戦略によって補強される道路区間（被補強区間）、②戦略によらず、地震発生時に損壊す

る道路区間（脆弱区間）、③戦略によらず、地震発生時にも損壊しない道路区間（頑健区間）。いずれの区間も与件とする。第3に、非補強区間は、補強対象とする道路区間は1区間地震発生時において、（与件）である。CR戦略下ならば損壊を免れるが、SR戦略下では損壊する。第4に、地震によって通行不能となった道路は、復旧費用を支払い、一定の復旧期間が経過した後、利用可能となる。復旧費用および復旧期間は、通行不能となる道路区間の規模に応じて決定される。SR戦略およびCR戦略下での復旧費用および復旧期間を、それぞれ、 I_{SR}, I_{CR} および n_{SR}, n_{CR} と定義し、 $I_{SR} > I_{CR}, n_{SR} > n_{CR}$ とする。

本研究で想定する状態遷移を図1に示す。対象道路網がとり得る状態は、平常状態と被災（復旧）状態の2つである。単位期間（e.g. 1年）の間に地震が発生する確率を Q とする。ある期に地震が発生した場合、脆弱区間が損壊し、SR戦略下では、さらに、被補強区間も損壊する。これらの道路区間が通行不可能な状態を、以下では被災（あるいは復旧）状態と呼ぶ。戦略 $i \in \{CR, SR\}$ において、被災状態からは通行不能な区間の規模に応じた復旧コスト I_i を支払い、復旧期間 n_i を経た後、平常状態に戻る。復旧期間においては、一部の道路区間が使用できないため、平常時に比べ交通コストが増加する。以下では、脆弱区間のみが利用できない状態、および脆弱区間と補強区間の両方が利用できない状態での交通コストの増分を、それぞれ、 ΔT_{CR} 、 ΔT_{SR} で表す。

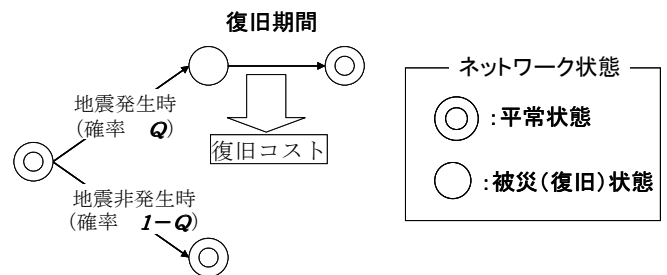


図-1 状態推移図

*キーワード：耐震補強，均衡配分

** 学生員，神戸大学大学院自然科学研究科

*** 正員，博士（情報科学），

神戸大学大学院自然科学研究科

**** 正員，工博，神戸大学大学院自然科学研究科

3. モデルの定式化

本章ではモデルを定式化する。(1)節では、社会的ライフサイクルコスト(LCC: Life Cycle Cost)を定義する。

(2)節では、CR 戦略, SR 戦略のそれぞれの下で、社会的 LCC が従う再帰方程式を導出する。最後に、こうして求めた社会的 LCC を用いて、2つの戦略が無差別となるような補強費(基準補強費)と、最適戦略の導出方法を(3)節で示す。

(1) 社会的ライフサイクルコストの定義

戦略 $i \in \{CR, SR\}$ の下での社会的 LCC を以下のよう

$$SC_i \equiv E \left[\sum_{t=0}^{\infty} \phi_i(t) / (1 + \rho)^t \right], \quad (1)$$

ここで、 ρ は 1 期当たりの割引率、 $\phi_i(t)$ は、戦略 i の下で第 t 期に発生する(1期間あたりの)社会的費用であり、以下のように定義される：

$$\phi_i(t) \equiv \begin{cases} I_i + n_i \Delta T_i + w_i(1 - n_i) & t \text{期に地震発生} \\ w_i + SC_i & \text{地震発生せず} \end{cases}$$

ここで、 $I_i, n_i, \Delta T_i$ は、それぞれ、前章で定義した戦略ごとの復旧費用、復旧期間、および交通コストの増分である。 w_i は、戦略 i の下での施設管理費用である。本研究では、 $w_{CR} = M$ 、 $w_{SR} = 0$ とする。 M は被補強区間を地震で損壊させないために每期支払われる補強費用であり、与件の定数とする。

