

# Bi-level問題としてみた国内航空旅客市場モデルの構築\*

## Bi-level Optimization Model of Japan Domestic Air Transport Market

津田俊介\*\*・竹林幹雄\*\*\*・黒田勝彦\*\*\*\*・大曾根甲斐\*\*

By Shunsuke TSUDA\*\*, Mikio TAKEBAYASHI\*\*\*, Katsuhiko KURODA and Kai Osone

### 1. はじめに

航空旅客輸送市場を分析する上で、標準的に採用される分析フレームは「寡占市場」を前提とするものである。例えば、Brander and Zhang<sup>1)</sup>や Oum, Zhang and Zhang<sup>2)</sup>ではエアライン間の旅客獲得行動を計量モデル化し、互いの価格に係る係数の符号条件により「戦略的補完性 (Bertrand 型競争)」あるいは「戦略的代替性 (Cournot 型競争)」であることを指摘してきた。

これらの分析フレームではネットワークの外部性は所与であり、またエアラインの制御変数は「販売座席数」であり、便数や機材形式ではない。こういった枠組みはエアラインの経営を分析する上では極めて有用ではあるが、空港計画や空港運営の点ではいくつかの点で問題がある。特にわが国の航空政策を考える上で便数を陽に制御変数として取り扱うことができないのは、大きな弱点である。

欧米では空港での非常な混雑は存在するが、わが国の羽田・伊丹・成田ほどの切迫した容量制約の問題はないといえる。また、2009年に供用予定の羽田D滑走路により羽田の容量が現行の1.4倍になるものの、そのスロットの割り当ての影響がどのように現出するのか、都市部での「空港資源」に厳しい制約があるわが国では、寡占性に加えて、便数やサービスネットワークの形状に起因するネットワークの外部性を的確に表現することが望ましいと考えられる。

このような問題意識のもとで構築されたモデルでは Adler<sup>3)</sup>のモデルが挙げられる。Adlerタイプのモデルではネットワークの外部性に関わる変数の多くが内生化されているものの、目的関数および制約条件の非凸性が強く、簡単な数値計算以外では解を導くことが難しいとされている。

本稿はこういった点に鑑み、Takebayashi and Kanafani<sup>4)</sup>によって提案された Bi-level 型ネットワーク競争モデルをもとに、わが国の国内航空旅客輸送市場の実情に沿ったモデルの構築を試みるとともに、その有効性を検討する。

### 2. モデル

ここでは本稿で提案するモデルについて述べる。モデルは Takebayashi and Kanafani<sup>4)</sup>のによって提案されたモデルを拡張したものである。拡張に際してはエアライン間の競争が Bi-level だけでなく、一般化 Nash 均衡としても表現できる形式に変更した、下位の旅客の最適化行動において、容量制約付きの確率的利用者均衡配分とした、の2点である。

#### (1) 前提条件

本モデルは以下のような前提条件の下に構築される。ただし紙面の関係上主だったものにとどめる。

- 運行サービスは複数のエアラインによって行われるものとする。具体的には国内線では既存大手2社および新規参入LCCである。
- エアラインは区間ごとに投入される機材の形式が決まっているものとする。
- エアラインの各リンクにおける、便数は往復で等しいものとする。
- OD 旅客数はネットワークのサービスレベルに応じて弾力的に変化するものとする。
- 旅客はフライトの混雑に影響を受けるものとし、路線の容量制約の影響を受けるものとする。

a) ~ d)は既存の研究でも採用されてきた仮定であるので、ここでは詳しくは触れない。e)は需要の弾力性を考慮したものである。これは鉄道の参入の有無にかかわらず、航空のサービスレベルが向上すればその分需要が誘発される、と考えたためである。f)は既往研究ではエアライン側の制約であった容量制約が旅客に転嫁されていることを示す。すなわち、座席がないことで影響受けるのは旅客であり、エアラインが需要を満足するだけ

