インフラの競合性と減耗の経済成長経路に与える影響分析*

Endogenous Economic Growth with Rivalness and Depreciation of Public Capital*

桑島氏直**・織田澤利守***
By Ujinao KUWAJIMA**・Toshimori OTAZAWA***

1．はじめに

多くの理論研究（Barro(1990)[1]など）および実証分析(Aschauer(1989)[2]など)が示すように，公共資本（インフラストラクチュア）は経済成長に多大な影響をもたらしている．Barro(1990)は公共資本を純粋公共財として，内生的経済成長モデルを分析している．しかし，多くの発展途上国においては，都市部を中心に道路混雑が慢性的に発生している．このように，公共資本の容量に対して，許容量以上の負荷がかかることにより起こる混雑現象は，最適な資源配分からの乖離を生み，その結果，当該地域の生産性は低下する．このような問題意識のもとで，Barro and Sala-i-Martin（1992）[3]は公共サービスの競合性に着目し，混雑を考慮したモデルを構築している．また，Acconcia (2000)[4]は混雑を考慮し，私的資本の増加による混雑の増加という外部不経済が複数均衡を生じさせるということを示している．しかし,これらの先行研究においては，公共資本はフローとして扱われている．これに対して，Futagami, et al. (1993)[5]は公共資本をストックとして扱い，Barro(1990)のモデルの結果との比較分析を行っている．しかし，Futagami, et al. (1993)は公共資本の蓄積は考慮しているが，減耗は考慮されていない．公共資本の減耗を考慮し，さらにメンテナンスを考慮した研究として，Rioja(2002)[6]や Kalaitzidakis and Kalyvitis(2004)[7]などがある．Rioja(2002)では，公共投資をメンテナンス投資のみに充て，新規公共資本投資は海外援助によるとして分析を行っている．これに対して，Kalaitzidakis and Kalyvitis(2004)では，新規公共資本投資，メンテナンス投資ともに，公共投資によるとして分析を行っている．新規投資とメンテナンス投資の配分は，公共資本の増加量が最大になるように配分するのが最適であると示している．一般に，インフラの減耗は施設需要と密接に関係している．インフラストックが十分でなく需要が集中すれば，混雑が発生するのみならず,過度の負荷がかかることによってインフラの減耗のスピードが増加する．しかし,混雑がインフラの蓄積過程及び当該地域の経済成長に及ぼす影響を明示的に考慮した研究は筆者らの知る限り存在しない．

本研究は，内生的経済成長モデルにおいて，公共資本の競合性と減耗の両方を考慮したモデルを構築し，それらが経済成長経路に与える影響について分析することを目的とする．さらに，課税政策，メンテナンス政策に関する政策分析を行い，政府の最適政策について考察する．また，競合性と減耗をともに考慮しないモデル，競合性のみを考慮したモデル，減耗のみを考慮したモデルについても分析し，比較を行う．

2．モデルの構築と動的最適化 競合性と減耗をともに考慮したモデルについて

（１）モデルの前提

一地域，閉鎖経済とする．生産者かつ消費者である主体を考える．主体は同質で，人口を不変とし，無期限の視野を持つ代表的家計が存在しているとする．企業の生産は，各企業の私的資本ストック，社会全体の総私的資本ストック,公共資本ストックによるとする．ここで，公共資本ストックの総私的資本ストック比を用いて混雑を表す．政府は，企業の生産への課税による税収から，公共投資を行うとする．公共投資は新規投資とメンテナンス投資にわけられ，メンテナンス投資を行うことによって,減耗率を低下させる.家計は，所得から，消費と私的資本投資を行い，効用は消費のみに依存するとする．また，家計は行動を選択するときに，自らの行動が，社会全体に影響を与えるとは考えないとする．つまり，一家計の私的資本への投資行動が，社会全体の私的資本ストックの増加を通して，混雑（インフラへの負荷）の増加をもたらすことを考慮しないと仮定する．

