

グローバル企業の参入・撤退に伴う地域経済リスクのマネジメント： 金融オプションを活用したヘッジ戦略の分析*

Managing Regional Economic Risks due to the Entry and Exit of Global Firms:
A Study on Hedging Strategies with Financial Options*

高橋啓**・赤松隆***

By Kei TAKAHASHI** and Takashi AKAMATSU***

1. はじめに

グローバル経済の進展にともない地方都市はかつて経験したことのないリスクに直面している。なかでも、大規模小売店舗、大規模工場などの地方都市からの撤退は、そのような経済リスクの1つである。このような施設を立地させている企業は世界的規模で利潤を追求するグローバル企業と呼ばれる企業である。グローバル企業は、生産要素市場や為替の変動などのグローバル・リスクに影響を受け、施設の立地・撤退の意思決定を行っていると考えられる。グローバル企業の立地・撤退という離散的な行動により、地方都市には直接影響を及ぼさないグローバルリスクが増幅して伝わり、地方都市の都市厚生に多大な影響を及ぼしていると考えられる。

このような地方都市がこらむリスクを理論的に扱った研究として赤松ら¹⁾の研究が挙げられる。しかしこの研究のモデルでは、都市側がリスクをヘッジする手段は地代のみであり、他のリスク・ヘッジ手法は考えられていない。企業の参入・撤退行動の元凶であるグローバルリスクは金融・資本市場で取引されている資産となんらかの相関がある。従って、ヘッジ手法として赤松らにおける地代設定とともに、金融・資本市場で取引される資産を用いたリスク・ヘッジ手法が考えられるはずである。

そこで本研究では、金融資本市場を活用し、企業の撤退リスクをヘッジする手法の提案を行う。赤松らと同様にグローバル企業と地主をプレーヤーとした完備動学オプションゲームの枠組みを用いる。具体的には、地方都市側のグローバル企業撤退によるリスクをヘッジするために地主が金融オプションを購入するものとする。グローバル企業は参入・撤退オプションを保有し、地主の行動を考え期待利潤が最大になるように参入・撤退オプションを行使する。一方地主は、企業の行動を考え自己の期待効用が高くなるように地代を

*キーワード：金融オプション，リアルオプション，グローバルリスク

**正員，情報科学修士，株式会社企画開発 社会経済部
(東京都渋谷区恵比寿西2丁目3-3，
TEL03-5458-1811，FAX03-5456-7341)

***正員，工博，東北大学大学院情報科学研究科
(宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉06，
TEL022-795-7503，FAX022-795-7505)

設定し、金融オプションの購入量を決定する。

2. 本研究の枠組みと定式化

(1) 状況設定

いま、ある地方都市にグローバル企業が参入を計画している。グローバル企業は、参入・撤退は各一度のみ可能であるとする。参入予定地は地主が所有しているため、グローバル企業は参入した後は地主に地代を支払わなくてはならない。グローバル企業は参入するまでは一定の利潤を得ているものとし、参入後は毎期グローバルリスクの値に応じた収入を得、地代を支払う。また、参入・撤退の際には固定費用が必要であるとする。このような状況下で、グローバル企業は、無限満期における期待利潤を最大とするように参入・撤退タイミングを決定する。

一方、地主は時々刻々得られる収入により消費を行い、効用を得る。グローバル企業が参入するまでは、一定の地代収入を得ているが、参入後はグローバル企業からの地代を得るようになる。また、企業に撤退されるリスクをヘッジするために、企業撤退後に支払いを受ける金融オプションを購入する。撤退後は一定の地代収入と金融オプションのペイオフを得る。地主はこのような条件下で無限満期における期待効用を最大化するように、金融オプション購入数と地代を決定する。ただし、地主が地代を決定するのは企業参入時であり、以後変更はできないものとする。

(2) 定式化

a) グローバル企業の行動

まず、グローバル企業の行動を説明する。グローバル企業は、参入前は A^b 、撤退後は A^a そして参入中は確定的利潤にグローバル・リスクを掛け合わせた、 $A^i = (PD - R)X$ を時々刻々利潤として得る。ここで PD は確定的収入であり、 R は参入中に地主に支払う地代である。また、グローバル・リスク X は以下の幾何ブラウン運動に従う。

$$dX = \mu X dt + \sigma X dz \quad (1)$$

ここで μ はドリフト、 σ はボラティリティ、 dz はウィナー過程の独立増分である。いま参入時刻を T_N 、撤退時刻を T_X とすると、企業の期待利潤は以下のように表される。

$$J^G \equiv E_0 \left[\int_0^{T_N} A^b e^{-ru} du + \int_{T_N}^{T_X} A^i e^{-ru} du + \int_{T_X}^{\infty} A^a e^{-ru} du - I e^{-rT_N} - E e^{-rT_X} \right] \quad (2)$$

