

企業と家計の相互作用を考慮した始業・出発時刻均衡モデル*

A Simultaneous Equilibrium Model of Work Start Time & Departure Time Choices with Bottleneck Congestion *

佐藤慎太郎**・赤松隆***

By Shintaro SATO** and Takashi AKAMATSU***

1. はじめに

毎朝、CBD へ向かう道路では、慢性的な交通渋滞が発生している。この要因は、時間的に集中する発生交通量に対して、ボトルネック容量が制限されている点にある。しかし、TDM の観点から考えれば、この交通渋滞の根本的な要因は、企業の定める始業時間が集中している点にあるといえる。このことから従来、TDM の一環として、企業の始業時間を分散させる施策について議論がなされてきた。

家計の立場からは、交通渋滞による時間損失等の費用負担を軽減することができるので、始業時間を分散させることは望ましい。この家計のみの通勤行動を扱った既存研究としては、C.Hendrickson¹⁾がある。一方、企業の立場では、始業時間が分散すると、企業間の相互取引機会が減少し、生産性が低下するので、始業時間の分散は望ましくない。このことは企業の始業時刻選択問題を扱ったJ.V.Henderson²⁾や、鉄道通勤を対象とした奥村・小林・田中³⁾の既存研究においても指摘されている。このように、始業時間の分散によるTDM施策は、社会的には家計の通勤混雑解消と企業の実生産性低下のトレードオフ関係を内包していることがわかる。ゆえに、よりマクロな視点で、企業間の始業時間集積とボトルネック混雑の社会的是非を議論するためには、企業と家計双方の行動を合わせて考える必要がある。

本稿では、企業による始業時刻選択と、ボトルネック混雑を踏まえた家計による始業・出発時刻選択の両方を考慮したモデルを構築し、その均衡パターンについて解析する。その上で、社会的に望ましい時刻選択パターンはどのような均衡パターンであるかを明らかにする。その結果を踏まえて、現実問題との対応を考慮しつつ、効果的な通勤混雑緩和施策について検討する。

2. モデルの定式化

(1) 都市と交通条件の設定

本モデルでは、毎朝総数 N の家計が住宅地区からCBDへ自動車通勤する都市を想定する。図-1に示すように、これら家計のトリップは単一ODであり、唯一のボトルネックを通過する。このボトルネックは物理的な渋滞長を考慮しないpoint queueモデルを仮定する。ここで、家計は毎朝通勤行動を繰り返すことで、経験的に出発時刻とボトルネック流入・流出時刻の関係を把握できる。このことから、各家計はボトルネック流出時刻 t_d を選択することで、間接的に出発時刻とボトルネック流入時刻 t_a 、queuing delayも選択していると考えられる。

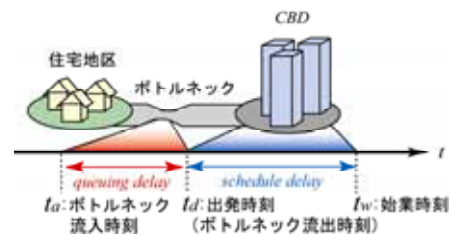


図-1 都市空間と時間軸の関係

家計の通勤費用としては、ボトルネックにおける queuing delay, q , と、CBD到着から始業までの空き時間である schedule delay, $t_w - t_d$, を、それぞれ機会費用として金額に換算した動的費用 $C_Q(q)$ と $C_S(t_w - t_d)$ を考える。 $C_Q(q)$ は q に対して線形、 $C_S(s)$ は schedule delay に対して2次関数と定義する。

$$C_Q(t_d) \equiv \gamma \cdot q(t_d) \quad (1)$$

$$C_S(t_d, t_w) \equiv \beta \cdot |t_w - t_d|^2 \quad (2)$$

ここで、 γ は q に対する時間価値パラメータであり、 β は schedule delay に対する時間価値パラメータである。

(2) 各主体の行動

同質な総数 N の家計と、一企業あたり L の家計を雇用する総数 M の企業を考える。各主体の行動を次に示す。

a) 企業の行動

企業の実生産性には、企業間での相互取引によって、正の外部性が作用すると考える。この外部性は業務を行っている企業間でのみ作用するため、始業時刻 t_w を選択した企業の実生産性は、 t_w でより多くの企業が始業しているほど高くなる。ここに企業の実生産性についての始業時

