

不確実性を考慮した PPP プロジェクトの契約設計 *

Optimal Contract for Public-Private Partnership Projects under Uncertainty *

織田澤 利守**

by Toshimori OTAZAWA**

1. はじめに

PPP(Public-Private Partnership)とは、公共と民間がパートナーシップを組んで行う公共サービスの調達及びその手法である。昨今、我が国や地方自治体の財政事情が切迫する中、事業の効率化を目的としたPPPによるインフラ整備が行われている。そこでは、事業に関する権利(の一部)が民間事業主体(以下、企業と呼ぶ)へ委譲され、企業が公共主体(以下、政府と呼ぶ)にかわり公共サービスの提供業務を遂行する。しかし、一般に企業と政府の間には利害相反関係が存在し、企業の行う決定が社会的に最適である保証はない。両者間に情報の非対称性が存在する場合、情報優位にある企業がモラルに制約されずに利己的に行動することによって事業の効率性を低下させるというエージェンシー問題¹⁾が発生する。一方、インフラ整備においては、事業を取り巻く社会・経済環境の変化を十分に勘案した上で事業の実施時期を決定する必要がある。不確実性下における投資意思決定を議論するリアル・オプション理論²⁾に基づけば、事業への投資機会をオプションとして捉えることにより事業価値を最大にする投資時期を決定できる。しかし、伝統的なリアル・リアルオプション理論では、単一主体による独占的な投資行動のみを扱っており、エージェンシー問題が存在する状況に対してナイーブに適用することはできない³⁾。

本研究では、PPPプロジェクトとして行われるインフラ整備事業を想定し、需要の不確実性下で政府が企業に提示する契約の設計問題について検討する。企業の生産技術に関して情報の非対称性が存在する下での逆選択モデルを定式化し、情報の非対称性が事業実施時期や社会厚生に与える影響について分析した上で、競争入札の導入がもたらす効果について検討する。

2. 不確実性下における逆選択モデル

(1) 状況設定

政府が社会資本整備事業の実施をある企業に委託する場合を考える。ここでは、企業は1社のみ存在し、企業間の競争はないものとする。企業は、生産技術(費用パラメータ)の異なる2種類のタイプのいずれかであるとし、費用パラメータ θ_1 の企業を効率的タイプ、 $\theta_2 (> \theta_1)$ の企業を非効率的タイプと呼ぶ。ただし、 $\theta_i (i = 1, 2)$ は企業の私的情報であるため、政府がその値を直接的に観測することはできない。政府は、企業がいずれのタイプであるかに関して主観的確率を持っているものとし、効率的タイプの企業が実現することに対する政府の主観的確率を ξ で表す。なお、 ξ は共通知識である。初期時点で事業は実施されていないとする。事業実施以降に発生する公共サービスの需要には不確実性が介在するものとし、 $D(p, X)$ と表す。 p は公共サービスの価格を、 X はある確率変数を表す。タイプ θ_i の企業が事業実施に要する投資費用を $K(\theta_i) = k + \bar{k}\theta_i$ 、毎期のサービス提供に要する限界費用を $C(\theta_i) = c + \bar{c}\theta_i$ と表す。政府は、企業のタイプごとに事業実施タイミング、サービス価格および補助金に関する契約を提示する場合を考えよう。本モデルにおける契約の手続きは以下の通りである。1) 初期時点において企業が自身のタイプ $\theta_i (i = 1, 2)$ を観察。2) 政府がサービス価格 p 、事業投資タイミング τ 、補助金 T に関する契約 $\{(p_1, \tau_1, T_1), (p_2, \tau_2, T_2)\}$ を企業に提示。3) 企業は、タイミング τ_i で事業投資することによって自らのタイプ θ_i を表明する。4) 政府は、契約ルールに従って企業にサービス価格 p_i を指示し、補助金 T_i を支払う。ただし、情報の非対称性下においては、企業は自らのタイプを偽って報告することにより、正直に自分のタイプを報告した場合よりも大きな利得を獲得する可能性がある。そのため、政府は、企業に自らのタイプを正直に報告する誘引をもたらすために超過利潤(情報レント)を支払う必要がある。なお、表