\* キーワード：航空旅客輸送市場，空港，最適化

\*\* 学生員 神戸大学大学院自然科学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

\*\*\*: 正会員 神戸大学工学部建設学科土木教室

\*\*\*\*: フェロー会員 神戸大学工学部建設学科土木教室

座席を用意するという現実性の点で難しい仮定を排除するために設けた。

(2) 定式化

基本的な構造は Takebayashi and Kanafani<sup>4)</sup>と同じである。ただし、下位問題では容量制約つき SUE としている。ここでは Bell<sup>5)</sup>および Lam et. al.<sup>6)7)</sup>の定式化に準じている。

a) 上位問題：ネットワーク設計問題

上位問題は制御変数を変数とした各キャリアの利潤最大化問題である。ただし、混雑空港でのスロット割当数が動的に変化する状態では、一般化 Nash 均衡解を得にくいいため、エアラインごとに混雑空港での割り当てスロット数を制約として与え、各エアラインはその制限以下で配便を行うという形式に簡略化した。

エアライン  $n$  が直面する利潤最大化問題は以下の通りである。

$$Obj: \pi_l^n(f) = \sum p_l^n x_l^n(f) - \sum VC_l^n(f) \quad \max$$

Subject to

$$f_l^n \geq 0 \quad (2)$$

$$f_l^n \leq F_h^n \quad \text{for } \forall h \in W^h \quad (3)$$

ただし、

$p_l^n$  :  $n$  社のリンク  $l$  の運賃

$x_l^n$  :  $n$  社のリンク  $l$  の旅客数

$VC_l^n$  :  $n$  社の運航コストであり、輸送密度の経済性が働くものとする。

$f_l^n$  :  $n$  社のリンク  $l$  の便数

$v_l^n$  :  $n$  社のリンク  $l$  の機材サイズ

$F_h^n$  : 混雑空港  $h$  における  $n$  社の割当スロット数

$W^h$  : 混雑空港の集合

である。

また、リンクでの旅客フロー  $x_l^n$  に関しては以下の釣り合い式を満たすものとし、 $rs$  間のパス  $k$  における旅客数  $x_{rs}^k$  は下位の最適化問題の解として定義される。すなわち、

$$x_l^n = \sum x_{rs}^k \delta_{n,l}^{rsk} \quad (4)$$

$$x_{rs}^k = \arg \{Z(x_{rs}^k)\} \quad (5)$$

である。

ただし、

$x_{rs}^k$  :  $rs$  間のパス  $k$  の旅客数

$\delta_{n,l}^{rsk}$  :  $rs$  間のパス  $k$  に  $n$  社のリンク  $l$  が含まれる場合 1, それ以外はゼロを取る 2 値変数。

である。

b) 下位問題：旅客配分問題

下位問題では、旅客の不効用最小化を目的とした確率的利用者均衡配分(SUE)を行う。ただし、前述のようにリンクでの容量制約を陽に考慮するため、Bell<sup>5)</sup>および Lam et. al.<sup>6)7)</sup>の方法を採用する。

旅客の不効用は以下のように定式化される。

$$u_{rs}^k = \alpha_1 \sum t_l \delta_l^{rsk} + \alpha_2 \sum p_l \delta_l^{rsk} + \alpha_3 \sum \phi_l \delta_l^{rsk} \quad (6)$$

ただし、

$u_{rs}^k$  :  $rs$  間のパス  $k$  における不効用

$t_l$  : 時間であり、ラインホール時間と待ち時間 ( 空港オペレーション時間/フライト数 ) の和で表される。

$\phi_l$  : 混雑項であり、Bell に従い後述の旅客の最適化関数の Lagrange 乗数の値として表現される。

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  : パラメータ

である。

Bell<sup>5)</sup>に従い、すべての費用が時間に換算されて表現される場合、旅客の最適化行動 ( 下位問題 ) は以下のように定式化される。

$$obj: Z = \frac{1}{\theta} \sum_{rs} \sum_k x_{rs}^k (\ln x_{rs}^k - 1) - \frac{1}{\theta} \sum_{rs} X^{rs} (\ln X^{rs} - 1) - \sum_{rs} \int_0^{X^{rs}} G_{rs}^{-1}(f) dy \quad Min \quad (7)$$