ここで r は、割引率であり、安全利子率と等しいとする。また、 I は参入固定費用、 E は撤退固定費用をあらわす。

以上よりグローバル企業の行動は、

$$\max_{T_N, T_X} J^G, s.t.(1) \quad (3)$$

となる。このようなタイミングを求める問題は、リアルオプション理論（例えば Dixit & Pindyck²⁾）より、最適参入・撤退時刻に対応した、最適参入閾値 X_N 、最適撤退閾値 X_X を求める問題となる。

b) 地主の行動

地主は、グローバル企業参入前は B^b 、撤退後は B^a 、そして、参入中は自らがつける R という地代収入を時々刻々得る。また撤退後はそれに加え、金融オプションのペイオフを時々刻々得る。地主はこれらのキャッシュフローを消費に回し、効用を得る。このフローの効用関数を $U(\cdot)$ としよう。

地主は、グローバル企業が撤退することによる地代収入から得られる効用の減少を企業参入以後の時刻 T_0 において m 単位の金融オプションを購入することでヘッジしようとする。つまり、一単位の土地と、 m 単位の金融オプションでポートフォリオを構築する。ここで、地主がヘッジに用いる金融オプションは、企業撤退後毎時 1 のフローのペイオフを受け取るというオプションであり、時刻 t でのこのオプション価格を $\Xi(t)$ としよう。ただし、オプション購入支払いは購入時刻以後、無限満期で均等に行うものとする。つまり単位時間あたり $rm\Xi(T_0)$ の支払いをすることになる。

以上より地主の期待効用は、キャッシュフローを効用換算し、

$$J^L \equiv E_0 \left[\int_0^{T_0} F_{0,0}^i e^{-ru} du + \int_{T_0}^{T_N} F_{N,0}^i e^{-ru} du + \int_{T_0}^{T_X} F_{0,X}^i e^{-ru} du + \int_{T_X}^{\infty} F_{X,\infty}^i e^{-ru} du \right] \quad (4)$$

とあらわすことができる。ここで各期間の効用は、 $F_{0,N} \equiv U(B^b)$ 、 $F_{N,0}^i \equiv U(R)$ 、 $F_{0,X}^i \equiv U(R - rm\Xi(T_0))$ 、 $F_{X,\infty} \equiv U(B^a - rm\Xi(T_N) + m)$ である。従って、地主の行動は、

$$\max_{R, m, T_0} J^L, s.t. R \geq 0 \text{ and } (1) \quad (5)$$

となる。

(3) ゲームの均衡状態の定義

本研究では、完備完全情報の動学ゲームの枠組みで参入・撤退ゲームをモデル化する。また、地主はグローバル企業の行動を先読みできるものとする。この仮定により、参入・撤退ゲームは、地主を先手、グローバル企業を後手とした手番のゲームとなる。この完備動学ゲームにおける均衡は、サブゲーム完全な均衡により定義される。

本研究における参入・撤退ゲームは、1)地主が地代、オプション購入数、及びオプション購入時刻を決定する、2)地主の地代を見てグローバル企業が参入・撤退タイミングを決定する、という 2 つのサブゲームから成る。いま地主の最適地代、最適オプション購入数及び最適オプション購入時刻を R^*, m^*, T_0^* 、グローバル企業の最適参入、および撤退タイミングをそれぞれ T_N^*, T_X^* と置くと、サブゲーム完全な均衡は $[(R^*, m^*, T_0^*), (T_N^*(R), T_X^*(R))]$ とあらわすことができる。

3. オプションゲームの解析

サブゲーム完全な均衡解を求めるためには、逆向き推論により、まず地代 R の関数として企業の問題を解き、それを所与として地主の問題を解けばよい。最初にヘッジに用いる金融オプションの市場価格を求め、その後に均衡解を得るために企業の問題、地主の問題を順番に解く。

(1) 金融オプションの市場価格

ヘッジに用いる金融オプションは、グローバル・リスク X を原資産とし、グローバル企業参入後、企業の行動より求められる撤退閾値 X_X に到達後ペイオフを得るというオプションである。このオプションは行使期限が無限満期であるため、時間の関数にはならず、状態変数 X の関数としてあらわされる。

