

需要変動を考慮したマルチモーダルネットワークにおける確率的配分モデル*

A Study on a SUE-based Multi-modal Traffic Assignment Model under Stochastic Demand*

内田賢悦**・加賀屋誠一***

By Ken'etsu UCHIDA**・Seiichi KAGAYA***

1. はじめに

確率的利用者均衡 (SUE: Stochastic User Equilibrium) 配分では、旅行者が認知する旅行時間 (一般的には不効用) に関する不確実性が表現されている。しかしながら、得られる均衡フローは確定的に決定される。本来、交通需要は日々変動するものであるため、これを確率変数として表現するのが妥当である。さらに、交通計画はこうした変動を考慮した上で立てられるべきであろう。本研究では、筆者らがこれまで開発してきた SUE 型マルチモーダル配分モデルを対象に、確率的交通需要を導入したモデル拡張を行う。ここでは、旅行者が認知する不効用だけでなく、均衡フローも確率変数として表現される。また、この配分モデルを用いた旅行時間の信頼性ネットワークデザイン問題 (RNDP: Reliable Network Design Problem) の定式化を行う。ここでは、ネットワーク変数の変化に対する旅行者の反応を SUE で表現した上で、総旅行時間がある値以下になる確率を最大化する問題として定式化している。

2. 確率的交通需要モデル

本研究では、筆者らが開発したプロビット型マルチモーダル配分モデル²⁾を基本とし、これに Clark and Watling¹⁾による確率的交通需要の概念を採り入れたモデル拡張を行う。以下では、確率的交通需要モデルの説明を行う。

モデル化において重要な 2 つの仮定を以下に示す。

- ある日に実現される OD ペア $od \in \Pi$ (Π : OD ペアの集合) 間の交通需要は、平均が q^{od} の互いに独立なポアソン分布に従う。
- ある日に実現される OD ペア $od \in \Pi$ の交通需要に対して、旅行者は経路 $k \in K_{od}$ (K_{od} : OD ペア od 間の経路集合) を他の経路とは独立的に確率 P_k^{od} で選択する。

上記の 2 つの仮定は、それぞれの $od \in \Pi$ に対して、 k 番目の経路フロー F_k^{od} は、平均 q^{od} 、抽出率 p_k^{od} のポアソン過程によるランダムサンプリングとなることを示している。さらにこのことは、それぞれの $od \in \Pi$ に対して、経路フロー

F_k^{od} ($k \in K_{od}$) は平均 $p_k^{od} q^{od}$ の独立ポアソン確率変数となることを示している。このとき、マルチモーダルネットワーク上のリンク $s \in S$ (S : リンクの集合) 上の (確率変数) フローは、式(1)で表される。

$$V^s = \sum_{od \in \Pi} \sum_{k \in K_{od}} \delta_{sk}^{od} F_k^{od} \quad \forall s \in S \quad (1)$$

また、上述の 2 つの仮定より、リンクフローの平均、共分散はそれぞれ式(2)、式(3)で表される。

$$E(V^s) = \sum_{od \in \Pi} \sum_{k \in K_{od}} \delta_{sk}^{od} p_k^{rs} q^{od} \equiv \mu^s \quad \forall s \in S \quad (2)$$

$$\text{cov}(V^{s_1}, V^{s_2}) = \sum_{od \in \Pi} \sum_{k \in K_{od}} \delta_{s_1 k}^{od} \delta_{s_2 k}^{od} p_k^{rs} q^{od} \quad \forall s_1, s_2 \in S \quad (3)$$

q^{od} ($od \in \Pi$) がある程度大きな値をとる場合、リンクフローは、上記の平均、共分散を有する多変量正規分布 $MVN(\mu, \Sigma)$ によって近似することが可能となる。ここで、 s 番目の要素を μ^s とするベクトルを μ 、さらに s_1 行 s_2 列の要素を $\text{cov}(V^{s_1}, V^{s_2})$ とする行列を Σ と表現している。