*キーワード：計画基礎論，制度設計，リアルオプション

**正会員 博(工学) 東北大学大学院情報科学研究科
(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06 TEL022-795-7502,
FAX 022-795-7500)

明原理1)によれば、政府が自由に契約を設計、提示できるのであれば、社会厚生を最大化する契約メカニズムは、正直に自分のタイプを申告することが企業の最適戦略となっている直接表明メカニズムの中に必ず見つかることが示されている。よって、以下では、一般性を失わずに、政府が という形式の契約を提示するケースに限定して分析を進める。ここでは、再交渉や契約不履行の可能性は排除する。

(2) モデルの定式化

事業実施後の任意の時点 t における需要関数を $D(p, X(t)) = (a - b \cdot p)X(t)$ と仮定する。また、シフト変数 $X(t)$ は次の幾何ブラウン運動に従うと仮定する：

$$dX = \mu X dt + \sigma X dz \quad (1)$$

いま、タイプ θ_i ($i = 1, 2$) の企業が自らのタイプを θ_j ($i = 1, 2$) と報告したときに、事業実施時点 τ_j から将来にわたって獲得する総利潤の時点 τ_j における現在価値は、 $\Pi(p_j, X(\tau_j); \theta_i) - K(\theta_i) + T_j$ と表される。ただし、

$$\begin{aligned} & \Pi(p_j, X(\tau_j); \theta_i) \\ &= E \left[\int_{\tau_j}^{\infty} \{ (p_j - C(\theta_i))(b - ap_j) \} \cdot X(t) e^{-\rho(t-\tau_j)} dt \right] \\ &= \pi(p_j; \theta_i) X(\tau_j) \end{aligned}$$

$$\pi(p_j; \theta_i) \equiv (p_j - C(\theta_i))(b - ap_j) / (\rho - \mu)$$

である。記号 $E[\cdot]$ は確率過程(1)に関する条件付き期待値操作を表す。一方、時点 τ_j における純消費者余剰の現在価値は $\Phi(p_j, X(\tau_j)) - T_j$ と表される。ただし、

$$\begin{aligned} & \Phi(p_j, X(\tau_j)) \\ &= E \left[\int_{\tau_j}^{\infty} \left\{ \int_{p_j}^{\infty} (b - ap_j) \cdot X(t) dp \right\} e^{-\rho(t-\tau_j)} dt \right] \\ &= \phi(p_j) X(\tau_j) \end{aligned}$$

$$\phi(p_j) \equiv (b - ap_j)^2 / \{2b(\rho - \mu)\}$$

である。ここで、社会厚生を消費者余剰と企業利潤の加重和として定義し、時点 τ_j における総社会厚生をの現在価値を次式のように表す。

$$\{ \Phi(p_j, X(\tau_j)) - T_j \} + \alpha \{ \Pi(p_j, X(\tau_j); \theta_i) - K(\theta_i) + T_j \}$$

なお、 α ($0 < \alpha < 1$) は企業総利潤に対するウェイトを表す。

(3) 対称情報ケース

ベンチマークとして政府と企業の間において情報が対称的であるケースを考える。このとき、政府は企業のタイプを確定的に知ることができるため、政府は企業のタイプ毎に総社会余剰を最大とする契約を設計する。いま、初期時点において、政府の期待総社会厚生をの最大化問題(P0)は、

以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned} W^*(\hat{X}) = & \max_{\tau_i, p_i, T_{ii=1,2}} E \left[\xi \left\{ \Phi(p_1, X(\tau_1)) + \alpha \Pi(p_1, X(\tau_1); \theta_1) \right. \right. \\ & \left. \left. - \alpha K(\theta_1) - (1 - \alpha) T_1 \right\} + (1 - \xi) \left\{ \Phi(p_2, X(\tau_2)) \right. \right. \\ & \left. \left. + \alpha \Pi(p_2, X(\tau_2); \theta_2) - \alpha K(\theta_2) - (1 - \alpha) T_2 \right\} \right]_{X(0)=\hat{X}} \quad (2) \end{aligned}$$

subject to

$$E \left[\Pi(p_i, X(\tau_i); \theta_i) - K(\theta_i) + T_i \right]_{X(0)=\hat{X}} \geq 0 \quad (3)$$