（２）企業の行動

企業の生産 q は，各企業の私的資本ストック k，公共資本ストック g によるとする．

*キーワーズ：計画基礎論、土木施設・維持管理
**学生員、工修、東北大学大学院情報科学研究科
（仙台市青葉区荒巻字青葉０６、TEL022-795-7502、
E-mail:unkuwa@plan.civil.tohoku.ac.jp）
***正員、工博、東北大学大学院情報科学研究科
（仙台市青葉区荒巻字青葉０６、TEL022-795-7502、
E-mail:ota@plan.civil.tohoku.ac.jp）

$$q = AF(k,g) \tag{1}$$

A：生産技術

$$F(k,g) = g^{\eta}k^{1-\eta} \tag{2}$$

η：生産の公共資本ストック弾力性

生産技術を次のように表し，生産は図１のように推移するとする．

$$A = \left(\frac{g}{\bar{k}}\right)^{\varepsilon} \tag{3}$$

$\bar{k}$ ：社会全体の総私的資本ストック

ε：生産技術の，公共資本ストックの総私的資本ストック比弾力性

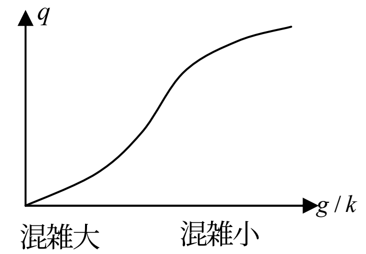

図１　生産関数

公共資本ストックの私的資本ストック比が小さい場合は，混雑が発生しているとみなせ，限界生産性は小さいので， $\varepsilon+\eta>1$ であると考えられる．公共資本ストックの私的資本ストック比が大きくなるにつれて混雑が緩和され，収穫逓増していき，最終的には収穫逓減して $\varepsilon+\eta<1$ となると考えられる．

以上より，生産関数は次のように表される．

$$q = \left(\frac{g}{\bar{k}}\right)^{\varepsilon} g^{\eta}k^{1-\eta} \equiv f(k,g) \tag{4}$$

（３）政府の行動

政府は，企業の生産への課税による税収から，公共投資を行うとし，公共投資は新規投資とメンテナンス投資にわけることから，税収 $T(=\tau q)$のうち m の割合だけメンテナンス投資 $M(=mT)$を行うとする．したがって，$Ig(=(1-m)T)$だけ新規投資を行う．ここで，公共資本の減耗を考える．公共資本は負荷に応じて減耗が激しくなっていくと考えられるので，混雑によって減耗率は増加すると考えることができる．またメンテナンス投資によって，減耗率は低下する．以上より，公共資本の蓄積は次のように表される．

$$\dot{g} = (1-m)\tau q - \delta(g/k, M)g \tag{5}$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial(g/k)} < 0, \quad \frac{\partial\delta}{\partial M} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial\delta}{\partial m} < 0, \quad \frac{\partial\delta}{\partial\tau} < 0$$

（４）家計の行動

家計の効用 u は消費 c のみに依存し，効用の割引現在価値の総和を最大化するように行動する．

$$\int_0^{\infty} u(c)e^{-\rho t}dt \qquad u(c) = \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} \tag{6}$$

ρ：時間選好率

σ：消費の異時点間の代替の弾力性の逆数

次に，家計の所得と私的資本投資について考える．家計の所得は課税後の企業の生産と等しいとする．家計は所得から消費と私的資本投資を行うことから，私的資本の蓄積過程は次のように表される．

$$\dot{k} = (1-\tau)q - c = (1-\tau)f(k,g) - c \tag{7}$$

（５）家計の効用最大化行動

以上の条件の下で家計は効用の割引現在価値の総和を最大化するよう行動する．効用最大化問題を解く．当期価値ハミルトニアンを次のように定義する．

$$\begin{aligned} H \equiv \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} &+ \theta_1[(1-\tau)f(k,g) - c] \\ &+ \theta_2\left[(1-m)\tau f(k,g) - \delta\left(\frac{g}{k}, M\right)g\right] \end{aligned} \tag{8}$$

動的最適化を行うと次式を得る．

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma}[(1-\tau)(1-\eta)x^{\varepsilon+\eta} - \rho] \tag{9}$$