このオプション価格 $\Xi(X)$ は、無裁定条件を満たす必要がある。これは以下の常微分方程式を満たすことと等価である。ただし、 $\hat{\mu}$ はリスク中立測度の下でのドリフトである。

$$r\Xi(X) = \hat{\mu}X \frac{d\Xi}{dX} + \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 \frac{d^2\Xi}{dX^2} \quad (6)$$

境界条件 $\Xi(X_X) = 1/r$ 、 $\Xi(\infty) \rightarrow 0$ のもとでこの常微分方程式を解けば、以下のオプション価格を解として得る。

$$\Xi(X) = 1/(X/X_X)^{\hat{\beta}_+} \quad (7)$$

ただし $\hat{\beta}_\pm = 1/2 - \hat{\mu}/\sigma^2 \pm \sqrt{(1/2 - \hat{\mu}/\sigma^2)^2 + 2r/\sigma^2}$ である。

(2) 企業のサブゲームの解析

グローバル企業の行動は式(3)であらわすことができる。ただし、グローバル企業は、参入し初めて撤退オプションを手に入れることができる。解析は赤松らと全く同様である。この問題を解くにはまず、参入オプションを行使済みの状態で最適撤退タイミングを求

める問題を解き、最適撤退閾値 X_X を地代 R の関数として求める。次にこの最適撤退閾値を所与とし、最適参入閾値を同様に地代 R の関数として求める。

(3) 地主のサブゲームの解析

地主の行動を具体的に解析するために、効用関数を以下の CRRA 型効用関数とする。

$$U(x) \equiv x^\gamma / \gamma \quad (8)$$

ここで、 γ はリスク回避度をあらわし、 $0 < \gamma < 1$ のパラメータである。

地主の期待効用は、企業の行動と同様に参入前と撤退後の二段階に分け、それぞれ R, m, T_0 の関数として求められる。まず、最適地代 R^* は地主の期待効用の地代 R についての最適性条件より求まる。次に最適オプション購入数 m^* は、地代と同様に最適性条件より以下のように求まる。

$$m^*(R) = R - B^a \quad (9)$$

注目すべきことに、式(9)は最適金融オプション購入数 m^* が地主のリスク回避度に拠らないことを示している。最後に式(9)を期待効用の式に代入すると、 X_0 の最適性条件より、 $X_0^* = X_N$ 即ち、最適金融オプション購入時刻は企業参入時であることも示される。

式(9)で求めたように、地主の最適戦略は、企業参入時に自らがつける参入中の地代 R と撤退後の地代 B^a の差を埋めるようにオプションを購入するという戦略である。実は、この効用最大化行動の結果である最適オプション購入数 m^* は完全ヘッジを行った場合の結果と一致する。ただし、ここで言う完全ヘッジとは一単位の土地と m_p 単位のオプションでポートフォリオを構築し、両者を用い完全にポートフォリオ価値の変動を打ち消すことをいう。土地とオプションのポートフォリオを企業参入中のある時刻 t での土地の価値を V_L 、オプション一単位の価値を V_O とする。ここで、このポートフォリオの価値の変動が全くない、すなわち $\partial V_L / \partial X + m_p \partial V_O / \partial X = 0$ を満たす m_p を求めると、

$$m_p = R - B^a = m^* \quad (10)$$

が導かれる。つまり、時々刻々のポートフォリオ構成を変化させなくとも、オプションと土地で完全ヘッジが達成されている。

4. 厚生面から見たリスク・ヘッジ戦略の比較

本章では、地主の3つの戦略を比較する：()オプションを用いた場合、()オプションを用いない場合、()撤退規制(参入中の地代を撤退後も永遠に支払う場合)。まず、どの戦略が地主にとって最も期待効用が高いのか示す。次に、企業にとって最も期待利潤が高い戦略についても考える。

最適戦略は、ボラティリティ σ 、グローバルリスク初期値 $X(0)$ により大きく異なることが数値実験よりわかっている。そこで $\sigma - X(0)$ 平面上で最適な戦略を示す。それぞれ企業撤退後の地代収入が小さい場合、

($B^a = 10$)、大きい場合($B^a = 20$)を考える。

(1) 地主にとっての最適戦略

地主が選べる戦略は、()、()、()の3つである。ただし、地主にとって()が()より良い戦略であることは $m^* \neq 0$ より自明であるため、()、()の比較のみ行う。

図-1 に、 $\sigma - X(0)$ 平面上での地主にとっての最適戦略を示す。図-1 に示すように、撤退後の地代収入が小さい場合には地主にとっての最適戦略は常に()であることがわかる。一方、撤退後の地代収入が大きい場合には()の領域が現れる。この撤退後の収入の大小による最適戦略の変化は以下のメカニズムで生起していると考えられる。

