DEAの経済学的応用による廃棄物処理事業の効率性分析
An Application of DEA to Efficiency Analysis of Solid Waste Management in the Economic Perspective

根本　二郎*
尾関　淳哉**

1. はじめに

行政による事業は市場での評価を受けないため、特別な制度的工夫のない限り効率化インセンティブを持たない。こうした場合、特定の成果指標について数値目標を掲げ、その目標達成を条件とした報酬（あるいは未達成時のペナルティー）によって効率化を促進する試みがしばしば見受けられる。そこで直ちに問題となることは、成果指標の選択と目標となる数値の設定である。前者について、成果指標が事業のあらゆる側面を網羅しなければ、採用されなかった項目が無視されることで経営資源の投入の配分に歪みが生じる。後者については、低すぎる目標は十分な効率化インセンティブを付与できず、高すぎる目標は事業の経営に混乱をもたらすであろう。

包括的な成果指標を策定するにはまず、事業全体を基本的なインプットから最終的なアウトプットを生産する過程ととらえ、所与のインプットから生産可能な最大のアウトプットを生産フロンティアとして効率化目標とする。生産フロンティアはデータから直接観察することができないが、同種事業体間の比較による相対評価、すなわちベンチマーキングにより確定できるものとする。最も効率的なベストプラクティス事業体群を見出し、それらが生産フロンティアを張っていると考えるのである。このようなフレームワークを設定すれば、ミクロ経済学の基本的なツールを実際の効率性評価問題に適用することができる。ミクロ経済学的には、技術的に実行可能なインプットとアウトプットの組み合わせの集合は生産可能集合であり、その中で効率的な組み合わせを与えるのが生産関数（生産フロンティア）である。したがって、生産可能集合をデータから構成できれば、個別事業体のインプットとアウトプットの実績を生産フロンティアからの距離で評価して、効率化目標を定めることができるのである。

生産可能集合をデータから構成するために、最近良く用いられるようになってきた方法がデータ包絡分析（Data Envelopment Analysis, 以下DEA）である。代替的な方法として、確率フロンティア関数による計量経済学的な方法を用いることもできるが、確率フロンティアはより学術的な研究目的で用いられることが多く、実際の事業体の効率性評価への適用事例としてはDEAの方が主流であるということができる。わが国の行政に関する分析でも、消防に関して宮良・福重[1]，廃棄物処理事業に関して竹内・碓井[2]および川本・井村・森杉[3]，地方税徴収に関して梅村・小川[4]が既にあり、DEAに対する関心が広がってきている。

しかし、DEAはミクロ経済学の標準的な前提と密接な関係を持ちつつも、それと完全に整合的なわけではない。むしろミクロ経済学本来の分析法としては、Varian [5]により提案された非パラメトリックな生産分析法（Nonparametric Production Analysis, 以下NPA）があり、これを参照してDEAの経済学的な基礎を確認しておくことが、特に効率性評価を経済学的な文脈の中で運用している場合には必要と考えられる。そこで本論文では、DEAとNPAの方法の相違について確認すると共に、両者を同一のデータに適用してその結果を比較してDEAの利点と問題点とを考察する。

以下、第2節でDEA，第3節でNPAについて概観する。第4節以降では、DEAとNPAを実データに適用して、その結果を比較検討する。取り上げるデータは、一般廃棄物処理事業に携わる105組合（特別地方公共団体）の2002年度実績で、環境省の一般廃棄物処理実態調査結果による。言うまでもなく、廃棄物処理事業は環境制約の高まりの中でその重要性を高めつつある一方、国・地方の行財政改革の中で効率的なマネジメントを切実に求められている。包括的な効率性評価のための手法としてDEAやNPAの適用可能性を見ておくことは、今後この種の手続きの実務化を検討するにあたって不可欠であると考える。

2. DEAによる効率性評価

m種類のインプットからn種類のアウトプットを生産するプロセスを考え、インプット・ベクトル$(m\times 1)$を x，アウトプット・ベクトル$(n\times 1)$を y として、実行可能なすべての x と y の組み合わせから成る生産可能集合Φを定義する。

$$\Phi = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_{+}^{m+n} \mid x \ can \ produce \ y \right\} \quad (1)$$