3. マルチモーダル交通配分²⁾

(1) ネットワーク

交通ネットワークは、道路ネットワークに公共交通ネットワークを加えたハイパーネットワーク $G(N, S)$ で表現されることになる。ここで、 N, S は、それぞれネットワークを構成するノードとリンクの集合である。このリンク集合 S には、以下の関係が成立する。

$$S = \bigcup_{m \in \{w, a, b, u\}} S_m$$

S_m : 交通モードが m となるリンクの集合 (その要素を s_m で表現する)。

m : 交通モードを示す記号 ($m=w$: 歩行, $m=a$: 自動車, $m=b$: バス, $m=u$: 地下鉄)。

本研究では、図-1 上に示すネットワークを例としてとりあげる。地下鉄路線 (Line1) は、ノード w^1 - D_2 間をダイレクトに結んでいる。バス路線 2 (Line2) は、ノード O_2 - y 間を結び、途中ノード x に停車する。バス路線 3 (Line3) は、ノード O_2 - D_2 間を結び、途中ノード x には停車するが、ノード y には停車しない。バス路線 4 (Line4) は、ノード x - D_2 間を結び、途中ノード y に停車する。このネットワークは、図-1

*キーワード 公共交通需要, 配分交通

**正会員 博(工) 北海道大学大学院工学研究科都市環境工学専攻 (札幌市北区北 13 条西 8 丁目, Tel 011-706-6211, Fax 011-706-6211)

***フェロー 学博 北海道大学公共政策大学院

(札幌市北区北 13 条西 8 丁目, Tel 011-706-6210, Fax 011-706-6211)

下に示すハイパーネットワークとして表現される。ハイパーネットワークにおいて公共交通は、ルートセクション(以下RSとする)によって表現される³⁾。各RSには、いくつかのAttractive Lines (AL)が含まれる。ここでALとは、公共交通を利用してRS上を移動する際、旅行者が選択する路線の集合であり、移動時間の期待値を最小化する路線の集合として定義される。本研究では、ハイパーネットワークにおける全てのリンクは、何らかのALを含んでいると考えることにする。すなわち、マルチモーダルネットワーク上に実在する路線数(地下鉄、バス等)を L とした場合、自動車リンクと歩行リンクは $L + 1$ 番目の仮想路線を含むRSと考え、その運行頻度および乗車定員容量は無限大であると考える。このことにより、全てのRSが運行頻度、乗車定員容量両方を持つ公共交通RSであると仮定できる。以上の仮定より、以下ではRSを単にリンクと呼ぶことにする。

リンク s に関する不効用値は、その交通モードが m の場合、式(4)で示される。

$$d^s(\mathbf{v}) = \pi^m \hat{t}^s(\mathbf{v}) + \rho^m w^s + \tau^m p^s \quad \forall s \in S \quad (4)$$

$\hat{t}^s(\mathbf{v})$: リンク s の認知移動時間。

\mathbf{v} : リンクフローベクトル。

w^s : リンク s の平均待ち時間。

p^s : リンク s における通行料金。

π^m, ρ^m, τ^m : それぞれリンク s の認知移動時間、平均待ち時間および通行料金に関するパラメータ値。

公共交通を利用した場合、車内混雑による不快感から認知される移動時間は、実移動時間よりも長くなると考えられ、ここでは、これを認知移動時間と表現している。経路フローの選択確率は、後述するプロビット型SUEによって計算されるが、その際利用される認知誤差を含んだ確率的不効用と呼び、認知という言葉と区別している。