Subject to

$$x_l^n \leq f_l^n * v_l^n \quad (8)$$

$$x_{rs}^k \geq 0 \quad (9)$$

$\theta$  : 分散パラメータ ( 与件 )

$X^{rs}$  :  $rs$  間の総旅客数

$G_{rs}^{-1}(f)$  : 需要関数であり、Zhou et.al.<sup>7)</sup>にならい次のよう

な Logsum 型の関数として表現されると仮定する .

$$G_{rs}(f) = X_0^{rs} \exp(-\beta \bar{S}^{rs}) = -\frac{1}{\theta} \ln \sum_k \exp(-\theta u_{rs}^k) \quad (10)$$

(10)式で  $\beta$  はパラメータであり,  $X_0^{rs}$  は定数項,  $\bar{S}^{rs}$  は  $rs$  市場での期待不効用の Logsum 値を表す .

なお, (8)式に関する Lagrange 乗数が(6)式での混雑項に一致する .

### 3. 解法: 一般化 Jacobian 表記と BT 法

#### (1) 一般化 Jacobian

前章で述べたタイプの定式化ではネットワーク設計(路線設定)の有無をはじめとして, 競争相手の戦略変更に伴う目的関数の変化量が微分不可能点を含む場合が多くなる. さらに, 下位に利用者の路線選択行動を含む場合, 目的関数は微分不可能点を含む可能性がより高くなる. 通常, このような微分不可能性の議論を回避するために, 従来のモデルでは全数探索に近い分枝限定法(BB法)か, ないしは多段階ゲームの枠組みで議論されてきた. そのため実用計算を行うためには非常に計算時間がかかるという難点があった.

しかし, 非凸計画問題の効率的解法の研究の進歩により, 微分法の応用として解く方法論が提案されるようになってきている. 特に, 前述のネットワーク設計問題を含む市場モデルもいくつかの制約は伴うものの, 厳密な解を求める方法としては採用可能である. ここでは Outrata<sup>8)</sup>の提案する BT 法に準拠した方法を示す. 以下, エアライン間に市場での優位性のある場合を中心に定式化する.

本モデルを Karush-Kuhn-Tucker 条件 (KKT) として表現すると,

$$\frac{\partial \pi}{\partial f} + \mu \nabla L + \frac{\partial G}{\partial f} = 0 \quad (11)$$

$L$ : Lagrangean (ベクトル表記)

$\lambda, \mu$ : Lagrange 乗数

$G$ : 制約条件の集合

ここで一般化 Jacobian 表記について考える. 一般化 Jacobian は式(10)が全ての目的関数で成立している場合を統一して表現する形式であり, Lagrangean の 1 次微分型である D-Lagrangean を用いて表される. 式(11)が全てで成立している場合, 以下の条件式が満足されることが知られている<sup>8)</sup>.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial f} D \\ \frac{\partial}{\partial f} G \end{bmatrix} \eta = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial f} \Theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \nabla_{f^i} D & \nabla_{f^i} G^T \\ -\nabla_{f^i} G & 0 \end{bmatrix} \eta = \nabla_{f^i} \Theta \quad (13)$$

ただし,  $D$ : D-Lagrangean,  $\Theta$ : 最適化のための母関数である. は式(13)(一般化 Jacobian)における他キャリアの制御変数の影響による摂動分に対応する共役変数である. すなわち, 式(13)を満足する摂動パラメータを用いて, 真の式(11)の関係を表記したものが式(12)である.

本モデルのような bi-level 系の問題であれば, 母関数  $\Theta$  に上位の目的関数をそのまま当てはめる. ただし, 母関数などが制御変数で微分不可能になった場合は式(11), (12)の傾きが全て劣微分で定義されるように変更する必要がある.

