

# フレックスタイム導入下における通勤・業務交通の錯綜を考慮した最適信号制御\*

## Optimal Signal Control considering Conflict between Commuting and Business Trips under Flexible Work Hours\*

吉村 充功\*\*・奥村 誠\*\*\*

By Mitsunori YOSHIMURA\*\*・Makoto OKUMURA\*\*\*

### 1. はじめに

通勤時間帯の道路混雑問題の緩和策として、多くの都市では時差出勤やフレックスタイムといった時間分散型の交通需要管理(TDM)施策の導入が検討、実施されている。このような施策は、導入が容易なこと、即効性が期待できることといったことから、今後も多くの都市で導入が期待されている。しかしながら、これらの施策が広く導入されると、これまで通勤時間帯が終わってから発生していた業務交通の一部が通勤時間帯においても発生するようになり、通勤交通と業務交通の錯綜によりかえって混雑が悪化し、TDM施策の所期の目的が十分に発揮できない可能性がある。

この際、通勤交通が郊外から都心への交通流であるのに対し、業務交通は都心内を巡回する交通流である。この特性を鑑みると、通勤交通と業務交通の錯綜は、交差点における信号(スプリット)によって制御できる。本研究では、フレックスタイム下において、信号スプリットをパラメータと考え、その値に対応した最適な通勤交通と業務交通の発生時刻分布を求める計算方法を提案し、効率的な信号制御のあり方を明らかにすることを目的とする。

### 2. フレックスタイム制度が業務にもたらす問題

時差出勤やフレックスタイム制度の導入により、通勤交通の時間的分布が分散化し、渋滞の緩和が期待できる。この効果に着目し、鉄道や自家用車による通勤交通について、最適な発生時刻分布を求めようとする理論的研究が実施されている<sup>1),2)</sup>。しかしながら、始

業時刻の分散化は新たに2つの問題を引き起こす可能性がある。1つは他の企業との業務時間帯のずれによる業務効率の低下を嫌って、企業が制度の導入に消極的であるという問題であり、その効果を考慮した施策の導入効果分析も試みられている<sup>3),4),5)</sup>。いま1つは、業務の中には取引先等への交通を伴うものも多数含まれているため、始業時刻の変化が大きくなると業務交通の発生時間帯が通勤時間帯に重なり、業務トリップの混雑が増大するという問題である。

後者の問題は、通勤交通の円滑な処理を課題とするこれまでの都市交通計画においては看過されてきたが、業務交通は通勤交通よりも自動車分担率が高いため、道路混雑に対する影響力は大きい。もし通勤時間帯を避けて業務交通を行うとすれば、通勤時間帯が終わるまで対外的な業務を実施できず、早く出社したことが生かせないため、始業時刻を早める行動がとられなくなる可能性もある。

以上のことから、TDM 施策下における通勤交通と業務交通の時間的分布に着目し、その重なりがもたらす混雑の悪化を抑えることが必要である。本研究では、適切な信号制御を通して、フレックスタイム制度下の通勤交通と業務交通の重なりをコントロールすることを考え、通勤と業務の発生時刻に関するシステム最適解を導出する。そのためボトルネックを持つ交通の最適制御理論<sup>6)</sup>をベースとする理論モデルを提案する。さらにこれを用いて、業務実施による便益から通勤交通と業務交通の双方の交通コストを差し引いた社会的厚生水準を最大にするような信号スプリットの値を計算する。

### 3. 問題の設定とモデルの定式化

#### (1) ネットワークの設定

本研究の主題である通勤交通と業務交通の錯綜を簡潔に表現するため、図-1に示すような簡単なネット

\* キーワーズ: TDM, 交通制御, 交通容量, 交通管理

\*\* 正会員, 博(工), 日本文理大学 工学部 建設都市工学科  
(〒870-0397 大分市一木 1727, TEL: 097-524-2611,  
E-mail: yoshimuramt@nbu.ac.jp)

\*\*\* 正会員, 博(工), 広島大学大学院 工学研究科  
(〒739-8527 東広島市鏡山 1-4-1, TEL&FAX: 082-424-7827,  
E-mail: mokmr@hiroshima-u.ac.jp)