式(3)は、参加制約式であり、各タイプの企業にはゼロ以上の利潤が確保される。リアル・オプション理論に基づけば、事業の最適実施タイミング決定問題は、状態変数 X に関して事業を実施することが最適となる領域を求める問題へと帰着する。このとき、最適実施タイミング τ は事業実施領域への初到達時間として定義される。そのため、政府の提示すべき契約を状態依存的な契約ルール $\{(p_1, X_1, T_1), (p_2, X_2, T_2)\}$ と書き換える必要がある。最大化問題(P0)を解くと、企業のタイプ毎に次のような最善契約を得る。対称情報下での最善契約は、以下のような性質を満たす。

$$i) \quad p_i^* = C(\theta_i) = c + \bar{c}\theta_i \quad (4)$$

$$ii) \quad X_i^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \frac{2b(\rho - \mu)}{(a - bC(\theta_i))^2} K(\theta_i) \quad (5)$$

$$iii) \quad T_i^* = K(\theta_i) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} iv) \quad W^*(\hat{X}) = & \xi \left(\frac{\hat{X}}{X_1^*} \right)^\beta \{ \phi(p_1^*) X_1^* - K(\theta_1) \} \\ & + (1 - \xi) \left(\frac{\hat{X}}{X_2^*} \right)^\beta \{ \phi(p_2^*) X_2^* - K(\theta_2) \} \quad (7) \end{aligned}$$

ただし、 $\beta \equiv f + \sqrt{f^2 + (2\rho/\sigma^2)}$, $f \equiv 1/2 - (\mu/\sigma^2)$ である。式より、対称情報下での最善契約においては、サービス価格が限界費用に等しく設定した上で、投資費用を政府が補助金として支払うことがわかる。なお、企業が利潤ゼロであるため事業からもたらされる余剰すべてが消費者に帰着することとなる。

(4) 非対称情報ケース

企業の費用パラメータに関して情報の非対称性がある場合を考える。このとき政府による期待総社会厚生をの最大化問題(P1)は、次のように定式化できる。

$$\begin{aligned} W^*(\hat{X}) = & \max_{X_i, p_i, T_{ii=1,2}} \left[\xi \Gamma(\hat{X} | p_1, X_1, T_1; \theta_1) \right. \\ & \left. + (1 - \xi) \Gamma(\hat{X} | p_2, X_2, T_2; \theta_2) \right] \quad (8) \end{aligned}$$

subject to

$$V(\hat{X} | p_1, X_1, T_1; \theta_1) \geq V(\hat{X} | p_2, X_2, T_2; \theta_1) \quad (9)$$

$$V(\hat{X} | p_2, X_2, T_2; \theta_2) \geq V(\hat{X} | p_1, X_1, T_1; \theta_2) \quad (10)$$

