

ウエイト関数を用いた認知所要時間分布の推定手法*¹

The Method of Estimating Cognitive Travel Time Distributions

牛若健吾*², 菊池輝*³, 北村隆一*⁴

By Kengo USHIWAKA*², Akira KIKUCHI*³ and Ryuichi KITAMURA*⁴

1. はじめに¹⁾

都市部では、通勤時間帯に交通量が集中しており交通システムのサービス水準が低下している。長年取り組まれてきたこの問題に対して、通勤者の交通需要そのものを時間的・空間的に分散させることを目的とした交通需要マネジメントが渋滞施策の主流となっている。交通需要分散を目的とした施策の必要性が叫ばれるにつれ、施策評価を目的とした交通行動分析では、行動の変化やばらつきを扱う必要性が指摘されている。しかしながら、同一被験者の経時的な行動変化をデータとして取得することが困難であること、経時的な行動変化を追従しうるモデルの構築手法が開発されていないことから、未だ研究事例は少ない。

一方、プローブデータや GPS 技術の向上は、実所要時間に関する詳細なデータ取得を可能とし、所要時間のばらつきを考慮した交通行動分析のための土台が固まりつつある。しかし、日々繰り返される通勤交通における経路選択・出発時刻選択といった行動は個人が認知している所要時間に基づいており、その認知所要時間が実際に経験する所要時間と必ずしも一致するわけではない。ゆえに「実所要時間をどのように認知しているのか」を明らかにすることが必要である。

本研究は、所要時間の不確実性を確率分布により表現するという立場から、実所要時間分布から認知所要時間分布を推定する手法を開発することを目的とする。

2. 分析に用いるデータ

通勤の実所要時間を取得するため、「交通ダイアリー調査」を行った。交通ダイアリー調査は、平成16年1月26日から3月5日の6週間の平日を対象として、一日の最初のトリップについて回答を要請したものである。参加希望者542名の中からランダムに抽出した346名に

郵送配布し、232通を回収した（回収率67%）。

交通ダイアリー調査では、回答日の最初の移動について回答を要請したが、本研究ではその中から自宅から普段の勤務先に阪神高速13号を用いて通勤した回答のみを用いた。

さらに、交通ダイアリー調査の被験者に対して「普段の通勤行動調査」を後日配布し、郵送にて回収した。普段の通勤行動調査は通勤での認知所要時間に関して詳細に尋ねたものである。普段の通勤行動調査は346名に郵送配布し、236通回収した（回収率68%）。

これ以降、交通ダイアリー調査から得られた第 n 日の自宅から勤務先までの所要時間を t^n 、普段の通勤行動調査から得られた自宅から勤務先までの認知所要時間を T 、普段の通勤での出発時刻を T_d 、認知所要時間の最小値・最大値をそれぞれ T_{\min} ・ T_{\max} と定義する。

3. ウエイト関数の特性

実所要時間分布と認知所要時間分布との関係性を記述する有効な数理モデルとしてあげられるのが、Kahneman and Tversky²⁾や Prelec³⁾により提案されているウエイト関数である。

ウエイト関数は、「不確実性下において意思決定者は、実際に生起する確率をそのまま認知している訳ではなく、何らかのバイアスを持って認知している」ことを数理モデルで表現するものである。ウエイト関数を用いることにより、不確実性に対する態度を記述することが可能であり、パラメータ推定値から実所要時間分布がどのようなバイアスを持って認知されているのかを明らかにすることが可能となる。

1) Kahneman and Tversky型ウエイト関数

Kahneman and Tverskyが提案するウエイト関数は一つのパラメータ値を用いて式(1)の様に定式化されている。

*¹ キーワード：所要時間分布、不確実性、ウエイト関数

*² 正員，工修，大阪府

*³ 正員，工博，京都大学大学院工学研究科

*⁴ 正員，Ph.D，京都大学大学院工学研究科

（京都市左京区吉田本町，TEL075-753-5136）

$$W(P) = \frac{P^\gamma}{(P^\gamma + (1-P)^\gamma)^{1/\gamma}} \quad (1)$$

ここで、

$W(P)$: 事象の認知生起確率 ($0 < P < 1$)

P : 事象の生起確率

γ : 未知パラメータ ($\gamma > 0$)