*キーワード：TDM，交通容量，始業時間集積

**学生員，東北大学大学院情報科学研究科

***正会員，工博，東北大学大学院情報科学研究科

刻集積の経済が発生する。また、生産要素投入量に対する生産額は k で一定とみなす。これらの仮定から、始業時刻集積の効果を検討した企業の生産関数 $F(t_w)$ は、次式のように定義できる。

$$F(t_w) \equiv k \left(\int_{t_0}^{t_w} m(\omega) d\omega + \int_{t_w}^T \{1 - \alpha \cdot (\omega - t_w)\} \cdot m(\omega) d\omega \right) \quad (3)$$

式(3)で、 $m(t_w)$ は始業時刻 t_w の企業数、 t_0 は最初に始業する企業の始業時刻、 T は最後に始業する企業の始業時刻である。第1項は始業時刻 t_w で既に始業している企業から作用する正の外部性であり、第2項は t_w より後から始業する企業から作用する外部性である。すなわち、始業時刻 t_w を選択する企業に対して、 t_w より後から始業する企業からの外部性は、各々の始業時間差についての割合で線形に減衰する。

この式(3)で与えられる生産性の条件下で、各企業は利潤を最大化するように始業時刻 t_w を選択する。

$$\max_{t_w} \pi(t_w) = \max_{t_w} [F(t_w) - W^*(t_w) \cdot L] \quad (4)$$

式(4)で、 $W(t_w)$ は始業時刻 t_w を選択する企業の労働者への支払い賃金、 L は一企業あたりの雇用者数である。

b) 家計の行動

式(1),(2)で与えられるqueuing delayとschedule delay費用の条件下で、各家計は次のような2段階の時刻選択行動をとる。まず、効用を最大化するように、就職先企業、すなわち始業時刻 t_w を選択し、次に通勤費用 $C_T(t_d, t_w)$ を最小化するようにボトルネック流出時刻 t_d を選択する。この選択の際に、各家計はqueuing delayを考慮してボトルネック流出時刻 t_d を選択するので、ボトルネック流入時刻 t_d も同時に選択していることになる。ここで、家計の効用関数は、合成財消費量に対して準線形な効用関数と定義することで、以下ようになる。

$$\max_{t_w} z(t_w) = \max_{t_w} [W(t_w) - C_T^*(t_w)] \quad (5)$$

$$\min_{t_d} C_T(t_d, t_w) = \min_{t_d} [C_Q\{q(t_d)\} + C_S\{s(t_d, t_w)\}] \quad (6)$$

(3) 均衡条件の定式化

本モデルにおける均衡状態とは、企業と家計が選択する始業時刻と、家計の選択する出発時刻が同時に均衡する状態である。この状態では、家計の均衡効用とボトルネックからの流出家計数、queuing delay、流入家計数が全て内生的に定まる。そこで、本節では、この均衡状態を決定するための条件を定式化する。

a) 企業の始業時刻選択についての均衡条件

均衡状態では、どの企業も始業時刻 t_w を変更しても、利潤を増加させることができない。また、完全競争下では均衡利潤 $\pi^* = 0$ となるので、式(4)から以下のように定式化される。

$$\begin{cases} F(t_w) - W^*(t_w) \cdot L = \pi^* = 0 & \text{if } m(t_w) > 0 \\ F(t_w) - W^*(t_w) \cdot L \leq \pi^* = 0 & \text{if } m(t_w) = 0 \end{cases} \quad \forall t_w \quad (7)$$

ここで、 $m(t_w)$ は始業時刻 t_w を選択する企業数である。

b) 家計の始業時刻選択についての均衡条件

均衡状態では、どの家計も始業時刻 t_w を変更してもその効用を増加させることができず、式(5)から以下のように定式化される。

$$\begin{cases} W(t_w) - C_T^*(t_w) = z^* & \text{if } \int n(t_d, t_w) dt_d > 0 \\ W(t_w) - C_T^*(t_w) \leq z^* & \text{if } \int n(t_d, t_w) dt_d = 0 \end{cases} \quad \forall t_w \quad (8)$$

c) 家計の出発時刻選択についての均衡条件

均衡状態では、どの家計も出発時刻 t_d を変更してもその通勤費用を減少させることができず、式(6)から以下のように定式化される。

$$\begin{cases} C_Q^*(t_d) + C_S^*(t_d, t_w) = C_T^*(t_w) & \text{if } n(t_d, t_w) > 0 \\ C_Q^*(t_d) + C_S^*(t_d, t_w) \geq C_T^*(t_w) & \text{if } n(t_d, t_w) = 0 \end{cases} \quad \forall t_w, t_d \quad (9)$$