$$V(\hat{X} | p_1, X_1, T_1; \theta_1) \geq 0 \quad (11)$$

$$V(\hat{X} | p_2, X_2, T_2; \theta_2) \geq 0 \quad (12)$$

ただし、

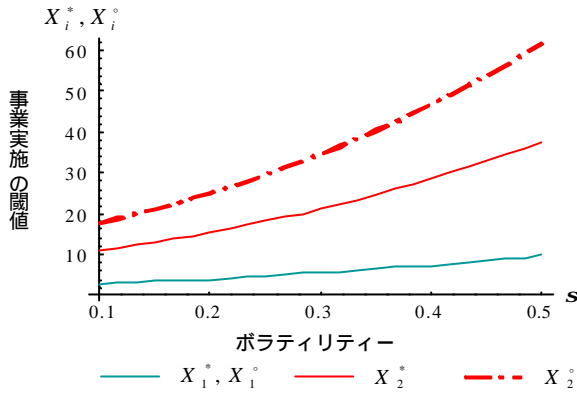


図 - 1 不確実性と事業実施 タイミング

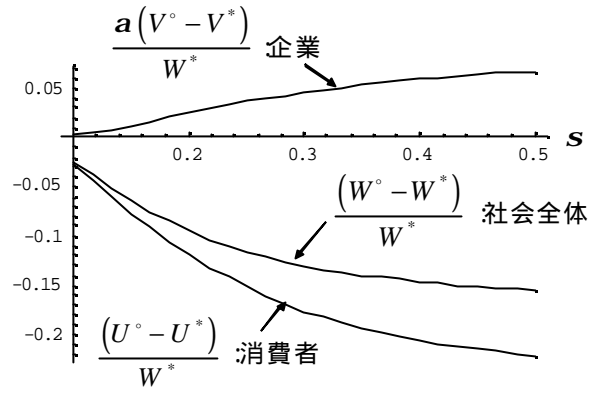


図 - 2 不確実性と厚生損失およびその帰着

$$\Gamma(\hat{X}|p_j, X_j, T_j; \theta_i) = \left(\frac{\hat{X}}{X_j}\right)^\beta \left\{ \Phi(p_j, X_j) + \alpha \Pi(p_j, X_j; \theta_i) - \alpha K(\theta_i) - (1 - \alpha) T_j \right\}$$

$$V(\hat{X}|p_j, X_j, T_j; \theta_i) = \left(\frac{\hat{X}}{X_j}\right)^\beta \left\{ \Pi(p_j, X_j; \theta_i) - K(\theta_i) + T_j \right\}$$

を満たす．式(9),(10)は各タイプの企業にとって自分のタイプを偽って報告するインセンティブが存在しないための条件であり，誘因両立制約(IC)と呼ばれる．制約式(11),(12)は参加制約である．問題(P1)を解くと，以下のような性質を満たす非対称情報下での次善契約を得る．

効率的タイプ ($\{X_1^\circ, p_1^\circ, T_1^\circ\}$)

$$i) p_1^\circ = p_1^* \quad (13)$$

$$ii) X_1^\circ = X_1^* \quad (14)$$

$$iii) T_1^\circ = K(\theta_1) + V(X_1^\circ|p_1^\circ, X_1^\circ; \theta_1) \quad (15)$$

$$iv) V_1^\circ(\hat{X}) = \left(\frac{\hat{X}}{X_2^\circ}\right)^\beta \left\{ \frac{(a - bp_2^\circ)\bar{c}}{\rho - \mu} X_2^\circ + \bar{k} \right\} (\theta_2 - \theta_1)$$

非効率的タイプ ($\{X_2^\circ, p_2^\circ, T_2^\circ\}$)

$$v) p_2^\circ = C(\theta_2 + \delta) > p_2^* \quad (16)$$

$$vi) X_2^\circ = \frac{\beta}{\beta - 1} \frac{2b(\rho - \mu)}{(a - bp_2^\circ)^2} K(\theta_2 + \delta) > X_2^* \quad (17)$$

$$vii) T_2^\circ = K(\theta_2) - \Pi(p_2^\circ, X_2^\circ; \theta_2) \quad (18)$$

$$viii) V_2^\circ(\hat{X}) = 0 \quad (19)$$

ただし， $\delta \equiv \frac{\xi}{1-\xi}(1-\alpha)(\theta_2 - \theta_1)$ である．上記の次善契約より，非対称情報下において，効率的な企業に提示する契約では，事業実施タイミングと価格は対称情報下の最善契約と同じ水準となる．しかし，補助金は最善契約での投資費用に加えて，効率的な企業が正直に申告する誘因が発生するように情報レント分だけ多くが支払われる．なお，その際に費用パラメータの差（効率性の差）が大きいほど情報レントは増大する．一方，非効率的な企業の場合，効率的な企業へ支払う情報レントを低く抑えるために，非対称情報下における事業実施タイミングを遅らせ，価格を高く設定する必要がある．企業間の効率

性の差が大きいほどこの傾向は強くなる．補助金は最善契約よりも少なくなり，企業の利潤はゼロに抑えられる．

(5) 最適契約の性質と社会厚生に関する考察

数値計算事例を通じて，最適契約の性質と社会厚生に関する考察を行う．図-1は，不確実性と事業実施タイミングの関係を表す．事業実施タイミングに関しては，不確実性（ボラティリティ）の増加に伴い，いずれのタイプの企業に対しても事業実施の閾値が増大する．特に，非対称性情報下における非効率的な企業に対する閾値 X_2° の増大が著しく，効率的な企業の情報レントを低減させる働きをしている．図-2は，不確実性と厚生損失の関係及びその帰着を表す．厚生損失は，消費者によって負担され，企業は情報レントによって超過利潤を得ることがわかる．不確実性の増加に伴って，消費者にとっての厚生損失の社会厚生に対する割合 $(U^\circ - U^*)/W^*$ が増加し，企業利潤（増分）も増加する．なお， U^* は対称情報下における消費者余剰を表し， $U^\circ = W^\circ - V^\circ$ は非対称情報下における消費者余剰を表す．