パラメータ γ の値によって式(1)の関数は図1の様な曲線形を描く。

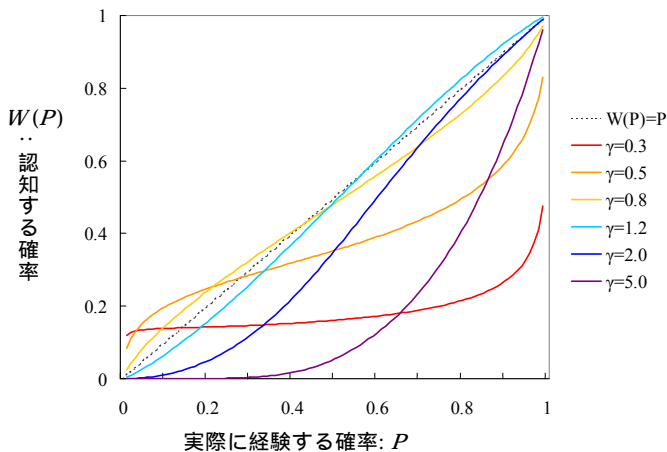


図1 Kahneman and Tversky型ウエイト関数

$\gamma < 1.0$ のときに、低い生起確率は高く認知され、高い生起確率が低く認知される。逆に $\gamma > 1.0$ の場合は、低い生起確率は実際よりも低く、高い生起確率は実際よりも高く認知される傾向があるが、 $\gamma = 5.0$ の曲線形に表されているように γ が大きくなると全体的に確率は小さく認知されている事を表している。また、 $\gamma = 1.0$ のとき、ウエイト関数は $W(P) = P$ となり、実際の確率がそのまま認知されていることになる(点線)。

2) Prelec型ウエイト関数

Prelec は式(2)に示す様なウエイト関数を提案している。

$$W(P) = \exp[-\theta(-\ln P)^\delta] \quad (2)$$

ここで、

$W(P)$: 事象の認知生起確率

P : 事象の生起確率 ($0 < P < 1$)

θ : 不確実性に対する態度を表すパラメータ ($\theta > 0$)

δ : 関数形を定めるパラメータ ($\delta > 0$)

Prelec の提案するウエイト関数では、パラメータが2つ存在することにより、不確実性下での確率の認知を

詳細に記述することができる。図2は、パラメータ δ の値によってどのようにウエイト関数が描かれるのかを表したものである。

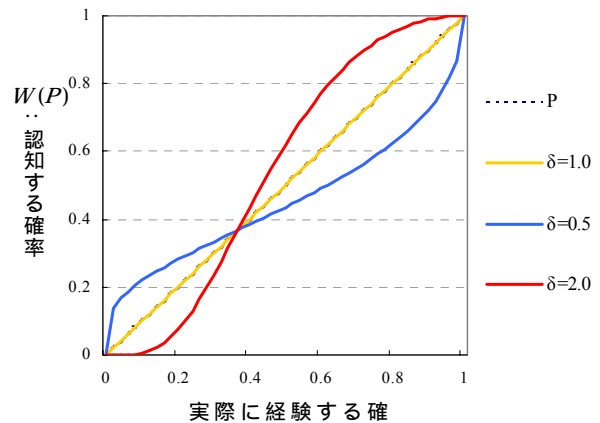


図2 Prelec型ウエイト関数 ($\delta = 1.0$ のとき)

$\delta = 1.0$ の場合(図2)を見てみると、 $\delta = 1.0$ かつ $\theta = 1.0$ の場合は実際の確率をそのまま認知していることになり、これは期待効用理論の仮定と一致するものである。 $\delta = 0.5$ の時にはウエイト関数は逆S字型の関数形となっている。すなわち、 $\delta < 1.0$ では、生起確率が小さいときには実際よりも大きく確率を認知し、大きい値を取るときには実際よりも小さく確率を認知していることを示している。 $\delta = 2.0$ の時にはウエイト関数はS字型の関数形となり、意思決定者は低い確率をより小さく認知し、大きい確率をより大きく認知する。すなわち δ は「低い確率、高い確率をどのように認知しているのか」を定めるパラメータである。

Prelecによると、 $\theta < 1$ を満たす場合、意思決定者は実際よりも大きく確率を認知しており、risk seekingな意思決定を行うとしている。逆に、 $\theta > 1$ の場合には意思決定者は実際よりも小さく確率を認知する傾向があり、意思決定者はrisk aversiveな意思決定行動を行う。すなわち θ は、「意思決定者が基本的にrisk seekingであるのかrisk aversiveであるのか」を定めるパラメータである。

4. ウエイト関数を用いた認知所要時間分布の定式化

ウエイト関数は、実際に経験する確率を認知確率に射影する関数であり、「1000円得られる確率が80%である」というような賭やくじの問題で適用されている。しかしながら、通勤所要時間分布は、連続的な確率分布であるために賭やくじの問題の場合と同様にウエイ

ト関数を適用することが出来ない．実所要時間分布が正規分布に従うことはすでに実証的な分析によって確認されている⁴⁾．そこで本研究では，その実証結果をふまえ，次の2つの仮定を置く．