なお, エアライン同士に市場での優位性がないのであれば, 通常的一般化 Nash 均衡と同様であり, Nash-Cournot の仮定の下で, 自己の目的関数のみを近視眼的に最適化し, 収束解を求めることになる. この場合も BT 法を採用することで目的関数の微分不可能性と制約の侵食を回避できる.

#### (2) 解法の指針

本研究では, Jacobian 表記した MPEC に対する解法として信頼領域法を用いる. 基本的な考え方を述べておくと, 最小解に近い場合には最急降下法や準 Newton 法などの速い収束性を持った局所的解法を用いる. 一方, 最適解から大きく離れている場合には局所的解法がうまく働かず領域に近づけるためのアプローチ方法を用いるというものである. ただし, 信頼領域法を用いる際の降下方向は, Nash 均衡下における各キャリアによる摂動影響を考慮した降下方向を用いる.

### 4. 数値計算

本モデルを国内航空旅客輸送市場に適用する. 対象とする範囲を表-1に示す. 対象は国内中長距離輸送とし, 航空旅客のみを対象とする. ただし, 南西諸島などの離島需要は, 本分析フレームで対象とする市場とは, その特性が大きく異なると考えられるため, 分析対象からは除外することとした. なお, 紙面の都合上, モデルの精度および数値計算結果は講演時に紹介する.

表 - 1 対象とする範囲

対象地域		利用空港	
北海道	道北	旭川	
	道東	帯広	釧路
	道南	函館	
	道央	新千歳	
	青森	青森	三沢
	秋田	秋田	
	岩手	花巻	
	山形	山形	庄内
	宮城	仙台	
	福島	福島	
関東	茨城, 栃木, 群馬, 千葉, 埼玉, 東京, 神奈川	羽田	
	新潟	新潟	
	富山	富山	
	石川	小松	
	愛知	名古屋	
近畿	滋賀, 京都, 大阪, 兵庫, 奈良, 和歌山	伊丹	関西
	鳥取	鳥取	
	島根	出雲	
	岡山	岡山	
	広島	広島	
	山口	山口宇部	
	香川	高松	
	徳島	徳島	
	愛媛	松山	
	高知	高知	
北九州	福岡, 佐賀	福岡	佐賀
	大分	大分	
	長崎	長崎	
	熊本	熊本	
	宮崎	宮崎	
	鹿児島	鹿児島	
	沖縄本島	那覇	

Networks with Queues, Transportation Research, B, No.2, 125-137, 1995.

- 6) Lam W, Zhou, J. and Sheng, Z.H.: A capacity restraint transit assignment with elastic line frequency, Transportation Research, B36, 919-938, 2002.
- 7) Zhou, J., Lam, W.H.K. and Heydecker, B.G.; The generalized Nash Equilibrium Model for Oligopolistic Transit Market with Elastic Demand, Transportation Research, B39, 519-544, 2005.
- 8) Outrata, J. et al.,: Nonsmooth approach to Optimization Problems with Equilibrium Constraints, Kluwer Academic Publishers., 1998.

### 参考文献

- 1) Brander, J. and Zhang A.: Dynamic oligopoly behavior in the airline industry, International Journal of Industrial Organization, 11, 407-435, 1993.
- 2) Oum, T., Zhang, A. and Zhang, Y. : Inter-Firm Rivalry and Firm - Specific Price Elasticities in Deregulated Airline Markets, Journal of Transport Economics and Policy, 171-192, 1993.
- 3) Adler, N: Competition in a deregulated air transportation market, European Journal of Operational Research, 129, 337-345, 2001.
- 4) Takebayashi, M. and Kanafani, A.: Network Competition in Air Transportation Markets: Bi-level approach, Global Competition in Transportation Markets: Analysis and Policy Making, edited by Adib Kanafani and Katsuhiko Kuroda, Elsevier JAI, 101-120.
- 5) Bell, M.: Stochastic User Equilibrium Assignment in