撤退規制では規制により企業の参入確率が下がりその分 シャドーコスト がかかる。この撤退規制にかかる費用とオプションを購入する費用との大小関係により、最適な戦略は決定されると考えられる。

まず、撤退規制を行った場合の シャドーコスト について説明する。この シャドーコスト は、撤退規制を行うことによる企業の参入確率の減少によりもたらされる地代収入の減少である。撤退規制では、撤退後の地代は無関係であり、その値が変化しても シャドーコスト は一定である。

一方オプション購入費用はオプション購入数に当然比例する。つまり、式(9)で示されるオプション購入数は撤退後の地代収入が大きい場合にはオプション購入数が少なくなり、オプション購入費用が少なくて済む。以上より、撤退後の地代収入が大きいほど戦略()に比べ戦略()は相対的に費用がかからなくなり、有利になることがわかる。

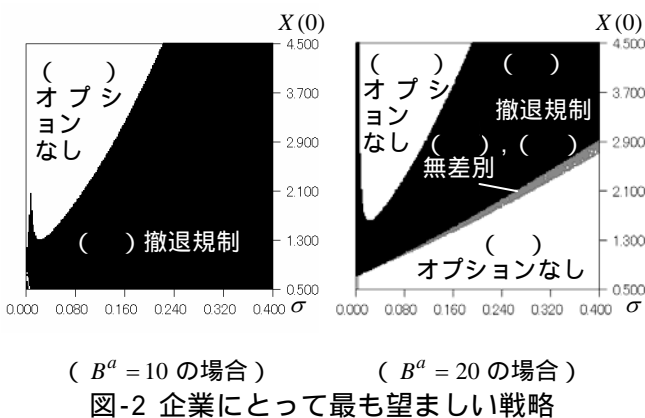
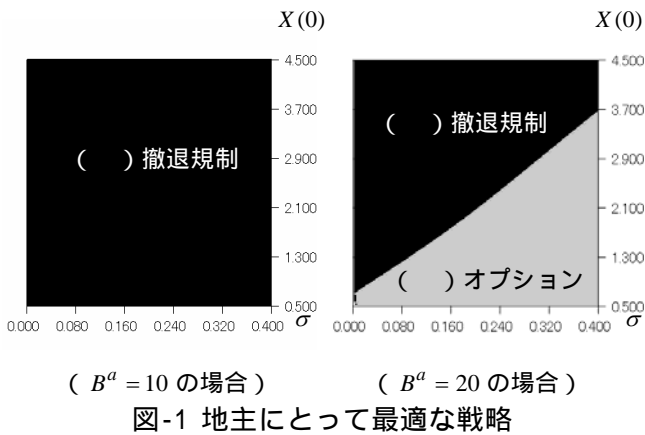
(2) 企業にとって最も望ましい戦略

地主の場合は企業の場合とは異なり、オプションを用いることにより期待効用が増加するのは自明である。しかし企業の場合はそうではない。なぜなら企業は直接地主の戦略を左右することが出来ないため、企業の期待利潤は企業に影響を及ぼす地主の戦略変数、すなわち地代に左右されるからである。図-2 に、 $\sigma - X(0)$ 平面上での企業にとって最も望ましい戦略を示す。ここで、企業の期待利潤は均衡地代の増加に対し単調減少であるため、各戦略で地主がつける地代について詳しくみる必要がある。

まず撤退後の地代収入が小さい場合の $\sigma - R$ 関係を図-3 に示す。戦略の違いによる地代の大小関係により、領域 ~ に大きくわけることができる。領域 では、何も用いない場合の地代が一番安くなる。これは、撤退オプションの売り手である地主が撤退オプションを行使されるのを恐れ、地代を下げ、企業が即参入させるからである。戦略()では()に比べ、金融オプションを用いてヘッジを行うことにより撤退を恐れず、地代もあまり下げない。従ってこの領域では戦略()が地代が最も低く企業にとって最適になる。この領域

が、図-2 における左上の戦略()の領域に対応する領域では、逆に戦略()が一番地代が低い。これは、ボラティリティが大きいと撤退確率が上昇し、地主は企業を参入させないように、地代を上げるからである。戦略()では企業に撤退オプションがあるために()より参入しやすいため、()よりさらに地代を上げる。従って領域では戦略()が企業にとって最善となる地主の戦略であり、この領域が図-2 における戦略()の領域に対応する。