仮定1：実所要時間分布は正規分布で表される

仮定2：ウエイト関数で用いられる確率 P は，普段の出発時刻 T_d に出発したときに自宅から勤務先までである時間(分)以内で到着する実際の確率である

また本章ではこれ以降，時間 t の関数として以下のように関数を定義する．

$$\text{実所要時間分布} \quad : f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$\text{実所要時間の累積分布} : F(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

$$\text{実所要時間の平均値} \quad : \mu$$

実所要時間の標準偏差：

$$\text{認知所要時間分布} \quad : g(t)$$

$$\text{認知所要時間の累積分布} : G(t)$$

仮定1，仮定2を置くとウエイト関数で用いられる確率 P は所要時間の関数として算出でき， $P=F(t)$ と表せる．すなわち，ウエイト関数は正規分布の累積分布 $F(t)$ と認知所要時間の累積分布 $G(t)$ との関係を記述する関数であるとして所要時間分布に適用することが可能となる．

ウエイト関数を用いて $F(t)$ を $G(t)$ に変換した後 $G(t)$ を t に関して微分して，認知所要時間分布 $g(t)$ を定式化すると，式(3)のように表される．

$$\begin{aligned} g(t) &= \frac{d}{dt} G(t) \\ &= \frac{d}{dt} W(F(t)) \\ &= \frac{d}{dt} F(t) \frac{d}{dP} W(P) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで $\frac{d}{dt} F(t)$ は正規分布の確率密度関数を意味するので，

$$\frac{d}{dt} F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (4)$$

となる．次に，Kahneman and Tversky型ウエイト関数とPrelec型ウエイト関数でそれぞれ $\frac{d}{dP} W(P)$ を算出する．式(1)を参照するとKahneman and Tversky型では，

$$\begin{aligned} \frac{d}{dP} W(P) &= \frac{d}{dP} \left[P^\gamma (P^\gamma + (1-P)^\gamma)^{-1/\gamma} \right] \\ &= \left(\frac{d}{dP} P^\gamma \right) (P^\gamma + (1-P)^\gamma)^{-1/\gamma} + P^\gamma \left(\frac{d}{dP} \left[(P^\gamma + (1-P)^\gamma)^{-1/\gamma} \right] \right) \\ &= \frac{1}{[P^\gamma + (1-P)^\gamma]^{1/\gamma}} \left(\gamma P^{\gamma-1} - \frac{P^\gamma (P^{\gamma-1} - (1-P)^{\gamma-1})}{P^\gamma + (1-P)^\gamma} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

と算出され，式(3)に式(4)，(5)を代入することで認知所要時間分布を同定することができる．

同様にPrelec型では式(2)から，

$$\begin{aligned} \frac{d}{dP} W(P) &= \frac{d}{dP} \exp[-\theta(-\ln P)^\delta] \\ &= -\frac{1}{P} \delta (-\ln P)^{\delta-1} \left(-\theta \exp[-\theta(-\ln P)^\delta] \right) \\ &= \theta \delta \frac{(-\ln P)^{\delta-1}}{P} \exp[-\theta(-\ln P)^\delta] \end{aligned} \quad (6)$$

と表され，式(3)に式(4)，(6)を代入すれば認知所要時間分布が同定できる．

5．認知所要時間分布の推定

未知パラメータは最小二乗法により推定した．推定に用いた変数は，個人 i の認知所要時間最頻値 T_i ，個人 i の実所要時間平均値 μ_i ，個人 i の実所要時間標準偏差 σ_i である． μ_i および σ_i は，ダイアリー調査期間中 5 回以上阪神高速 13 号線を用いて通勤した被験者を対象として推定を行った．対象とする被験者の各種変数の記述統計量を表 1 に示す．

表1 被験者の μ_i ， σ_i ， T_i ， T_{min} ， T_{max} の記述統計量

	平均値	標準偏差	N
実所要時間(t_i^n)平均値	56.3	15.1	76
実所要時間(t_i^n)標準偏差	8.86	3.59	76
認知所要時間(T)	58.4	16.1	76
認知所要時間最小値(T_{min})	39.1	12.4	76
認知所要時間最大値(T_{max})	89.1	30.7	76

ここでは式(7)で表される残差 RSS を最小化するようパラメータを推定する．

$$RSS = \sum_{i=1}^N \left(T_i - \int_0^\infty t g_i(t) dt \right)^2 \quad (7)$$

すなわち，普段の通勤行動調査で取得した認知所要時間 T_i が個人 i にとっての認知所要時間分布の期待値であると考えている．式(7)にKahneman and Tversky型ウエイト関数，Prelec型ウエイト関数それぞれを適用した結果パラメータ値は， $\gamma = 2.32$ ， $\delta = 1.59$ ， $\theta = 1.18$ と推定された．推定されたパラメータ値からウエイト関