ここで、 $n(t_d, t_w)$ は出発時刻 t_d 、始業時刻 t_w を選択する家計数である。

d) 労働市場での需給均衡条件

始業時刻 t_w における賃金 $W(t_w) > 0$ ならば、 t_w における労働需給の関係から、次式が成立する。

$$\begin{cases} m(t_w) \cdot L - \int n(t_d, t_w) dt_d = 0 & \text{if } W(t_w) > 0 \\ m(t_w) \cdot L - \int n(t_d, t_w) dt_d \leq 0 & \text{if } W(t_w) = 0 \end{cases} \quad \forall t_w \quad (10)$$

e) ボトルネック容量の条件

渋滞が発生している時刻 t_d では、ボトルネック流出家計数はボトルネック容量 μ に等しく、次式が成立する。

$$\begin{cases} \mu - \int n(t_d, t_w) dt_w = 0 & \text{if } C_Q(t_d) > 0 \\ \mu - \int n(t_d, t_w) dt_w \geq 0 & \text{if } C_Q(t_d) = 0 \end{cases} \quad \forall t_d \quad (11)$$

f) 主体数の保存条件

本モデルでは企業の雇用者数と家計数について、閉じた都市を考えているので、企業数 $m(t_w)$ と家計数 $n(t_d, t_w)$ について次式が成立する。

$$\int m(t_w) dt_w = M = N/L \quad (12)$$

$$\iint n(t_d, t_w) dt_w dt_d = N \quad (13)$$

以上の定式化において、ボトルネック流入家計数は明示されていないが、ボトルネックモデルの条件から内生的に求まる。具体的には、均衡通勤費用 C_T から $C_Q(q)$ と $q = C_Q^{-1}(t_d)$ を求めることで、ボトルネックモデル(FIFO条件)と整合的な流入家計数・累積流入数が定まる。

3. モデルの解析結果

前章で定式化したモデルを解析した結果、解として次の2つの時刻選択均衡パターンが存在しうることが明らかとなった。さらに、ある特定の同一条件下では、この2つの均衡パターンが同時に成立しうる複数均衡となりうることを示す。なお、ここでは紙面の都合上、均衡解の安定性についての考察は省略する。

(1) パターン1: 始業時刻が1点に集中する場合

この均衡パターンでは、全ての企業が同じ時刻($t_0=0$)に始業するため、全ての始業時刻選択パターンのなかで、企業の生産性は最大となる。一方、家計にとっては、全ての企業の始業時刻が集中しているため、ボトルネックでの通勤混雑は最も激しい状態となる。このパターンにおける家計1人当たりの均衡効用 z_1^* は、次式で与えられる。

$$z_1^* = k \frac{N}{L^2} - \frac{\beta N^2}{4\mu^2} \quad (14)$$

また、均衡状態におけるボトルネック流出数と均衡通勤費用が求めれば、均衡条件式(9)から各時刻における queuing delay とボトルネック流入数も内生的に定まる。その結果、ボトルネック混雑の時間的变化は、次の累積図で表される。

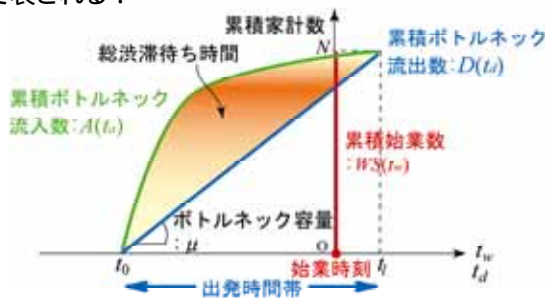


図 - 2 各均衡パターンの存在領域

(2) パターン2: 始業時刻が分散する場合

この均衡パターンでは、始業時刻が連続的に分布するので、企業の生産性は始業時間が1点に集中する場合よりも低下する。一方、家計にとっては企業の始業時刻が分散することで、ボトルネックにおける通勤混雑が緩和するため、通勤費用が減少する。このパターンにおける家計1人当たりの均衡効用 z_2^* は、次式で与えられる。

$$z_2^* = k \frac{N}{L^2} - \beta \left(\frac{L_0 m_m}{\mu} - 1 \right) \cdot \left(\frac{N}{m_m L} \right)^2 \quad (15)$$