ただし，企業について代表的企業を考え， $\bar{k} = k$ とした．

ここで，$x \equiv g/k$，　$y \equiv c/k$ とし，x，y についての動学式を表す．

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{\dot{g}}{g} - \frac{\dot{k}}{k} = (1-m)\tau x^{\varepsilon+\eta-1} - \delta - (1-\tau)x^{\varepsilon+\eta} + y \tag{10}$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{k}}{k} = \frac{1}{\sigma}[(1-\tau)(1-\eta)x^{\varepsilon+\eta} - \rho] - (1-\tau)x^{\varepsilon+\eta} + y \tag{11}$$

（６）動学経路

以上の結果を用いて，消費，私的資本，公共資本が同率で成長する均整成長状態の存在を示す．均整成長状態であるとき，x と y は一定であるから，$\dot{x} = \dot{y} = 0$ を満たす．

よって， $\dot{x} = 0$ より(12)が， $\dot{y} = 0$ より(13)を得る．

$$y^* = \left[(1-\tau) - \frac{(1-m)\tau}{x^*}\right]x^{*\varepsilon+\eta} + \delta^* \tag{12}$$

$$y^* = \frac{1}{\sigma}[(1-\tau)(\sigma+\eta-1)x^{\varepsilon+\eta} + \rho] \tag{13}$$

上式より以下の動学経路が描ける．また，均整成長状態である定常点の存在が示されている．

（Ⅰ）x が大きい場合（ $\varepsilon+\eta<1$）

（ｉ）$\sigma+\eta>1$　　　　　（ii）$\sigma+\eta<1$

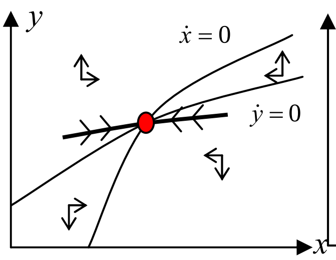

図２

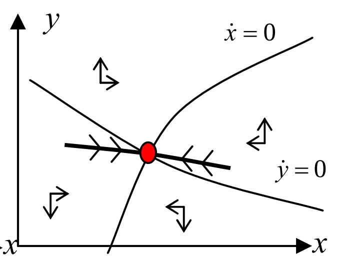

図３

（II）x が小さい場合（$\varepsilon+\eta>1$）

（ｉ）$\sigma+\eta>1$　　　　　（ii）$\sigma+\eta<1$

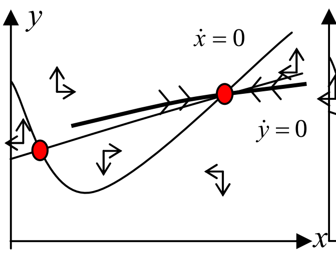

図４

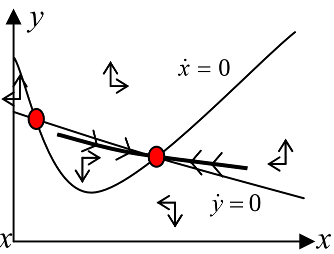

図５

図４・５において，左側の均衡点が不安定点，右側の均衡点が安定点である．

以上は，競合性と減耗をともに考慮したモデルについてだが，同様にして，競合性と減耗をともに考慮しないモデル，競合性のみを考慮したモデル，減耗のみを考慮したモデルについても導き出した．これらのモデルについては，（Ｉ）の場合と同様な位相図が得られる．ここで注目すべきは，競合性と減耗をともに考慮すると，複数均衡が存在し，必ず均整成長状態に到達できない領域が存在することである．競合性と減耗について，別々に考慮しても複数均衡は存在しないが，両方ともに考慮すると複数均衡が存在するのである．

３．政策分析

（１）課税政策

均整成長状態における成長率を最大化する税率を求める．

成長率 γ は $\gamma=\frac{\dot{c}}{c}$ で表されるから，定常点での成長率は次式で表される．

$$\gamma^*=\frac{1}{\sigma}\left[(1-\tau)(1-\eta)x^{*\varepsilon+\eta}-\rho\right] \tag{14}$$

上式を τ で偏微分すると

$$\frac{\partial\gamma^*}{\partial\tau}=\frac{1-\eta}{\sigma}x^{*\varepsilon+\eta}\left[-1+\frac{(1-\tau)(\varepsilon+\eta)}{x^*}\frac{\partial x^*}{\partial\tau}\right] \tag{15}$$