* 非会員　名古屋大学経済学研究科
（名古屋市千種区不老町，e-mail:nemoto@nagoya-u.jp）
** 非会員　名古屋大学経済学研究科

生産可能集合について、次の性質を満たすことを要請する。

i) $(\bar{x}, y) \in \Phi$かつ $\bar{x} \le x$ ならば $(x, y) \in \Phi$

ii) $(x, \bar{y}) \in \Phi$かつ $\bar{y} \ge y$ ならば $(x, y) \in \Phi$

iii) Φは閉凸集合

次に、利用可能なデータが

$x^i = (x_1^i, x_2^i, \cdots, x_m^i)'$, $y^i = (y_1^i, y_2^i, \cdots, y_n^i)'$, $i = 1, 2, \cdots, N$

であるとする。観察されたデータは、自ら技術的に実行可能であることを顕示していると言える。したがってデータ全体の集合を

$$S = \{ (x^1, y^1), (x^2, y^2), \cdots, (x^N, y^N) \} \tag{2}$$

とすると、Sに対して生産可能集合は

iv) $S \subseteq \Phi$

を満たすはずである。

DEAでは、生産可能集合を次のように構成する。

$$\hat{\Phi} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^{m+n} \mid \sum_{i=1}^{N} x^i \lambda_i \le x, \ \sum_{i=1}^{N} y^i \lambda_i \ge y, \ \sum_{i=1}^{N} \lambda_i = 1, \ \lambda_i \ge 0 \ \ for \ all \ i \right\} \tag{3}$$

$\hat{\Phi}$ が性質 i)-iv) を満たすことは容易に示し得る。加えて $\hat{\Phi}$ は、性質i)-iv)を満たすすべての集合の共通部分である(Banker, Charnes and Cooper[6])。このことから $\hat{\Phi}$ は性質 i)-iv) を満たす最小の集合であることがわかる。すなわち $\hat{\Phi} \subseteq \Phi$であり、また $F \subseteq \hat{\Phi}$ となるような Fは性質i)-iv)をすべて満たすことはできない。

効率性指標は、アウトプットを減らすことなく可能なインプットの最大削減率で定義する。効率性指標とすると(x, y)の効率性は $\hat{\Phi}$ に基づいて

$$\hat{TE}_x(x, y) = \min\{\theta \mid (\theta x, y) \in \hat{\Phi}\} \tag{4}$$

のように計測できる。観察値 (x^i, y^i)を評価するのであれば $\hat{TE}_x \le 1$となり、の $\hat{TE}_x = 1$ 時に 効率的である。

3. NPAによる効率性評価

(1) 内側限界(inner bound)による評価

ミクロ経済学では、生産可能集合に対して必ずしも 性質 i)-iv) を要請するわけではない。性質i)-iv)の下では、生産可能集合の上で定義される生産関数は凹関数となり、規模の経済性は許容されない。しかしミクロ経済学の生産者行動理論が成立するためには、生産関数は凹関数である必要はなく準凹関数であればよい。

生産関数が準凹関数であることの必要十分条件は、必要投入集合(input requirement set)が閉凸となることである。必要投入集合は所与の yに対して

$$\Gamma(y) = \left\{ x \in \mathbb{R}_+^m \mid (x, y) \in \Phi \right\} \tag{5}$$

により定義される。必要投入集合に対しては、以下の条件を有することが要請される。

v) $x \in \Gamma(\bar{y})$かつ $\bar{y} \ge y$ならば $x \in \Gamma(y)$

vi) $\bar{x} \in \Gamma(y)$かつ $\bar{x} \le x$ ならば $x \in \Gamma(y)$

vii) $\Gamma(y)$は閉凸集合

N個のデータ (x^i, y^i), $i = 1, 2, \cdots, N$ は技術的に実行可能のはずだから、v)-vii)に加え

viii) $x^j \in \Gamma(y)$ $\ for \ all \ y \le y^j$

が成り立つ。DEAの場合と同様に、性質v)-viii)を満たすすべての集合の共通部分集合は$\nu(y) = \left\{ i \mid y^i \ge y \right\}$として、次のように構成される。

$$\underline{\Gamma}(y) = \left\{ x \in \mathbb{R}_+^m \mid \sum_{i \in \nu(y)} x^i \lambda_i \le x, \ \sum_{i \in \nu(y)} \lambda_i = 1, \ \lambda_i \ge 0 \ \ for \ i \in \nu(y) \right\} \tag{6}$$