(2) 歩行リンク

歩行リンク($s \in S_w$)には、待ち時間および通行料金は存在しない。また、歩行リンクでは車内混雑がないため、認

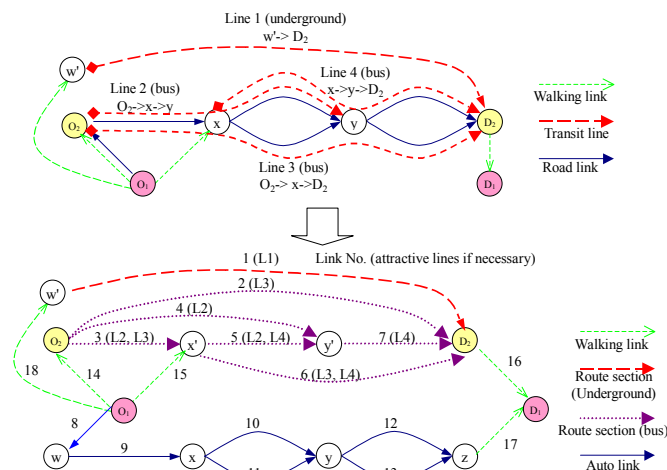


図-1 テストネットワーク

知移動時間(\hat{t}_i^s)は実歩行時間(\bar{t}_i^s)と一致する。

(3) 自動車リンク

歩行リンクと同様に、自動車リンク($s \in S_a$)には待ち時間が存在しなく、認知移動時間は実移動時間と一致する。実移動時間は、BPR型関数を用いて式(5)で表す。

$$\bar{t}_i^s = t^s \left[1 + \beta^s \left\{ \frac{\sum_{l \in \psi(s)} f_l E_b + V_{pcu}^s}{K^s} \right\}^{\gamma^s} \right] \quad (5)$$

$$v_{pcu}^s = \frac{v^s}{O_a} E_a \quad (6)$$

t^s : リンク s の自由移動時間 (min)。

K^s : リンク s の交通容量 (pcu/hr.)。

v^s : リンク s 上の旅行者数 (passengers/hr.)。

$\psi(s)$: リンク s 上を通過するバス路線の集合。

f_l : AL l の運行頻度 (services/hr.)。

O_a : 自動車の平均乗車数 (passengers/auto)。

E_a : 自動車の乗用車換算係数。

E_b : バスの乗用車換算係数。

β^s, γ^s : リンク $s \in S_a$ に関する調整係数。

(4) 公共交通リンク

バス、地下鉄を表現するリンク($s \in S_b \cup S_u$)に関しては、認知移動時間、平均待ち時間および運賃を考える必要がある。平均待ち時間 (min) は式(7)で表される。

$$w^s = 60 / f^s \quad (7)$$

f^s : リンク s を構成するALの運行頻度の合計値 (services/hr.): ($f^s = \sum_{l \in \bar{A}^s} f_l$)。

式(7)は、公共交通の到着分布と旅行者の到着分布がそれぞれ指数分布、一様分布に従うとき、旅行者が経験する平均待ち時間である。

次に認知移動時間を考えていく。ノード $i(s)$ からリンク s に乗車する旅行者数(v_i^s)は、式(8)で表される。

$$v_i^s = \sum_{l \in \bar{A}^s} v_l^s \quad (8)$$

$i(s)$: リンク s の起点ノード。

\bar{A}^s : リンク $s \in S_b \cup S_u$ を構成するALの集合。

v_l^s : ノード $i(s)$ からリンク s 上のAL $l \in \bar{A}^s$ に乗車する旅行者数。

ここで、 v^s と v_l^s には式(9)に示す関係が成立する。

$$v_l^s = (f_l / f^s) v^s \quad (9)$$

リンク s 上のAL l を利用する旅行者と競合する旅行者数は、式(10)で表される。

$$\tilde{v}_i^s = \sum_{r \in S_{i(s)}^{l+}} v_i^r + \sum_{r \in S_{i(s)}^l} v_i^r \quad \forall l \in \bar{A}^s \quad (10)$$

$S_{i(s)}^{l+}$: ノード $i(s)$ を起点とし, AL $l \in \bar{A}^s$ を含む RS の集合であるが, リンク s は含まない.

$S_{i(s)}^l$: AL $l \in \bar{A}^s$ を含み, かつ起点ノードが $i(s)$ よりも手前のノードを始点, ノード $i(s)$ 以降のノードを終点とするリンクの集合.