よって，次の関係が示される．

$$\frac{\partial\gamma^*}{\partial\tau}\gtreqless 0\ \Leftrightarrow\ \frac{(1-\tau)(\varepsilon+\eta)}{x^*}\frac{\partial x^*}{\partial\tau}\gtreqless 1 \tag{16}$$

ここで，(12)(13)より次式を得る．

$$\frac{(1-\tau)(\varepsilon+\eta)}{x^*}\frac{\partial x^*}{\partial\tau}=\left[(1-m)x^{*\varepsilon+\eta-1}+\frac{1-\eta}{\sigma}x^{*\varepsilon+\eta}-\frac{\partial\delta^*}{\partial\ \tau}\right]$$
$$\cdot\left[(1-m)\frac{(1-\varepsilon-\eta)\tau}{(1-\tau)(\varepsilon+\eta)}x^{*\varepsilon+\eta-1}+\frac{1-\eta}{\sigma}x^{*\varepsilon+\eta}-\frac{x^*}{(1-\tau)(\varepsilon+\eta)}\frac{\partial\delta^*}{\partial x^*}\right]^{-1} \tag{17}$$

ここで，$\tau=\varepsilon+\eta$ のときを考える．(17)に $\tau=\varepsilon+\eta$ を代入し，分子から分母を引くと次式を得る．

$$\left.\frac{x^*}{(1-\tau)(\varepsilon+\eta)}\right|_{\tau=\varepsilon+\eta}\frac{\partial\delta^*}{\partial x^*}-\left.\frac{\partial\delta^*}{\partial\tau}\right|_{\tau=\varepsilon+\eta} \tag{18}$$

よって，次の関係が示される．

$$\left.\frac{(1-\tau)(\varepsilon+\eta)}{x^*}\frac{\partial x^*}{\partial\tau}\right|_{\tau=\varepsilon+\eta}\gtreqless 1$$
$$\Leftrightarrow\ \left.\frac{x^*}{(1-\tau)(\varepsilon+\eta)}\frac{\partial\delta^*}{\partial x^*}\right|_{\tau=\varepsilon+\eta}-\left.\frac{\partial\delta^*}{\partial\tau}\right|_{\tau=\varepsilon+\eta}\gtreqless 0 \tag{19}$$

(16)(19)より，また，$\frac{\partial\gamma^*}{\partial\tau}$ は単調減少であるので，次の関係が示される．

$$\left.\frac{x^*}{(1-\tau)(\varepsilon+\eta)}\frac{\partial\delta^*}{\partial x^*}\right|_{\tau=\varepsilon+\eta}-\left.\frac{\partial\delta^*}{\partial\tau}\right|_{\tau=\varepsilon+\eta}\gtreqless 0$$
$$\Leftrightarrow\ \frac{\partial\gamma^*}{\partial\tau}\gtreqless 0\ \Leftrightarrow\ \tau^*\gtreqless\varepsilon+\eta \tag{20}$$

最適税率は競合性を表す ε を含めた生産の公共資本ストック弾力性より，大きい水準も小さい水準も取りうることが示された．同様にして，減耗のみを考慮したモデルについても，最適税率は生産の公共資本ストック弾力性より,大きい水準も小さい水準も取りうる．

以上の結果について既存研究との比較を行う．減耗を考慮していない，Barro(1990)や Futagami, et al. (1993)のモデルにおいては，最適税率は生産の公共資本弾力性に等しいということが示されている．また，減耗を考慮しているが，公共資本への負荷が減耗率に影響を与えないとしている Kalaitzidakis and Kalyvitis(2004) のモデルにおいては，最適税率は生産の公共資本ストック弾力性よりも大きい水準にすることが最適であるということが示されている．

本研究において，減耗を考慮し公共資本への負荷による減耗率への影響を考慮しているが，このような場合は Kalaitzidakis and Kalyvitis(2004)の結果を必ずしも満たさない．課税税率の増加が公共資本ストックの増加をもたらし, その結果, 公共資本への負荷が減少し,

