

不完備情報下における航空運賃変更オプション行使ゲーム *

War of Attrition in Airline Market: Option Game Approach under Incomplete Information *

織田澤利守**

by Toshimori OTAZAWA**

1. はじめに

2001年のアメリカ同時多発テロによる旅客数減少やこのところの原油価格の高騰が引き金となって、アメリカの航空会社の破綻が相次ぎ、大手7社のうち4社が連邦破産法の下で運行を続けるという異例の事態となっている。その背景として、航空政策の規制緩和によって激化した運賃競争の中で、原油価格の高騰に伴う燃料費負担を利用者運賃に転嫁することを許さない産業構造が指摘されている¹⁾。

本研究では、航空市場における消耗戦(War of Attrition)的な価格競争のモデル分析を行う。具体的には、複占競争下にある企業同士が互いに他社の費用関数について正確な知識を持たない状況(不完備情報)を想定し、各企業が航空運賃を変更するオプションの行使タイミングを戦略的に選択する問題を動学ゲームとして定式化する。その上で、ゲームの均衡解として両企業の運賃変更タイミングが揃って遅れること=消耗戦が生じることを示すことを目的とする。

2. 本研究の基本的な考え方

不確実性下の投資意思決定において、将来の環境変化に対応する柔軟性を含めて評価する手法として、リアル・オプション・アプローチがある。しかし、従来のリアル・オプション・アプローチでは、企業の独占的な投資意思決定についてのみ分析の対象としており、競争的な環境下における経済主体間の戦略的行動を考慮することができなかった。ひとつの市場内

で複数の企業が競合する場合、自企業の意思決定が競合相手の意思決定に影響を与え、その逆も然りである。中でも、投資を行う順序が企業間の利潤の分配に大きく影響する場合も少なくない。その際、企業間で起こる投資タイミングをめぐるゲーム的状况には、大きく分けて次の2つがある。ひとつは、相手より先に投資を行うことにより市場シェアを多く獲得でき、高い収益がもたらされる状況で起こる先取り(preemption)であり、いまひとつは、逆に相手より後に投資を行うことが高い収益をもたらす状況で起こる消耗戦(War of Attrition)である。Grenadier³⁾は、従来のリアル・オプション・アプローチにゲーム理論的なアプローチを取り入れた先駆的な研究である。そこでは、不動産プロジェクトへの投資問題を対象に、2企業による投資競争モデルにおけるシュタッケルベルグ均衡解を導出している。しかし、各企業は互いに相手側の企業の生産関数や費用関数などに関する完全かつ完備な情報を有しているという状況を想定している。そのため、2企業のうち、どちらの企業がリーダーとなりどちらがフォロワーとなるかが予め既知(同質な企業の場合は確率1/2)であり、先取りの概念を正確に表現しているとはいえない。Lambrecht & Perraudin⁴⁾は、企業が互いに競合相手の投資費用を正確に知らない状況において、企業の市場参入オプションの先取的な行使行動を不完備情報ゲームの均衡解として導出している。そこでは、相手の投資行動を観察し、学習することをモデルに取り入れている。一方、Murto⁵⁾は、衰退する市場からの撤退オプションの戦略的投資行動を分析している。しかし、完備情報を仮定しているため、通常の均衡においては撤退順序は予め既知であり、消耗戦の概念を正確に表現できていない。

*キーワード: リアルオプション, 不完備情報, 航空市場

**正会員 博(工学) 東北大学大学院情報科学研究科

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06 TEL022-795-7508, FAX 022-795-7500)

本研究では、複占市場において、情報の不完備性がある下での各企業の運賃値上げオプションの戦略的行使行動について分析し、ゲームの均衡解として両企業の運賃変更タイミングが揃って遅れ、消耗戦が生じることを示す。