このとき, リンク s 上の旅行者と競合する旅行者数は, 式(11)で示される.

$$\tilde{v}^s = \sum_{l \in \bar{A}^s} \left(\sum_{r \in S_{i(s)}^{l+}} v_i^r + \sum_{r \in S_{i(s)}^l} v_i^r \right) \quad (11)$$

以上より, リンク s の認知移動時間は, 式(12)で表される.

$$\hat{t}_i^s = \sum_{l \in \bar{A}^s} f_l \hat{t}_i^s / f^s \quad (12)$$

ここで, \hat{t}_i^s はリンク s 上の AL $l \in \bar{A}^s$ 上を移動する旅行者が経験する認知移動時間であり, 式(13)で表される.

$$\hat{t}_i^s = \bar{t}_i^s \left\{ 1 + \beta_1 \left(\frac{v_i^s + \tilde{v}_i^s}{f_l \kappa_l} \right)^{\gamma_1} \right\} \quad (13)$$

式(13)右辺第1項は, リンク s 上の AL $l \in \bar{A}^s$ 上を移動する旅行者が経験する実移動時間であり, 式(14)で表される.

$$\bar{t}_i^s = \sum_{s' \in \theta(s,l)} \bar{t}^{s'} \quad (14)$$

$\theta(s,l)$: リンク s 上の AL $l \in \bar{A}^s$ に包含され, 隣接する2つの乗換ノード間を結ぶ路線 l に関するダイレクトリンク (DL) の集合である. ここで, リンク s 上の AL l を利用する旅行者がその途中で下車できないとき, リンク s は AL l に関して DL であるとする.

κ_l : AL l の乗車定員 (passengers/service).

式(13)右辺第2項は, 車両内の混雑影響を BPR 型関数により表現している. リンク s がバス路線を表す場合, リンク $s' \in \theta(s,l)$ の実移動時間は, 対応する道路リンクの実移動時間を表し, 地下鉄路線を表す場合, 所与の定数となる.

(5) プロビット型 SUE

OD ペア od 間における k 番目の経路において, リンクフローの平均値を用いて計算される不効用 $du_k^{od}(\boldsymbol{\mu})$ は, 式(15)で表される.

$$du_k^{od}(\boldsymbol{\mu}) = \sum_{m \in \{w,a,b,u\}} \alpha^m \zeta_{s,k}^{od,m} + \sum_{s \in S} d^s(\boldsymbol{\mu}) \delta_{s,k}^{od} \quad \forall k, \forall od \quad (15)$$

α^m : 交通モード m に特有の定数.

$\zeta_{s,k}^{od,m}$: OD ペア od 間の k 番目の経路に交通モードが m となるリンク $s \in S$ が1本以上含まれていれば1, そうでなければ0をとる変数.

$\delta_{s,k}^{od}$: OD ペア od 間の k 番目の経路にリンク $s \in S$ が含まれ

ていれば1, そうでなければ0をとる変数.

このとき, 式(2)で用いた経路選択確率は, 式(16)で表現することができる.

$$p_k^{od} = \Pr(DU_k^{od} \leq DU_j^{od} \quad \forall j \neq k) \\ = \Pr(du_k^{od} + \varepsilon_k^{od} \leq du_j^{od} + \varepsilon_j^{od} \quad \forall j \neq k) \quad \forall k, \forall od \quad (16)$$

DU_k^{od} : OD ペア od 間の k 番目の経路に関する確率的不効用.

\mathbf{q} : 経路フローベクトル.

$\Pr(\cdot)$: 括弧内の条件を満たす確率.

$\varepsilon_k^{od} (\forall k, \forall od)$: 多項正規分布に従うランダム項.