$\underline{\Gamma}(y)$はその作り方から真の$\Gamma(y)$に対して$\underline{\Gamma}(y) \subset \Gamma(y)$であり、また$G(y) \subset \underline{\Gamma}(y)$であるような集合$G(y)$は性質v)-viii)を同時に満たすことができない(Varian[7])。この意味でVarianは、$\underline{\Gamma}(y)$を$\Gamma(y)$の 内側限界(inner bound) と呼んでいる。

内側限界は、効率的な生産点を端点とする凸多面体である。次節で説明するように、NPAでは内側限界を包含する外側限界を設定する。これに対応して、技術効率性指標は内側限界を参照すれば上限、外側限界を参照すれば下限が得られる。すなわち、内側限界による技術効率性指標の上限値 $\overline{TE}_x$は

$$\overline{TE}_x(x, y) = \min\left\{\theta \mid (\theta x, y) \in \underline{\Gamma}(y)\right\} \tag{7}$$

のようにして求められる。

(2) 外側限界(outer bound)による評価

インプットのデータに対応して、同時にインプットの価格ベクトル $w^i = 1, 2, \cdots, n$ が観察されているものとする。この時、生産者が費用最小化行動にしたがっていれば、x^i は w^iの下で y^iを最小費用で生産するインプットの組み合わせのはずである。したがって、必要投入集合に関して次のような関係が成立することになる。

$$w^{i\prime} x^i \le w^{i\prime} x \quad for \ all \ x \in \Gamma(y^i), \quad i = 1, 2, \cdots, N \qquad \text{(c-rationalizability)}$$

この関係が成立する時、$\Gamma(y)$はデータSを費用合理化可能(c-rationalize)と言う。そこで、条件v)-viii)に加え、所与のデータを費用合理化可能な必要投入集合を見出すことを考える。費用合理化可能な必要投入集合が存在するための必要十分条件は、データSが次のような費用最小化の弱公理(weak axiom of cost minimization, WACM)を満たすことである(Varian[8])。

$$w^{i\prime} x^i \le w^{i\prime} x^j \quad for \ y^i \le y^j, \quad i,j = 1, 2, \cdots, N \qquad \text{(WACM)}$$

もしデータSが全体としてWACMを満たすならば、WACMを利用して

$$\overline{\Gamma}(y) = \left\{ x \in R_m^+ \mid w^{i\prime} x^i \le w^{i\prime} x \ \ for\ all\ y^i \le y, \ \ i = 1, 2, \cdots, N \right\} \tag{8}$$

を定義すると、$\overline{\Gamma}(y)$はデータ S を費用合理化可能で性質v)-viii)を満たす(Varian[9])。これがVarianの外側限界(outer bound)である。

しかし、すべての観察値についてWACMが満たされるとすれば非効率は存在せず、効率性の評価そのものが無意味となる。そこでSの部分集合についてのみ、WACMが満たされているものと想定する。いま、ある $s \subset S$が存在して

$$w^{i\prime} x^i \le w^{i\prime} x^j \ \ for\ y^i \le y^j, \ \ (x^i, y^i), (x^j, y^j) \in s \tag{9}$$

であるものとする。ここで $\varepsilon = \{ i \mid (x^i, y^i) \in s \}$として、outer bound を次のように作る。

$$\overline{\Gamma}(y) = \left\{ x \in R_m^+ \mid w^{i\prime} x^i \le w^{i\prime} x \ \ for\ all\ y^i \le y, \ \ i \in \varepsilon \right\} \tag{10}$$

このような $\overline{\Gamma}(y)$は sについて

$$w^{i\prime} x^i \le w^{i\prime} x \quad for\ all\ x \in \Gamma(y^i), \quad (x^i, y^i) \in s$$

(subset c-rationalizability)

であることを証明できる。このことを、$\overline{\Gamma}(y)$はデータS を部分的に費用合理化可能(subset c-rationalize)であると言う。$\overline{\Gamma}(y)$はその作り方から真の$\Gamma(y)$に対して$\Gamma(y) \subseteq \overline{\Gamma}(y)$であり、また$\overline{\Gamma}(y) \subseteq G(y)$であるような集合$G(y)$はデータ$S$を部分的に費用合理化可能でないと証明できる(Banker and Maindiratta[10])。この意味でVarianは、$\overline{\Gamma}(y)$を$\Gamma(y)$の外側限界(outer bound)と呼んでいる。