3. 競争入札モデル

これまでの分析では，企業が1社だけの独占的地位を想定してきた．以下では，企業間の競争を考慮した競争入札モデルへと拡張する．政府は2社の企業（企業A，B）から1社を選択して，選択された企業は契約の内容に従って事業を開始する．政府は，各企業がいずれのタイプであるかに関して主観的確率を持っているものとし，効率的タイプの企業が実現することに対する政府の主観的確率を ξ で表す．また，主観的確率 ξ は各企業について独立と仮定する．契約の手続きは次の通りである．まず，各企業が自らのタイプを観測する．その後，政府は企業の選択ルールと

契約 $\{(p_{ij}^A, X_{ij}^A, T_{ij}^A), (p_{ij}^B, X_{ij}^B, T_{ij}^B)\}_{i,j=1,2}$ を提示する。ここで、 $(p_{ij}^n, X_{ij}^n, T_{ij}^n)$ は企業 A がタイプ θ_i 、企業 B が θ_j であると報告し、企業 n が選抜されたときに指定される価格、事業投資タイミング及び補助金額である。選抜された企業は上記のメニューの下で事業を開始し、選抜されなかった企業は利得 0 となる。ここで、企業の報告したタイプが (θ_i, θ_j) のときに企業 n ($= 1, 2$) が選ばれる確率を s_{ij}^n とする。政府は必ずどちらかの企業と契約するので任意の i, j に対して $s_{ij}^1 \geq 0$, $s_{ij}^2 \geq 0$ かつ $s_{ij}^1 + s_{ij}^2 = 1$ が成立する。企業の選抜方法を簡単のため以下のように定める。

$$s_{11}^n = s_{22}^n = \frac{1}{2} \quad (n = 1, 2), \quad s_{12}^1 = s_{21}^1 = 1, \quad s_{21}^2 = s_{12}^2 = 0$$

以上の設定の下で社会厚生最大化問題 (P2) は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} & \max_{X_{ij}^n, p_{ij}^n, T_{ij}^n (i, j=1, 2, n=A, B)} \\ & \left[\frac{\xi^2}{2} \left\{ \Gamma(\hat{X}|p_{11}^A, X_{11}^A, T_{11}^A; \theta_1^A) + \Gamma(\hat{X}|p_{11}^B, X_{11}^B, T_{11}^B; \theta_1^B) \right\} \right. \\ & + \xi(1-\xi) \left\{ \Gamma(\hat{X}|p_{12}^A, X_{12}^A, T_{12}^A; \theta_1^A) + \Gamma(\hat{X}|p_{21}^B, X_{21}^B, T_{21}^B; \theta_1^B) \right\} \\ & \left. + \frac{(1-\xi)^2}{2} \left\{ \Gamma(\hat{X}|p_{22}^A, X_{22}^A, T_{22}^A; \theta_2^A) + \Gamma(\hat{X}|p_{22}^B, X_{22}^B, T_{22}^B; \theta_2^B) \right\} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