減耗率の減少がもたらされるからである．

同様にして，競合性と減耗をともに考慮しないモデル，競合性のみを考慮したモデルにおいては，最適税率は生産の公共資本ストック弾力性に等しいということが示された．

（２）メンテナンス政策

均整成長状態における成長率を最大化するメンテナンス政策について考察する．

(12)(13)より，メンテナンス政策を行うと $\dot{y}=0$ の均衡式は変化せず，$\dot{x}=0$ の均衡式のみ変化することがわかる．$\dot{x}=0$ の均衡式は次のように表される．

$$y=-\frac{\dot{g}}{g}+(1-\tau)x^{\varepsilon+\eta} \qquad (21)$$

ここで，成長率を x で偏微分すると次式を得る．

$$\frac{\partial\gamma}{\partial x}=\frac{1}{\sigma}(1-\tau)(1-\eta)(\varepsilon+\eta)x^{\varepsilon+\eta-1}>0 \qquad (22)$$

よって，定常解における x が大きいほど，成長率は大きいことがわかる．

図４，５における動学経路の位相図を参考にして，幾何学的考察を行うと，$\dot{x}=0$ の均衡式について, 各々の x に対して y がより低い水準であれば，定常解における x はより大きい水準となる．よって，各々の x に対して $\dot{x}=0$ の均衡式(21)の右辺が最小になるようなメンテナンス政策を行えばよい．つまり，各々の x に対して $\dot{g}/g$ を最大化するようなメンテナンス政策を行えばよい．

つまり，次式で表されるようなメンテナンス政策を行うべきである．

$$\frac{\partial\dot{g}}{\partial I_g}=\frac{\partial\dot{g}}{\partial M} \qquad (23)$$

(23)は Kalaitzidakis and Kalyvitis(2004)と同様の結論である．

ここで，$\varepsilon+\eta>1$ の場合について考える．このとき，x が低い水準では，成長経路に乗ることができない領域が存在するが，この領域をできるだけ少なくする政策を考えたい．(23)のような政策を行えば，$\dot{x}=0$ の均衡式において，各々の x に対して y がより低い水準となり，成長経路に乗ることができる領域は広がる．そして，さらにそこで τ を増加させると，(12)より，各々の x に対して y がより低い水準となる．(13)より，$\dot{y}=0$ の均衡式についても同様である．よって，成長経路に乗ることができる領域はさらに広がる．つまり，x が小さいという，公共資本の総量が少ない場合，または公共資本への負荷が非常に大きい場合は，成長率を犠牲にすることにはなるが，成長経路に乗せるためには，τ を増加させ公共資本の蓄積に力を入れるべきであるということを示していると考えられる．

４．まとめ

本研究では，公共資本に関する内生的経済成長モデルにおいて，公共資本の競合性と減耗が複数均衡を引き起こすことが示された．また，均整成長状態における成長率を最大化させる課税税率は，減耗を考慮すると，従来述べられてきた課税税率は生産の公共資本ストック弾力性に等しい，という結果とは異なる結果が得られた．一方，メンテナンス政策は従来の研究と同様に，メンテナンス投資の限界公共資本蓄積と新規投資の限界公共資本蓄積が等しくなるよう，投資配分を決定することが最適であるという結果が得られた．

参考文献

1) Barro, R.: Government spending in a simple model of endogenous growth, Journal of Political Economy, Vol.98, pp.103–125, 1990.
2) Aschauer, D.: Is public expenditure productive?, Journal of Monetary Economics, Vol.23, pp.177–200, 1989.
3) Barro, R., and Sala-i-Martin, X.: Public finance in models of economic growth. Review of Economic Studies, Vol.59, pp.645–661, 1992.
4) Acconcia, A.: On growth and infrastructure provision, Research in Economics, Vol.54, pp.215–234, 2000.
5) Futagami, K., Morita, Y. and Shibata, A.: Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital, Scandinavian Journal of Economics, Vol.95 (4), pp.607–625, 1993.
6) Rioja, F.: Filling potholes: macroeconomic effects of maintenance versus new investment in public infrastructure, Journal of Public Economics Vol.87, pp.2281–2304, 2003.
7) Kalaitzidakisa, P., and Kalyvitis, S.: On the macroeconomic implications of maintenance in public capital, Journal of Public Economics, Vol.88, pp.695–712, 2004.