一方、$\underline{\Gamma}(y)$もSを部分的に費用合理化可能であることが示される(Banker and Maindiratta[11])。したがって、

$$\underline{\Gamma}(y) \subseteq \Gamma(y) \subseteq \overline{\Gamma}(y) \tag{11}$$

であり、必要投入集合が性質v)-Viii)を満たしかつデータSを部分的に費用合理化可能であるならば、$\underline{\Gamma}(y)$と$\overline{\Gamma}(y)$はそれぞれ$\Gamma(y)$に対する両側の限界となる。

効率性指標は、外側限界を参照して下限値 $\underline{TE}_x$が

$$\underline{TE}_x(x, y) = \min\left\{ \theta \mid (\theta x, y) \in \overline{\Gamma}(y) \right\} \tag{12}$$

のようにして得られ、$\overline{TE}_x$と$\underline{TE}_x$で真の TE_xに対する上下限を与える。ただし、外側限界は(x, y)に対して$y^i \le y$となる$i \in \varepsilon$が存在しなければ空集合となり、その時 $\underline{TE}_x$ は計測不能である。

DEAにより求めた$\hat{TE}_x$との関係では

$$\overline{TE}_x \ge \hat{TE}_x \tag{13}$$

が成立する。これは、所与の $\bar{y}$ について

$\underline{\Gamma}(y) \subseteq \{ x \mid (x, \bar{y}) \in \hat{\Phi} \}$ となることから明らかである。

$\overline{\Gamma}(y)$については同様の包含関係が一義的に存在しないため、$\underline{TE}_x$と$\hat{TE}_x$の間の大小は決まらない。

4. データ

実データによる分析として、一般廃棄物処理事業の効率性評価を行う。2002年度の環境省「一般廃棄物処理実態調査」より、105組合(特別地方公共団体)のごみ処理に関するデータを用い、DEAおよびNPAによる効率性値を計測した。事業のアウトプットは焼却ごみ量(t),粗大ゴミ処理量(t),資源化ごみ量(t)の三種類とし、インプットは廃棄物処理従事職員数(人)とごみ処理費(円)の二種類とした。NPAの外側限界を構成するためにインプットの価格も必要であるが、職員数の価格として職員一人あたり人件費(円/人)を用い、ごみ処理費の価格はすべての組合について1とした。この結果、インプットとインプット価格の積和は人件費+処理費となり、維持修繕費など資本ストックに関わる費用と設備投資関係費を除いた短期可変費用にほぼ相当する。

「一般廃棄物処理実態調査」でデータが利用可能な組合のうち、上記のインプットおよびアウトプットが一つでも0となるものは除いた。アウトプットに0になるものがあっても効率性計測の妨げにはならないが、事業者間に比較を許すだけの同質性を確保する必要があることから、インプットとアウトプットのすべてが正になるものを抜き出し、結果として112組合が該当した。さらに同じ理由により、職員一人あたり人件費が極端に大きい組合6組合と極端に小さい1組合を除き、残った105組合を分析対象とした。

5. 分析結果

図1に、DEAとNPAによる効率性の計測値を示す。図1では、全105組合をNPAの効率性下限値の降順で横軸に並べ、下限値の存在しない12組合(NPAの外側限界が計測不能)を右端に置く。図中の二本の折線でNPAによる効率性の上限と下限値を示し、DEAの効率値はプロットで示している。

WACMを満たす組合、つまり $i \in \varepsilon$となる観察値は、NPAによる効率値の上下限とも必ず1となる。効率値1は非効率が存在しないことを意味するが、NPAによる計測では105組合のうち48組合がそうした効率的事業者である。一方、DEAで効率値が1であるのはNPAの半数の24組合である。NPAの効率値上下限が共に1であることとDEAの効率値が1であることの間に定まった関係はないが、DEAで効率的な24組合のうち23はNPAの効率値上下限が1である。例外となる1組合では、NPAによる効率値下限は0.76であった。

図1から明らかなように、DEAの効率値はNPAの下限よりさらに小さくなる傾向がある。効率値の平均は、NPAの上下限がそれぞれ0.92と0.75であるのに対し、DEAは0.63となる。DEAの効率値とNPAの効率値下限を比較すると、共に1である