subject to

$$\begin{aligned} & \frac{\xi}{2} V(\hat{X}|p_{11}^A, X_{11}^A; \theta_1^A) + (1-\xi) V(\hat{X}|p_{12}^A, X_{12}^A; \theta_1^A) \\ & \geq \frac{1-\xi}{2} V(\hat{X}|p_{22}^A, X_{22}^A; \theta_1^A) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1-\xi}{2} V(\hat{X}|p_{22}^A, X_{22}^A; \theta_2^A) \\ & \geq \frac{\xi}{2} V(\hat{X}|p_{11}^A, X_{11}^A; \theta_2^A) + (1-\xi) V(\hat{X}|p_{12}^A, X_{12}^A; \theta_2^A) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\xi}{2} V(\hat{X}|p_{11}^B, X_{11}^B; \theta_1^B) + (1-\xi) V(\hat{X}|p_{21}^B, X_{21}^B; \theta_1^B) \\ & \geq \frac{1-\xi}{2} V(\hat{X}|p_{22}^B, X_{22}^B; \theta_1^B) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1-\xi}{2} V(\hat{X}|p_{22}^B, X_{22}^B; \theta_2^B) \\ & \geq \frac{\xi}{2} V(\hat{X}|p_{11}^B, X_{11}^B; \theta_2^B) + (1-\xi) V(\hat{X}|p_{21}^B, X_{21}^B; \theta_2^B) \end{aligned} \quad (24)$$

$$V(\hat{X}|p_{1j}^A, X_{1j}^A; \theta_1^A) \geq 0 \quad (j = 1, 2) \quad (25)$$

$$V(\hat{X}|p_{22}^A, X_{22}^A; \theta_2^A) \geq 0 \quad (26)$$

$$V(\hat{X}|p_{i1}^B, X_{i1}^B; \theta_1^B) \geq 0 \quad (i = 1, 2) \quad (27)$$

$$V(\hat{X}|p_{22}^B, X_{22}^B; \theta_2^B) \geq 0 \quad (28)$$

式(21)は、企業 A のタイプが θ_1 のときの誘因両立制約である。左辺は企業 A が自身のタイプを正直に報告した場合に得られる期待利潤である。企業 B が正直に報告することを所与として、もしも企業 A が正直に報告したならば、確率 ξ で企業 B はタイプ θ_1 で、そのとき企業 A は確率 $1/2$ で選抜され、利潤を手にする。逆に、確率 $1-\xi$ で企業 B がタイプ θ_2 の場合、企業 A は自身のタイプを正直に報告することによって確実に選抜されて、利潤を手にする。

一方、右辺は企業 A が自身のタイプを偽って報告した場合の期待利潤である。この場合、企業 B がタイプ θ_1 の場合、企業 A は選抜されないのので利潤ゼロである。企業 B がタイプ θ_2 の場合、企業 A は確率 $1/2$ で選抜されて、利潤を手にする。式(22)は、企業 A のタイプが θ_2 のときの誘因両立制約である。同様に、式(23)(24)は、企業 B に関する誘因両立制約である。また、式(25),(26)は、企業 A の参加条件、式(27),(28)は、企業 B の参加条件である。ここで、目的関数がそれぞれの企業に対する契約について加法分離型になっているので、各企業ごとの契約について分析することができる。分析の結果、2社間での競争が存在する場合であっても、事業投資タイミング、価格及び補助金の水準は、独占的な企業 1 社の場合のそれと同じ水準になることがわかった。ただし、効率的なタイプの企業 n が落札に成功した際に得る情報レントは、 $\frac{1}{2}(1-\xi) \left(\frac{\hat{X}}{X_{22}^n} \right) \left\{ \frac{(a-bp_{22}^n)\bar{c}}{\rho-\mu} X_{22}^n + \bar{k} \right\} (\theta_2 - \theta_1)$ (29) と表され、独占的企業の場合の情報レントよりも低くなることわかる。このことから競争入札の導入には企業への情報のレント削減効果があることがわかる。

4. おわりに

本研究では、PPP によるインフラ整備事業において不確実性および情報の非対称性が存在する下での契約設計問題について検討した。企業 1 社の場合の非対称情報下における次善契約においては、効率的な企業の情報レントを低く抑えるために非効率的な企業の投資タイミングを遅らせ、価格を高く設定することがわかった。なお、契約締結の事後において政府が企業の行動を認識できないために生じる情報の非対称性が存在する場合も同様に重大な問題である。不確実性下におけるモラル・ハザード問題に関する分析は今後に残された課題である。

参考文献

- 1) 伊藤秀史: 契約の経済理論, 有斐閣, 2003.
- 2) Dixit, A. K. and Pindyck, R.S.: *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.
- 3) Grenadier, S. R. and Wang, N.: Investment Timing, Agency, and Information, *Journal of Finance*, *Journal of Financial Economics*, Vol.75-3, pp.493-533, 2005.