3. 完備情報モデル

(1) モデル化の前提条件

複占状態の航空市場における2期間のモデルを想定する。第1期において、企業 i, j は同運賃 p_l を提示し、運営を行う。運賃 p_l で提供される両企業の航空サービスの需要は等しく、 y_{ll} と表される。いずれかの企業が先に運賃を $p_h (> p_l)$ に値上げた時点において第1期は終了し、それ以降の期間を第2期とする。第1期の期末に運賃の値上げを行った企業と値上げを行わなかった企業の第2期における需要をそれぞれ y_{hl} , y_{lh} と表す。各運賃設定の下での需要量は、 $y_{hl} < y_{ll} < y_{lh}$ の関係を満すものとする。すなわち、運賃を値上げすれば、その企業に対する需要は減少する一方で、値上げを行わない企業に対する需要は増加する。さらに、 $p_h y_{hl} < p_l y_{ll} < p_l y_{lh}$ が成立すると仮定する。なお、簡単化のため、本研究では価格変更オプションを一度だけ行使可能であるとする。

いま、第1期における企業 i ($= 1, 2$) の (瞬間的) 利潤 $\pi_i(x)$ は次式で表される。

$$\pi_i(x) = (p_l - x)y_{ll} - c_i \quad (1)$$

ただし、 x は限界費用を表し、 c_i は固定費用を表すパラメータである。ここで、 x は幾何ブラウン運動:

$$dx = \mu x dt + \sigma x dz \quad (2)$$

に従うとする。つぎに、第1期の期末に企業 j ($= 1, 2, j \neq i$) が運賃の値上げを行った場合、第2期における企業 i, j (瞬間的) 利潤 $\pi_i^W(x), \pi_j^L(x)$ は次式で表される。

$$\pi_i^W(x) = (p_l - x)y_{lh} - c_i \quad (3)$$

$$\pi_j^L(x) = (p_l - x)y_{hl} - (1 + \gamma)c_i \quad (4)$$

γ は、値上げ後の固定費用の増加率 (もしくは、減少率) を表す。限界費用 x と利潤 π の関係を図-1に示す。

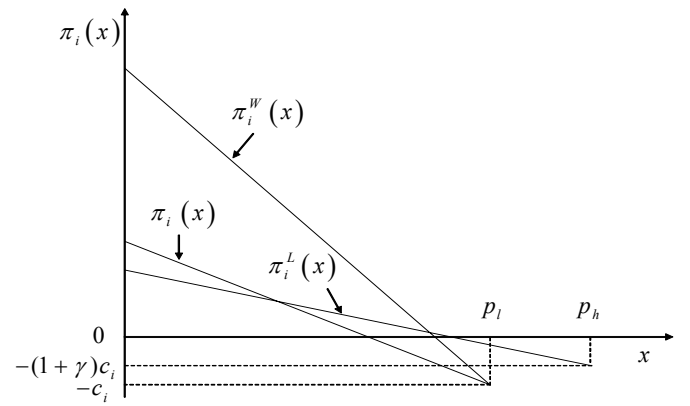


図-1 限界費用と利潤の関係

(2) 最適行使タイミング

各企業が互いに費用パラメータ c_i, c_j の正確な値を知る状況 (完備情報) を想定する。このとき、 $c_i < c_j$ の下では、企業 j は必ず企業 i より早期に運賃値上げを実施することは明らかである。企業 j が運賃の値上げを実施する時刻を θ とすれば、第1期の任意の時点 t ($< \theta$) 以降に企業 j が獲得できる期待総利潤の現在価値 J_j は、次のように定式化される。

$$J_j^L(x(t)) \equiv \int_t^\theta \pi_j(x(\tau)) \exp\{-\rho(\tau - t)\} d\tau + \int_\theta^\infty \pi_j^L(x(\tau)) \exp\{-\rho(\tau - \theta)\} d\tau \quad (5)$$

企業 j が最適な運賃値上げタイミング決定問題は、

$$V_j^L(x(t)) = \max_{\theta} J_j^L(x(t)) \quad \text{s.t.} \quad \text{Eq. (2)} \quad (6)$$