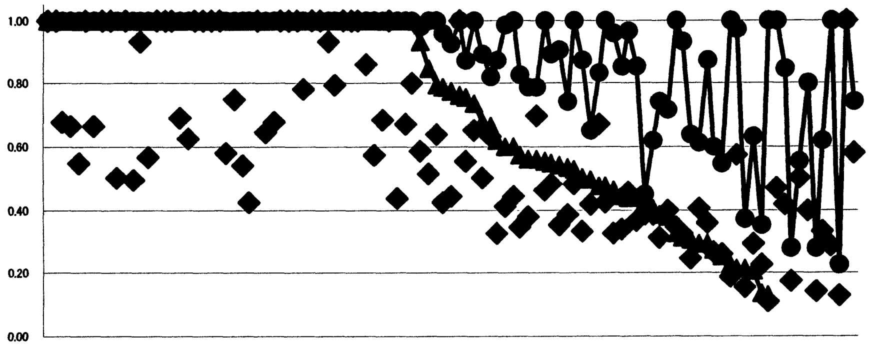

図1　効率性指標　DEA（プロット）とNPA上下限（折線）

23組合を除き、DEAの方がNPA下限より大きいかまたは等しい（つまりDEAがNPAの上下限の間に入る）組合の数は14にとどまる。逆にDEAがNPA下限より小さい組合は68となり、全体の約73%を占めている。

次に各効率性値の間の相関と順位相関を見ると、相関係数，順位相関係数ともDEAとNPAの下限値との間で約0.8と高い。DEAとNPAの上限値の間の相関は必ずしも高くはないが、順位相関係数は0.68あり、両者の間に一定の定性的関係は存在するものと思われる。したがって、定性的な効率性評価に限ればDEAの適用可能性もある程度認めることが可能である。DEAとNPAの関係は、互いに他方の代用になることはなく、可能な限り双方の適用を行いクロスチェックとすることが推奨される。

NPAに関しては、その上下限で設定される区間の幅は、図1からもわかるように組合個別の効率性を評価するに十分なほど高精度ではない。区間幅の平均は全体で0.17であるが、WACMを満たす（上下限が共に1となる）48組合を除けば0.34となる。全体のおよそ3割強の37組合について、区間幅は0.2を越える。少なくともこれらの組合については、NPAによる効率性評価は実用性を持たないであろう。逆に言えば、効率的な48組合以外で、0.2未満の精度で効率値を計測できる組合は9組合にとどまり、0.1未満の精度を得られるのは2組合にすぎない。

6. おわりに

本論文では、包括的な効率性評価のための手法としてDEAとNPAの適用可能性を、一般廃棄物処理事業の実データによって検討した。その結果、1) DEAで非効率がないと判定されればほぼNPAでも効率的と判定されること、2) DEAとNPAの間には一定の相関が認められること、3) DEAが効率性を過小評価する傾向があること、4) 非効率が存在する場合にはNPAの精度は全般に低いこと、が明らかとなった。

これらのことから判断して、DEAやNPAのみによって個別事業者の効率性評価を行うことは、なお問題が多いと言える。しかし、予備的なスクリーニングにこれらの手法を用いることは当面可能であると考えられる。

参考文献

1) 宮良いずみ・福重元嗣　「わが国における消防サービスの効率性評価」『応用地域学研究』No.8 (1), 67-78, 2003.
2) 竹内憲司・碓井健寛　「一般廃棄物処理事業の費用効率性」 環境経済・政策学会2004年大会，広島大学　9月25日，2004.
3) 川本清美・井村秀文・森杉雅史　「一般廃棄物処理行政の効率性評価に関する研究」『土木学会環境システム研究発表会論文集』 第33巻 11-19, 2005.
4) 梅村竜也・小川光 (2006)「都道府県税の滞納の不納欠損」『会計検査研究』第33号，51-70, 2006.
5) Varian, H. R. “The Nonparametric Approach to Production Analysis,” Econometrica 52, 579-597, 1984.
6) Banker R. D., A. Charnes, and W. W. Cooper “Models for the Estimation of Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis,” Management Science 30, 1078-1092,
7) 文献 5)のTheorem12
8) 文献 5)のTheorem1
9) 文献 5)のTheorem13
10) Banker R. D. and A. Maindiratta “Nonparametric Analysis of Technical and Allocative Efficiencies in Production,” Econometrica 56, 1315-1332, 1988. の Lemma
11) 文献 10)のProposition2