(2) 各戦略下での社会的ライフサイクルコスト

式(1)にDP(Dynamic Programming)原理を適用すれば、各戦略下で社会的 LCC が従う以下の再帰方程式を導ける。

$$SC_i = Q \left\{ \frac{I_i + n_i \Delta T_i + w_i(1 - n_i) + SC_i}{1 + \rho} \right\} + (1 - Q) \left\{ \frac{w_i + SC_i}{1 + \rho} \right\}$$

この式を用いて、各戦略下での社会的LCCは以下のように算出される。まず、SR戦略下では補強費用は発生しない(i.e. $w_i = 0$) ため、社会的LCCは

$$SC_{SR} = \frac{Q(n_{SR} \Delta T_{SR} + I_{SR})}{\rho}, \quad (2)$$

と求められる。次に、CR戦略下では每期補強費用を支払う(i.e., $w_i = M$) ため、社会的LCCは、

$$SC_{CR} = \frac{Q n_{CR} \Delta T_{CR} + I_{CR} + M(1 - Q n_{CR})}{\rho} \quad (3)$$

と求められる。

(3) 基準補強費と最適補強費

上述の2つの社会的総コストから、基準補強費および最適補強戦略を求められる。ここで基準補強費 M^* とは

$SC_{SR} = SC_{CR}$ となるときの補強費であり、

$$M^* = \frac{Q(n_{SR} \Delta T_{SR} + \Delta I - n_{CR} \Delta T_{CR})}{1 - Q n_{CR}} \quad (4)$$

と表される。ただし、 $\Delta I = I_{SR} - I_{CR}$ である。

この基準補強費を用いて、最適戦略は以下のように求められる；

- $M < M^*$ の場合は $SC_{CR} < SC_{SR}$ となるため、CR戦略が最適戦略となる。
- $M > M^*$ の場合は $SC_{CR} > SC_{SR}$ となり、SR戦略が最適な戦略となる。

4. 数値計算

本章では、前述したモデルに数値を代入し、社会的 SCC を計算した結果を示す。そして、復旧期間および地震発生確率を変化させ、感度分析を行う。本研究では、交通コスト増分 $\Delta T_{SR}, \Delta T_{CR}$ を計算する際に、神戸市近辺のネットワークを対象とした利用者均衡配分を行う。

(1) ベースケースパラメータ

対象となる道路は、阪神高速 3 号神戸線の一部(約 22.3km)で、周辺道路は対象道路近辺の一般道路および高速道路(約 13.7km)と設定した。これをもとに均衡配分を行った結果、 $\Delta T_{SR} = 11826$ (億円/年)、 $\Delta T_{CR} = 584$ (億円/年) という値が得られた。その他に必要な諸量を以下に挙げる。

- 社会的割引率 ρ : 4 パーセント
- 復旧費用 ΔI : 1253 (億円)
- 復旧期間 n_{SR} : 1.17(年), n_{CR} : 0.32(年)

社会的割引率は費用便益分析マニュアルより、復旧に関する諸量は阪神大震災資料より 1km あたりの費用および期間を求め、算出した。

(2) 感度分析

上述のベースケースにおいて、地震発生確率および復旧期間に対する基準補強費の感度分析結果を図 2 に示す。

この図は横軸に Q 、縦軸に基準補強費 M^* をとり、ベースケースの復旧期間での計算結果を赤色、ベースケースの半分の復旧期間で計算した結果を青色、1.5 倍で計算した結果を黄色で表した。

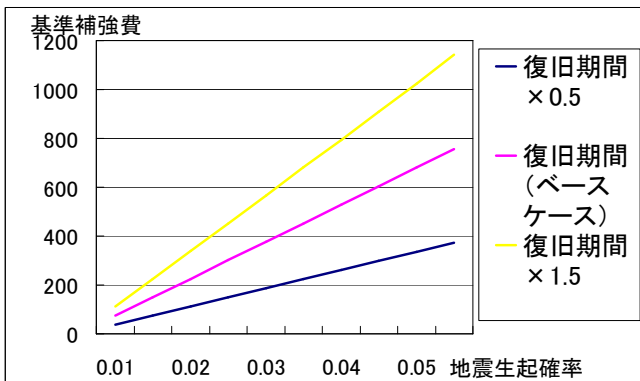


図-2 地震生起確率による基準補強費

(3) 考察

図 2 より、以下の 2 点がわかる。まず、地震生起確率が増えるに従い基準補強費が増加する。つまり高い確率で発生する地震を想定するならば、CR 戦略が最適となる範囲も大きくなる。次に、復旧期間の違いによる基準補強費の差は、地震発生確率が小さい場合は無視できるほど小さいが、地震発生確率が高い場合、基準補強費の差は極端に大きくなる。これは、地震生起確率が高いほど、分析時に想定する復旧期間を慎重に決定する必要があることを示唆している。