と表される。 V_j は、時刻 t における期待総利潤 (現在価値) の最大値である。一方、このときの企業 i の期待総利潤 V_i は、次のように表される。

$$V_i^W(x(t)) \equiv \int_t^\theta \pi_i(x(\tau)) \exp\{-\rho(\tau - t)\} d\tau + \int_\theta^\infty \pi_i^W(x(\tau)) \exp\{-\rho(\tau - \theta)\} d\tau \quad (7)$$

DP原理および伊藤のレムマを用いて最適化問題(6)を解けば次式を得る。詳細は、参考文献²⁾を参照されたい。

$$V_j^L(x) = \frac{\pi_i(x)}{\rho - \mu} + \frac{\pi_j^L(x^*) - \pi_i(x^*)}{\rho - \mu} \left(\frac{x}{x^*} \right)^\beta \quad (8)$$

ただし、

$$\beta = \zeta + \sqrt{\zeta^2 + 2\rho/\sigma^2}, \quad \zeta \equiv 1/2 - \mu/\sigma^2$$

である。 x^* は限界費用 x に関する閾値であり、

$$x^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \frac{p_l y_{ll} - p_h y_{hl} + \gamma c_j}{y_{ll} - y_{hl}} \quad (9)$$

と表される。企業 j の最適な運賃変更タイミングは、

状態変数 x が初めて x^* を上回った時点で運賃値上げを実施するという状態依存的ルールとして導かれる。一方、企業 i にとって、企業 j が閾値 x^* において先に値上げを実施することは予見である。したがって、企業 i の期待総利潤 $V_i^W(x)$ は、

$$V_i^W(x) = \frac{\pi_i(x)}{\rho - \mu} + \frac{\pi_i^W(x^*) - \pi_i(x^*)}{\rho - \mu} \left(\frac{x}{x^*} \right)^\beta \quad (10)$$

と表される。

4. 不完備情報モデル

(1) 最適応答関数

企業 i にとって自らの費用パラメータ c_i は既知であるが、相手の企業 j の費用パラメータ c_j の正確な値を知らない状況（不完備情報）を考えよう。ただし、企業 i は、 c_j が従う累積分布 $G(c_j)$ 、($c_j \in (\underline{c}, \bar{c})$) を知っているとする。ここで、 $G(c_j)$ は、連続かつ微分可能であるとする。

いま、企業 i にとって相手の企業が値上げを実施する閾値 x_j に関する累積分布 $F_j(x_j)$ $x_j \in [\underline{x}, \bar{x}]$ が既知であると想定する。第1期において、企業 i は相手の企業 j の行動（値上げを実施しないこと）を観測し、学習を行う。企業 j が運賃の値上げを実施するのは、 x が初めて閾値 x_j を上回るときである。 x の実現値がこれまでの最大値をとったにもかかわらず企業 j が値上げを実施しないならば、企業 i は、企業 j の閾値 x_j が推測していたより上方の範囲 $[\hat{x}, \bar{x}]$ に存在することを学習し、ベイズの公式によって分布 $F_j(x_j)$ を更新する。

$$F_j(x_j|\hat{x}) = \frac{F_j(x_j) - F_j(\hat{x})}{1 - F_j(\hat{x})} \quad (11)$$

ただし、 $\hat{x} \equiv \max_{0 \leq \tau < t} \{x_\tau\}$ である。ここで、企業 i にとっての閾値を x_i とした場合の第1期における企業 i の期待総利潤は、以下のように表される。

$$\begin{aligned} Z_i(x, \hat{x}|x_i) &= \frac{\pi_i(x)}{\rho - \mu} \\ &+ \frac{\pi_i^L(x_i) - \pi_i(x_i)}{\rho - \mu} \left(\frac{x}{x_i^*} \right)^\beta \frac{1 - F_j(x_i)}{1 - F_j(\hat{x})} \\ &+ \int_{\hat{x}}^{x_i} \frac{\pi_i^W(x_j) - \pi_i(x_j)}{\rho - \mu} \left(\frac{x}{x_j} \right)^\beta \frac{f_j(x_j)}{1 - F_j(\hat{x})} dx_j \quad (12) \end{aligned}$$