数を描いたものが図3である。

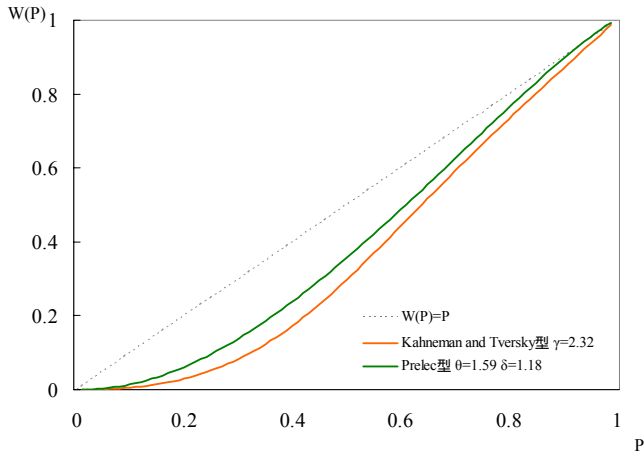


図3 推定されたパラメータ値によるウエイト関数

図3と、ウエイト関数の特性に基づき結果の考察を行うと、Kahneman and Tversky型では >1.0 を満たしており、かつ Prelec 型では >1.0 を満たしていることから、阪神高速 13 号を利用する通勤者は所要時間の累積確率を観測よりも低く認知しており、所要時間累積確率の認知は risk aversive な傾向を持つことが分かる。すなわち通勤者は、「自宅から勤務先まで 1 分以内で到着する確率」という値を実際よりも小さめに認知する傾向があるということを示している。

また、 >1.0 、 >1.0 であることから、通勤者は低い確率をより小さく、高い確率をより大きく認知している傾向があると言える。本研究の分析では、 P が累積確率となることを考えると、通勤者は自宅から勤務先まで普段より早く行ける確率は実際よりも小さく認知しているが、遅くかかってしまう確率は実際よりも大きく認知している。

次に、推定されたパラメータ値と表1の記述統計量から、被験者の平均値である、平均56.3分、標準偏差8.86分の実所要時間分布を持つ通勤者が存在すると仮定して推定された認知所要時間分布を描いたものが図4である。図4を見ると早い所要時間の生起確率は観測される確率よりも小さく、大きい所要時間の生起確率は大きく認知されていることが伺える。また、認知所要時間分布が0となる点は40分付近および85分付近であり左に偏った分布形となっていることが分かるが、これは表1の傾向と合致している。

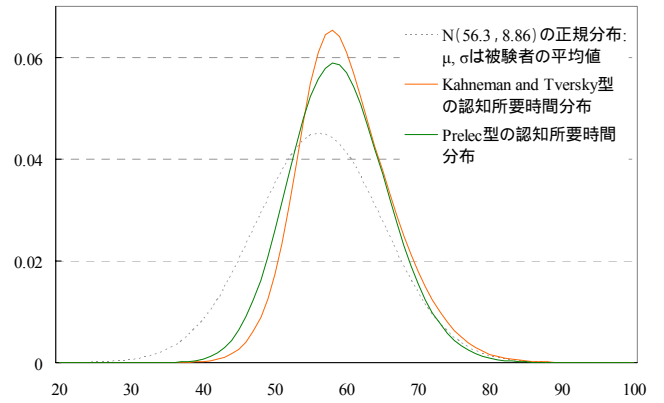


図4 推定されたパラメータ値による認知所要時間分布

6. まとめ

本研究では、Kahneman and Tversky と Prelec の提案するウエイト関数を用いて、実所要時間の平均値・標準偏差と認知所要時間 T から認知所要時間分布を推定する手法を開発した。推定結果からは以下の知見を得た。早い所要時間の生起確率は実際よりも小さく認知する、遅い所要時間の生起確率は実際よりも大きく認知する、平均値付近の生起確率は実際よりも大きめに認知される。

「所要時間が大きくなるほどその生起確率を大きく認知する」「実所要時間平均値周辺の生起確率は実際よりも大きく認知する」という形で通勤者が不確実性を認知しているという結果は、現実問題として制約時刻の存在する通勤行動では妥当な結果であり、意思決定者の認識の歪みを考慮することで、交通行動の解釈の幅を広げると考えられる。

最後に、データ取得に多大なる貢献をいただいた阪神高速道路公団ならびに交通システム研究所に心から感謝致します。

参考文献：

- 1) 北村隆一: 変動についての試行的考察, 土木計画学研究・論文集招待論文, Vol.20-1, pp.1-15, 2003
- 2) Kahneman, D. & Tversky, A. : Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty, in Choices, Values, and Frames, Cambridge University Press, pp.45-65, 2000
- 3) Dražen Prelec: Compound Invariant Weighting Functions in Prospect Theory, in Choices, Values, and Frames, Cambridge University Press, pp.67-92, 2000
- 4) 松本昌二, 白水義晴 : 旅行時間の不確実性が時刻の指定された物資輸送に及ぼす影響, 土木学会論文集, 第353号, pp.75-82, 1985.