ここで、 $m_m=2 L\mu/(2 L^2 - k\mu)$ は単位時間あたりの始業企業数であり、始業時刻によらず、その数は一定であるが、企業の始業時間差に対する生産性減衰量 や家計の schedule delay に対する時間価値、ボトルネック容量 μ 等の各パラメータによりその数は変化する。また、各時刻のボトルネック流出数と均衡通勤費用から、queuing delay, ボトルネック流入数を内生的に求めた結果、均衡状態におけるボトルネック混雑の時間的变化は、次の累積図で表される。

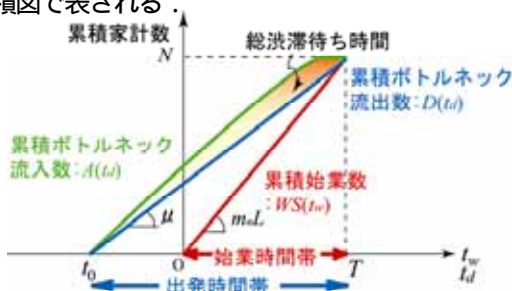


図 - 3 各均衡パターンの存在領域

(3) 均衡パターンの成立条件と複数均衡パターン

本稿で扱っている始業時間分散施策に関する議論の本質は、企業の生産性低下と、家計の通勤混雑軽減のトレードオフ関係にある。この点を考慮すると、モデルの解に大きく影響するパラメータは、企業の始業時間差に対する生産性減衰パラメータ と家計の schedule delay に対する時間価値パラメータ であることがわかる。そこで、各均衡パターンの存在領域を α - β 平面上に示すと図4のようなになる。

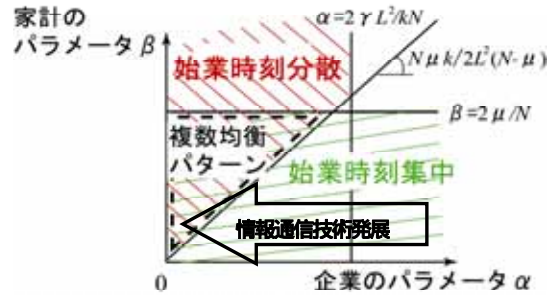


図 - 4 各均衡パターンの存在領域

図4から、始業時刻が集中する均衡パターン1は、家計の schedule delay に対する時間価値パラメータ が一定の値より小さいとき、すなわち通勤混雑に対する家計の感じる負効用が小さい条件下でのみ成立するといえる。これは、均衡パターン1は極めてボトルネック混雑が激しい均衡状態であることを意味する。また、企業の始業時間差に対する生産性減衰パラメータ はどんなに大きくても均衡パターン1は成立する。これは、均衡パターン1が企業の生産性が最大となる均衡パターンだからである。

一方、企業の始業時刻が分散する均衡パターン2は、家計の時間価値パラメータ が、企業の始業時差に対する生産性減衰パラメータ よりも相対的に大きく、かつ α が一定の値よりも小さい条件下でのみ成立するといえる。この均衡パターンでは、企業の生産性を犠牲にして、家計の通勤混雑を軽減するので、相対的に家計の時間価値が企業の生産性よりも優先する状況下でのみ、この均衡が実現することを示している。ただし、家計のパラメータ β がどんなに大きくとも、企業のパラメータ α が一定の値よりも大きい領域では、企業は生産性を低下させないように始業時間を集中しようとするので、この均衡は実現しない。

さらに図4において破線で囲まれた領域では両方の均衡パターン、すなわち複数の均衡パターンが成立することが明らかとなった。これは、企業の時間価値パラメータ α 、家計の時間価値パラメータ β がどちらも小さく、その中でも相対的に α が よりも大きい領域である。

α がそれぞれ小さい領域では、企業にとっては始業時間が分散しても生産性の低下の影響は小さく、家計にとっては、始業時刻が集中し通勤混雑が激しくなっても、感

じる負効用は小さくなる。それゆえ、この領域では企業、家計の双方の時刻選択について自由度が広がるため、複数の均衡が成立するといえる。ただし、この場合でも、企業の生産性減衰のパラメータが相対的に家計の時間価値よりも大きい領域では、企業は始業時刻を集中して、生産性を低下させないように始業時刻を選択する。