である。式(12)の右辺の第一項は、値上げを実施しない場合に将来にわたって得られる期待総利潤を表

す。一方、第2項は第1期期末に企業 i が先に値上げを実施した場合に第2期に得られる期待総利潤から値上げを実施したことによる期待利潤の逸失分を引いた値を、第3項は企業 j が先に値上げを実施した場合の期待総利潤から値上げを実施したことによる期待利潤の逸失分を引いた値を表す。一階条件 $\partial Z_i / \partial x_i = 0$ より、企業 i の最適な運賃値上げの閾値 x_i^* は、

$$\begin{aligned} x_i^* &= \frac{\beta(p_l y_{ll} - p_h y_{hl} + \gamma c_i) + h_j(x_i^*)(p_l y_{lh} - p_h y_{hl} + \gamma c_i)}{(\beta - 1)(y_{ll} - y_{hl}) + h_j(x_i^*)(y_{lh} - y_{hl})} \quad (13) \end{aligned}$$

と得られる。ただし、 $h_j(x) \equiv x f_j(x) / (1 - F_j(x))$ であり、ハザード率を表す。二階条件のための十分条件は、 $h(x)$ が x の増加関数であることである。

(2) ベイジアン・ナッシュ均衡

前節では、相手側の企業 j の閾値に関する累積分布 $F_j(x)$ を既知であると想定した上で、企業 i の最適な閾値 x_i^* について分析した。しかし、 F_j は未知であり、ゲームの均衡解（ベイジアン・ナッシュ均衡解）として導かれる。ゲームの均衡において、企業 i の運賃値上げの閾値 x_i^E は、費用パラメータ c_i から最適な運賃値上げの閾値 x_i^* への写像 $x_i^E(c_i)$ である。 $c_i G'_i(c_i) / (1 - G_i(c_i))$ が c_i に関して連続な増加関数であるとき、 $x_i^E(c_i)$ も連続で一对一の写像となる。さらに、 c の上限値、および下限値に関して、両企業の閾値 $x_i^E(c)$ が一致することから、 $x_i^E(\underline{c}) = x_j^E(\underline{c})$ 、 $x_i^E(\bar{c}) = x_j^E(\bar{c})$ となる。（上述の議論に関する詳細な証明は、紙面の都合上割愛する）このとき、 $F_j(x_j^E)$ と企業 i にとって既知である企業 j の費用パラメータの分布 $G_j(c_j)$ の間には、写像 x_j^E を通じて次のような関係が成立する。

$$F_j(x) = G_j(c_j(x)) \quad (14)$$

ただし、 $c_j(x)$ は $x_j^E(c_j)$ の逆関数である。ここで、式(14)より、

$$h_j(x) \equiv \frac{x f_j(x)}{1 - F_j(x)} = \frac{x G'_j(c_j)}{1 - G_j(c_j)} c'_j(x) \quad (15)$$

を得る。一方、式(13)を変形すれば、

$$h_j(x) = \frac{\beta(p_l y_{ll} - p_h y_{hl} + \gamma c_i(x)) - (\beta - 1)(y_{ll} - y_{hl})x}{(y_{lh} - y_{hl})x - (p_l y_{lh} - p_h y_{hl} + \gamma c_i(x))}$$