5. 弾性的通行可能確率を考慮したモデルへの拡張

前章までの分析は、CR 戦略下では地震が発生しても必ず対象道路は通行可能と仮定していた。しかし、耐震性能は、補強水準（ひいてはそれに応じた費用）に関して、多かれ少なかれ、弾力的であることは明らかである。そこで、本章では、地震後の補強区間の通行可能確率の、補強費用に対する弾力性を導入した拡張モデルに対する分析を行う。まず、(1) 節では、補強区間の地震後の通行可能確率を、補強費用の関数（パフォーマンス・カーブ）として表現する。(2) 節では、このパフォーマンス・カーブを用いた拡張モデルの枠組みを示す。

(3) 節では、拡張モデルに対する数値計算結果を示し、その特性を分析する。

(1) 耐震補強のパフォーマンスカーブ

本研究では、地震後の道路の通行可能確率（損壊を免れる確率）を、補強費用 m についての関数：

$$P(m) = \frac{1}{1 + \exp[-\theta(m - \mu)]} \quad (5)$$

を用いて表す。ここで、 θ と μ は所与の定数であ

る。本稿では、式(5)の関数を耐震補強のパフォーマンス・カーブと呼ぶ。図-3は、このパフォーマンス・カーブを、縦軸に通行可能確率 $P(m)$ 、横軸に補強費 m をとってプロットしたものである。

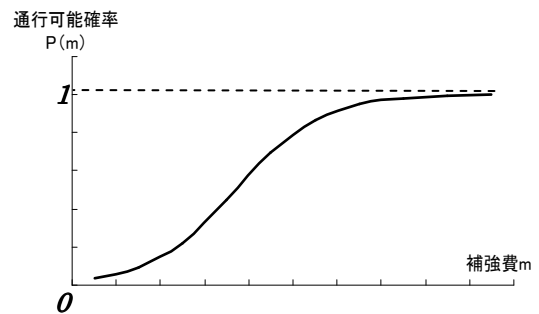


図-3 耐震補強のパフォーマンス・カーブ

(2) モデルの定式化

拡張モデルにおける枠組みを図-4に示す。基本モデルとの違いは、地震発生後に、補強区間が損壊する場合と、損壊しない場合の 2 つの状態を考える必要がある点である。言い換えれば、地震発生時において、補強区間が損壊しない場合には、脆弱区間のみの復旧だけでよいが、補強区間が損壊した場合は、SR 戦略下と同じく、脆弱区間と補強区間の両方を復旧させなければいけない。この拡張モデルでは、SR 戦略下の社会的 LCC は式(2)を用いればよいが、CR 戦略のもとでの社会的 LCC は、

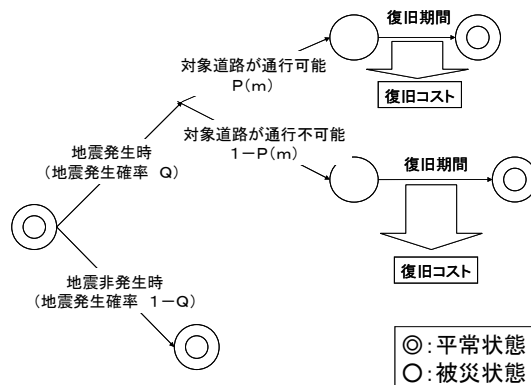


図-4 CR 戦略下の状態推移図

式(3)を以下のように修正する必要がある：

$$SC_{CR}^{ex} = Q \left[P(m) \left\{ \frac{I_{CR} + n_{CR} \Delta T_{CR} + m(1 - n_{CR}) + SC_{CR}^{ex}}{1 + \rho} \right\} + (1 - P(m)) \left\{ \frac{I_{SR} + n_{SR} \Delta T_{SR} + m(1 - n_{SR}) + SC_{CR}^{ex}}{1 + \rho} \right\} \right] + (1 - Q) \left(\frac{m + SC_{CR}^{ex}}{1 + \rho} \right)$$

これより、補強費 m を支払うときの CR 戦略下での社会的 LCC は、

$$SC_{CR}^{ex} = \frac{Q \{ P(m) n_{CR} (\Delta T_{CR} - m) + (1 - P(m)) \{ \Delta I + n_{SR} \Delta T_{SR} - n_{SR} m \} \} + m}{\rho}$$