4. 厚生分析

解析の結果から明らかになった2つの均衡パターンについて、(1) 混雑料金を導入できる場合、(2) 混雑料金が導入できない場合、それぞれについて、どちらの均衡パターンが社会的に望ましいのかを明らかにする。ここで、完全競争下で企業の均衡利潤は $\pi^* = 0$ となり、企業の生産性変化による社会的余剰は、賃金を介して各家計の均衡効用に帰着する。そこで、2つの均衡パターンについて、社会経済的な効率性を評価するには、各均衡パターンの家計の均衡効用を比較すればよいことになる。

(1) 混雑料金を導入できる場合

本モデルの枠組みにおいて、社会的に First Best (家計の均衡効用が最大) となるのは、企業の生産性が最大となる始業時刻が集中した状態で、かつ家計の通勤混雑が全く発生しない状態である。この状態を達成する1つの方法として、時間に対して可変的な混雑料金を賦課する施策が考えられる。より具体的には、時間によって変わる queuing delay 費用相当の混雑料金を賦課する。そうすることで、家計の通勤費用を変化させずに、ボトルネック混雑を解消できる。その上で、料金収入を社会的に適切に還元すれば、社会的余剰は最大となる。ゆえに、このような混雑料金を導入できる場合には、始業時刻が集中した均衡パターン1の方が社会的に望ましい。

(2) 混雑料金を導入できない場合

混雑料金を導入できない場合には、各パターンの均衡効用(14),(15)を比較して、均衡効用の大きい方が社会的に望ましいことになる。式(15)から式(14)の差をとると次のようになる。

$$z_2^* - z_1^* = \beta N^2 \left(\frac{\alpha k}{2\beta L^2} - \frac{1}{2\mu} \right)^2 \geq 0 \quad (16)$$

式(16)において、家計のschedule delayに対する時間価値パラメータは非負であるので、パラメータによらず、 $z_2^* \geq z_1^*$ の関係が成立することが明らかとなった。従って、混雑料金を導入できない場合には、均衡パターン2の方が社会的に望ましい。これは、始業時刻が集中した方が企業の生産性は高くなるが、始業時間を分散させることで、企業の生産性の低下以上に、家計の通勤費用を削減できることを意味する。

5. 現実的な通勤混雑緩和施策についての考察

厚生分析の結果から、社会的に First Best な通勤混雑緩和施策は、始業時間を集中させた状態での混雑料金導入、すなわち企業の生産性を低下させないような TDM 施策であることがわかった。しかし、混雑料金の導入については、時間に対して可変的な料金徴収システムの技術的問題、料金収入の適切な還元をどうするか、そして利用者のコンセンサスが得られるかといった課題が多く、実現していないのが現状である。

一方、企業・職場におけるOA化や、情報通信技術の発展等を考慮すると、企業の始業時間分散による生産性低下の影響は小さくなると考えられる。これは、本モデルにおいては、図4でパラメータが小さい領域、すなわち複数均衡領域に状態がシフトすることを意味する。この場合には、始業時間混雑料金が導入できなくとも、次善の施策として、始業時間を分散させた均衡状態へ誘導するような TDM 施策(始業時間分散のキャンペーンや補助金交付・規制等)が有効であるといえる。

6. おわりに

本稿では、企業の始業時刻選択行動と家計の始業・出発時刻選択の双方を考慮したモデルを定式化し、それを解析することで、始業時刻が集中した均衡パターンと分散した均衡パターンの2つが存在すること、さらにはそれらが特定の同一条件下で両方成立しうること、すなわち複数均衡が存在することを明らかにした。

次に、この2つの均衡パターンの厚生分析を行い、混雑料金が導入できる場合には始業時刻が集中した均衡パターン、混雑料金が導入できない場合には始業時刻が分散した均衡パターンが社会経済的に望ましい均衡パターンであることが明らかとなった。

最後に、現実的な通勤混雑緩和についての考察を行い、混雑料金が導入できない場合には、次善の策として、始業時間を分散させる均衡へ誘導する TDM 施策が有効であることを示した。

参考文献

- 1) C.Hendrickson and G.Kocur: Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model, *Transportation Science*,15, pp.62-77,1981.
- 2) J.V.Henderson: The Economics of Staggered Work Hours, *Journal of Urban Economics*,9,pp.349-364,1981.
- 3) 奥村誠・小林潔司・田中成興: 鉄道時差出勤の社会的便益と導入インセンティブに関する分析, *応用地域学研究*4, pp.63-75,1999.