を得る．これを式(15)へ代入して整理すれば，ゲームの均衡条件として，次の $c_i(x)$ ($i = 1, 2$)に関する非線形の微分方程式が導かれる．

$$c_1'(x) = \frac{1 - G(c_1(x))}{xG'(c_1(x))} \times \frac{\beta(py_{lu} - p_h y_{hl} + \gamma c_2(x)) - (\beta - 1)(y_{lu} - y_{hl})x}{(y_{lh} - y_{hl})x - (py_{lh} - p_h y_{hl} + \gamma c_2(x))} \quad (17)$$

$$c_2'(x) = \frac{1 - G(c_2(x))}{xG'(c_2(x))} \times \frac{\beta(py_{lu} - p_h y_{hl} + \gamma c_1(x)) - (\beta - 1)(y_{lu} - y_{hl})x}{(y_{lh} - y_{hl})x - (py_{lh} - p_h y_{hl} + \gamma c_1(x))} \quad (18)$$

s.t.

$$c_i \left(\frac{py_{lh} - p_h y_{hl} + \gamma \bar{c}}{y_{lh} - y_{hl}} \right) = \bar{c} \quad (i = 1, 2) \quad (19)$$

式(19)は，境界条件である．いま， $\hat{x} \rightarrow \bar{x}$ となっても，両企業とも値上げを実施しなかった場合，企業は互いに $\hat{x}$ より微小でも大きな x が実現した時点で必ず相手の企業が値上げを実施すると考える．すなわち， $h(x) \rightarrow \infty$ となることから， $c_i(x) \rightarrow (1/\gamma)\{(y_{lh} - y_{hl})x_i^E - py_{lh} - p_h y_{hl}\}$ となる．

(3) 均衡解の導出

本節では，微分方程式(17),(18)を解き，均衡解の導出を試みる．費用パラメータ c_i ($i = 1, 2$)の累積分布 $G_i(c_i)$ を以下のパレート分布 $G(c_i)$ に特定化する．

$$G(c) = \frac{\underline{c}^{-\alpha} - c^{-\alpha}}{\underline{c}^{-\alpha} - \bar{c}^{-\alpha}} \quad (20)$$

for $c \in [\underline{c}, \bar{c}]$ where $0 < \underline{c} < \bar{c} < \infty$ and $\alpha \neq 0$

さらに， $\bar{c} \rightarrow \infty$ とすれば，式(17)は次の $x(c)$ に関する微分方程式問題へと書き換えることができる．

$$x'(c) = \frac{\alpha x}{c} \frac{(y_{lh} - y_{hl})x - (py_{lh} - p_h y_{hl} + \gamma c_i)}{\beta(py_{lu} - p_h y_{hl} + \gamma c_i) - (\beta - 1)(y_{lu} - y_{hl})x} \quad (21)$$

s.t.

$$x(\bar{c}) = \frac{py_{lh} - p_h y_{hl} + \gamma \bar{c}}{y_{lh} - y_{hl}}$$

上記の微分方程式を解析的に解くことは困難であり，数値計算を行う必要がある．

5. おわりに

本研究では，航空市場における消耗戦(War of Attrition)的な価格競争のモデル分析を行った．具体的には，複占競争下にある企業同士が互いに他社の費用関数について正確な知識を持たない状況(不完備情報)を想定し，各企業が航空運賃を変更するオブ

(16) ションの行使タイミングを戦略的に選択する問題を動学ゲームとして定式化した．なお，講演時において，数値計算結果を示し，両企業の運賃変更タイミングが揃って遅れること＝消耗戦がゲームの均衡解として生じることを明らかにする．

参考文献

- 1) 井出秀樹:規制と競争のネットワーク産業, 勁草書房, 2004.
- 2) Dixit, A. and Pindyck, R.: *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.
- 3) Grenadier, S.R.: The Strategic Exercise of Options: Development Cascade and Overbuilding in Real Estate Markets, *Journal of Finance*, 51(5), pp.1659-1679, 1996.
- 4) Lambrecht, B. and Perraudin, W.: Real Option and Preemption under incomplete information, *Journal of Economic Dynamics & control*, 27, pp.619-643, 2003.
- 5) Murto, P.: Exit in Duopoly under Uncertainty, *RAND Journal of Economics*, 35, pp.111-127, 2004.