と求められる。

(3) 数値計算結果

まず、上述のパフォーマンス・カーブ $P(m)$ のパラメータを、 $\theta = 0.021$ 、 $\mu = 160.14$ とする。これは、

「補強費用として毎年300億円投資すれば、地震が発生しても対象道路は95%の確率で通行可能である ($P(m) = .95$)」と仮定し、そこから導いた。SR戦略およびCR戦略下での社会的LCCを求めるにあたり、必要な諸量は前述のものを用いる。図-5は、横軸に補強費用、縦軸に社会的LCCをとり、それぞれの戦略下での社会的LCCをプロットしたものである。図-5において、青い曲線はCR戦略下でのLCCを、赤い直線はSR戦略下でのLCCをそれぞれ表す。任意の補強費用に対する最適戦略下での社会的LCCは、この2本の曲線の下側包絡線として表される。

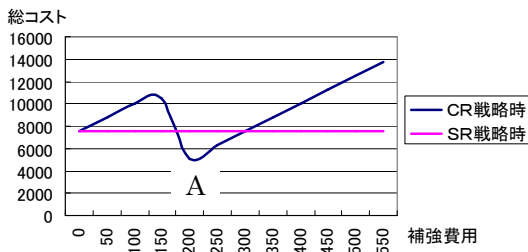


図-5 SR戦略とCR戦略の社会的LCC

図-5より、以下の2点が判る。第1に、最適戦略は補強費用に関して単調ではない：CR戦略が最適となるのは、補強費用がある範囲（図-5の例では150億円～300億円）にある場合に限り、補強費用が極めて小さい（あるいは大きい）場合にはSR戦略が最適となる。第2に、補強費用を自由に変更できる場合、CR戦略が最適となり、そのときの最適な補強費用は点A（およそ200億円）で表される。このとき、免損確率は $P(m = 200) = 0.70$ であり、耐震補強による免損確率の向上が必ずしも社会的LCCの増加をもたらさないことが明らかとなった。

次に、投資する補強費用を固定し、地震確率、復旧期間に対する感度分析を行う。図-6は縦軸に地震生起確率、横軸に復旧期間をとり、補強費用 $m = 150, 200, 500, 900$ のそれぞれについて、

$SC_{CR} - SC_{SR}$ の符号別に色を分けたものである。

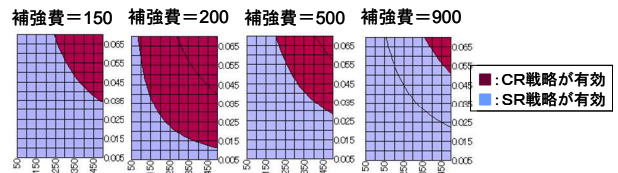


図-6 補強費用を固定した時の最適戦略

図-6は、赤色の範囲でCR戦略が最適となり、青色の範囲ではSR戦略が最適であることを示している。この図より、第1に、CR戦略が最適となる領域が最も大きい補強費用 ($m = 200$) は、図-5において、CR戦略が最適となる補強費用の範囲 (i.e., $m = 150 \sim 300$) の中に入っていることに注意されたい。第2に、補強費用が $m = 900$ と大きい場合でも、CR戦略が有効となる範囲は存在する。これは、生起確率が高く、長い復旧期間が想定される地震に対しては、補強費用が大きくてもCR戦略が最適となることを示唆している。

6. おわりに

本研究では、地震に対する道路補強の投資効果分析を、利用者均衡配分から求まる交通コストを用いて分析する手法を提案した。そして、有効な補強戦略を求め、その性質とメカニズムを明らかにした。さらに、補強費用について弾力的な通行可能確率を考慮したモデルへと拡張した。

本研究の今後の重要な課題として、地震発生時に生起するネットワーク・パターンの不確実性を考慮したモデルへの拡張が挙げられる。本研究では、地震発生時に損壊し得る道路区間（補強区間、脆弱区間）を与件としたが、実際には、どの道路区間が損壊するかを事前損壊することはできず、確率的に表現する必要がある：厳密には、地震が発生したときの道路の損壊パターンを全て列挙し、それぞれに対する交通コスト増分と生起確率を計算して社会的LCCを算出する必要がある。しかし、リンクの損壊パターンは 2^n 個存在するため、その全てを列挙することは不可能である。そのため、具体的な計算を行うためには、モンテ・カルロ・シミュレーションなどを用いる必要があるだろう。

参考文献

- 1) 土木学会：交通ネットワークの均衡分析，最新の理論と解法，1998.