この地代変化の大まかな性質は撤退後の地代収入が大きい場合も同様である。ただし撤退による地代収入減少が小さいために、撤退をあまり恐れなくなり、ボラティリティが大きい場合の戦略()、()の優劣が変化する。具体的には、図-4 に示すように、はとに別れ、では、地代が一致してしまう。両者が一致した場合、撤退オプションがある()の方が企業の期待利潤が高くなるため、では戦略()が企業にとり最善となる地主の戦略になる。

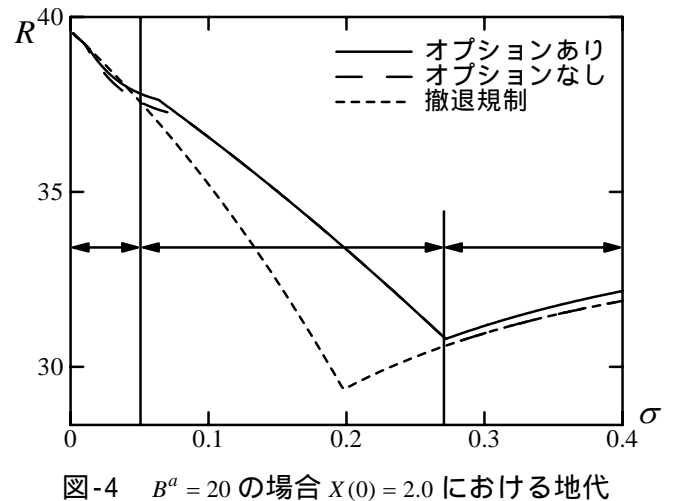
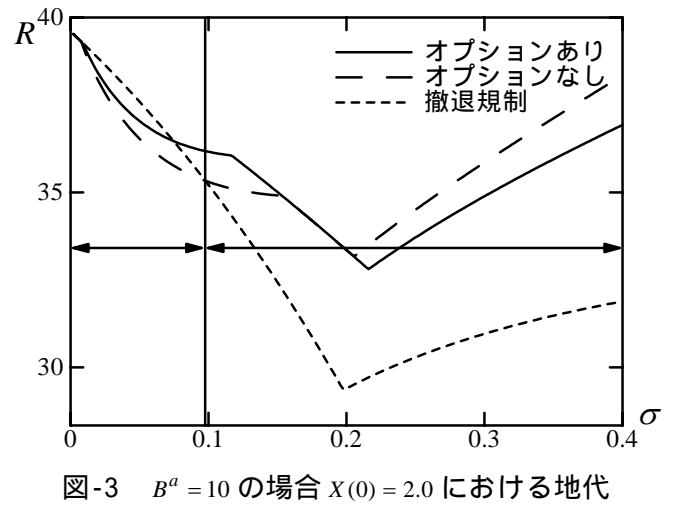


5. まとめ

本研究では、金融オプションを用いた地域経済リスクのヘッジ手法を考えた。その結果、大きく分け以下の2つことが分かった。まず、オプションを用いたリスク戦略については、地主の期待効用最大化の結果が完全ヘッジ戦略に一致し、最適オプション購入時刻が企業参入時であることが示された。

次に、オプションを用いた場合と用いない場合、撤退規制の3つの戦略を比較し、以下のことがわかった。

- 1) 撤退後の収入が小さい場合には、地主にとってオプションを利用するのが最適な場合が存在する
- 2) オプションを用いることにより用いない場合と比較し、パレート改善する領域が存在する
- 3) オプションを用いることにより撤退規制と比較し、やや意外なことに、ほとんどパレート改善しないオプションを用いることにより撤退リスクを完備リスク化しているにもかかわらず、撤退規制と比較し、パレート改善しない理由として地代が不完全競争下で決定されている点があげられる。本モデルでは地代がある特定の企業と地主とのゲームによって決定される。そのため、完全競争下で最も社会的に良くない戦略であるはずの撤退規制が最適な戦略になってしまう。もし複数の都市、企業の競争下となれば、より完全競争市場に近づくため、金融オプションは有効なヘッジ手法となるだろう。



参考文献

- 1) 赤松隆, 棟方章晴, 大庭靖史: グローバル企業の参入・撤退に伴う地域経済リスクに関する研究, 土木学会論文集, 2004. (投稿中)
- 2) A.K.Dixit, R.S.Pindyck: Investment under Uncertainty, Princeton University Press, 1994.
- 3) P.Wilmott: Paul Wilmott on Quantitative Finance, John Wiley & Sons, 2000.