4. 総実旅行時間の計算

リンク s 上の AL $l \in \bar{A}^s$ 上の総実移動時間および総待ち時間は, それぞれ式(17), 式(18)で表すことができる.

$$T_l^s \equiv \bar{t}_i^s V_l^s \quad (17)$$

$$W^s \equiv w^s V^s \quad (18)$$

このとき, マルチモーダルネットワーク上の総実旅行時間 (総実移動時間と総待ち時間の和) は, 式(19)で表現される.

$$TTT \equiv \sum_{s \in S} \left(\sum_{\forall l} T_l^s + W^s \right) \\ = \sum_{s \in S} \left(\sum_{\forall l} TT_l^s + W^s \right) \quad (19)$$

ここで TT_l^s は, 実移動時間を表現するリンク毎に集計したリンク総実移動時間であり, 後述することにする. 総実移動時間の平均値, 分散はそれぞれ式(20), 式(21)で表現する.

$$\mu = E[TTT] \\ = \sum_{s \in S} \sum_{\forall l} E[TT_l^s] + \sum_{s \in S} E[W^s] \quad (20)$$

$$\sigma^2 = E[TTT^2] - \mu^2 \quad (21)$$

where

$$E[(TTT)^2] = \sum_{\forall k_1} \left(E[(TTT^{k_1})^2] + 2 \sum_{\forall k_2 > k_1} E[TTT^{k_1} TTT^{k_2}] \right) \\ + 2 \sum_{\forall k} \sum_{s \in S} E[TTT^k W^s] + \sum_{s_1 \in S} \left(E[(W^{s_1})^2] + 2 \sum_{s_2 \in S, s_2 > s_1} E[W^{s_1} W^{s_2}] \right)$$

$$TTT^{(s-1)(L+1)+l} \equiv TT_l^s.$$

以下では, 総実移動時間と総待ち時間の平均値の定式化を行う. $s \in S_a$ の場合, \bar{t}_i^s は式(5)で示した BPR 型関数で表現されるが, これを $m (\geq 1)$ 次のテーラー展開で近似した関数 (式(22)) を考える.

$$\bar{t}_i^s(\hat{v}_i^s) = \begin{cases} \sum_{j=0}^m b_{js} (\hat{v}_i^s)^j & \text{if } l = L+1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

where $\hat{v}_l^s \equiv \sum_{l' \in W(s)} f_{l'} E_b + v_{pcu}^s$.

このとき、 $O_a = E_a$ を仮定すると、総実移動時間の平均は、式(23)で表される。

$$E[TT_l^{s \in S_a}] = \begin{cases} \left(\sum_{s' \in S} \sum_{l'} e_{s's'} a_{s'l'} h_{s'l'} \mu_{l'}^{s'} \right) \sum_{i=0}^m \hat{b}_{is} E[(V_l^s - \mu_l^s)^i] & \text{if } l = L+1 \\ + \sum_{i=0}^m \hat{b}_{is} E[(V_l^s - \mu_l^s)^{i+1}] & \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

where

$$\hat{b}_{0s} = \sum_{j=0}^m b_{js} (\hat{\mu}_l^s)^j, \hat{b}_{is} = \sum_{j=i}^m b_{js} \frac{j!}{i!(j-i)!} (\hat{\mu}_l^s)^{j-i} \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\mu_l^s \equiv E[V_l^s] \text{ and } \hat{\mu}_l^s \equiv E[\hat{V}_l^s]$$

ここで $e_{s's'}$ は、以下に示す値をとる変数である。

i) $s \notin S_b$ の場合：

$$\begin{aligned} e_{s's'} &= 1 & \text{if } s = s' \\ e_{s's'} &= 0 & \text{otherwise} \end{aligned}$$

ii) $s \in S_b$ の場合、リンク s の実移動時間がリンク $s' \in S_a$ 上の旅行者数の影響を受ける場合 1, それ以外に 0 となる変数であり、オリジナルネットワークにおいてバスリンク s が道路リンク s' を共有する場合に 1 をとる。

また $h_{s'l}$ は、以下に示す値をとる変数である。

i) $s \in S_a$ & $l \neq L+1$ の場合：

$h_{s'l} = 1$ オリジナルネットワークにおいて、路線 l がリンク s 上を通過するとき。

$h_{s'l} = 0$ それ以外のとき。

ii) $s \in S_a \cup S_w$ の場合： $h_{s,l(=L+1)} = 1$

特に $s \in S_w$ の場合： $h_{s,l(\neq L+1)} = 0$

iii) $s \in S_b$ の場合： $h_{s,l} = 0 \quad \forall l$

iv) $s \in S_u$ の場合： $h_{s,l} = a_{s,l} \quad \forall l$

$s \in S_b$ の場合、総実移動時間の平均は、式(24)で表される。

$$E[TT_l^{s \in S_b}] = \sum_{s' \in S} \sum_{i=0}^m e_{ss'} h_{s'l} \hat{b}_{is'} E[(V_{L+1}^{s'} - \mu_{L+1}^{s'})^i (V_l^s - \mu_l^s)] \quad (24)$$

$$= 0$$

式(25)は、 $s \in S_u \cup S_w$ の場合の総実移動時間の平均である。

$$E[TT_l^{s \in S_u \cup S_w}] = \bar{t}_l^s \mu_l^s \quad (25)$$

$s \in S_u \cup S_b$ の場合、総待ち時間の平均は式(26)で表される。

$$E[W^{s \in S_u \cup S_b}] = w^s \mu^s \quad (26)$$

総実移動時間に関する共分散の定式化については、紙面の制約から省略する。総実移動時間の共分散が得られると、Clark and Watling¹⁾ による方法を適用することにより、総実旅行時間の確率密度関数を推定することができる。この確率密度関数は、正規分布のそれで近似することができ、この

関数を φ とすると 実総旅行時間がある値 $\alpha_1 (> 0)$ 以下となる確率は、式(27)で表すことができる。

$$\Pr(TTT \leq \alpha_1) = \int_{-\infty}^{\alpha_1} \varphi(x) dx \quad (27)$$

5. 旅行時間信頼性ネットワークデザイン問題

バスや地下鉄の運行頻度を変更すると、第 3 章で示したモデルよりマルチモーダル経路の選択確率が変化する。こうした旅行者の交通行動の変化を内生化し、運行頻度に関する予算制約下で総実旅行時間が α_1 以下となる確率を最大化する問題は、以下に示すように定式化される。

$$\max \Pr(TTT \leq \alpha_1) \quad (28)$$

with respect to: $f_l \quad \forall l$ (29)

subject to: $\sum_{\forall l} F_l f_l \leq \alpha_2$ (30)

$$\mathbf{V} \sim \text{MVN}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (31)$$

(1), (2), (3) and (16).

ここで $F_l \quad \forall l$ は、路線 l の運行頻度を 1 (service) 増やすためにかかる費用であり、 $\alpha_2 (> 0)$ はその予算制約である。また $\text{MVN}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ は、平均値ベクトルが $\boldsymbol{\mu}$ 、共分散行列が $\boldsymbol{\Sigma}$ の多変量正規分布を表す。

6. まとめ

交通需要の確率変動は、交通現象の最も基本的な特性の 1 つであるにも関わらず、これを解析的に表現する試みは少なかった。本研究では、自動車ネットワークを対象とした先行研究を参考に、マルチモーダルネットワークを対象とした確率的交通需要下での交通配分モデルの構築を行った。さらに、信頼性ネットワークデザイン問題の定式化も行った。従来は、交通需要の上限値と下限値を適切な根拠もなく設定し、幅を持たせた交通フローを推計し、交通需要の不確実性を考慮する機会が多かった。しかしながら、その上限値、下限値の根拠が乏しく、交通フローの解釈も困難であった。本研究で提案したモデルは、交通フローを確率変数として表現しているため、本当の意味でのネットワーク信頼性解析が可能にするものといえる。

参考文献

- 1) Clark S. D and Watling D. P.: Modeling network travel time reliability under stochastic demand, Transportation Research B, Vol.39, pp.119-140, 2005.
- 2) 内田賢悦, 加賀屋誠一: 積雪寒冷地における凍結防止剤の最適散布量決定に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.800/IV-69, pp.87-100, 2005.
- 3) Chiriqui C. and Robillard P., Common bus lines. Trans. Sci. 9, 115-121, 1975.