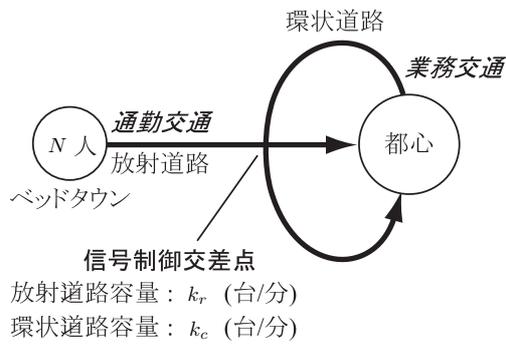


図-1 通勤・業務交通ネットワーク

ワークを想定する。全ての通勤者 ( $N$  人) は郊外のベッドタウンに住み、都心に向かう放射方向の道路を用いて通勤する。都心の従業場所に到着した通勤者はその後適当な時刻に始業し業務を開始する。この業務は一定の割合で同じ都心部にある取引先に出かけることを必要とする。

都心内で業務交通を行うための環状道路は、通勤に用いられる放射方向の道路と、都心外縁部の信号制御されている交差点で交差している。放射道路と都心環状道路は各々  $k_c$ (台/分)、 $k_b$ (台/分) の流出容量を持つため、それを越える流入があればその地点に point queue が発生する。信号スプリットの制御により 2 方向の容量は制御できるが、その総和は一定値  $K$  に制約され、また対象とする午前の通勤時間帯を通して一定の値に設定する必要があると仮定する。この交差点以外の容量は十分に大きく自由走行できるため走行時間は全ての車について一定 (= 0) と考えてよい。

## (2) 通勤不効用のモデル化

時刻  $t$  に自宅を出発した通勤者は、フレックスタイムのコアタイム開始時刻  $T$  までの  $T-t$  (分) の時間拘束される。単位時間当たりのスケジュールコストを  $c$ (円/分) とすれば、スケジュールコストは次式となる。

$$SC(t) = c(T - t) \quad (1)$$

時刻  $t$  以前に自宅を出発 (ボトルネックへ到着) する累積通勤者数を  $a(t)$  とする。また、ボトルネックを通過 (入社) した累積通勤者数を  $m(t)$  とすると、

$$\dot{m}(t) \leq k_c(t) \quad (2)$$

が成立する。ただし、 $\dot{m}(t) = dm(t)/dt$  である。

ボトルネックにおける追い越しを認めないとすると、 $i$  番目に自宅を出発する通勤者の通勤者のボトルネッ

クにおける待ち時間は  $m^{-1}(i) - a^{-1}(i)$  (分) であり、それに対する損失額  $DC(i)$  は以下ようになる。

$$DC(i) = e(m^{-1}(i) - a^{-1}(i)) \quad (3)$$

ただし  $e$ (円/分) は通勤交通の単位時間当たりのスケジュールコストである。

## (3) 業務活動のモデル化

従業者は都心の勤務先に到着後業務を開始する。業務は都心内の他の従業者との関係の上で実施されるため、時間的集積の経済性が働くことと仮定する<sup>7)</sup>。すなわち時刻  $t_w$  に始業する従業者の生産額は、ある時点で都市内で労働している従業者数  $n(\tau)$  を取り入れた瞬間的な生産関数を積分したものである。時刻  $t_w$  に始業する従業者のコアタイムまでの労働時間帯  $[t_w, T]$  における生産額  $y(t_w)$  は次式のようになる。

$$y(t_w) = \int_{t_w}^T A (Bn(\tau))^\alpha d\tau \quad (4)$$

ここで、 $A$  は生産活動の技術水準を表すパラメータであり、1つの都市内では一定値をとるとする。 $B$  は対象とするネットワークとは独立のこの都市に流入する放射状道路の数であり、 $BN$ (人) がこの都市の全従業者数である。累積始業者数  $n(t)$  と始業時刻分布  $\rho(t)$  との間に以下の関係がある。

$$\dot{n}(t) = \rho(t) \quad (5)$$

業務の遂行には時間中一定の割合  $r$  で業務交通を行うことが必要であるとする。すなわち、業務交通の累積発生率を  $u(t)$  とすると、

$$\dot{u}(t) = r n(t). \quad (6)$$

業務交通に対する交通容量から、時刻  $t$  以前にボトルネックを通過する累積業務交通量を  $v(t)$  とすると、

$$\dot{v}(t) \leq k_b(t). \quad (7)$$

ボトルネックにおける追い越しを認めないとすると、 $l$  番目に出発する業務交通のボトルネックにおける待ち時間は  $v^{-1}(l) - u^{-1}(l)$  (分) であり、それに対する損失額  $d(l)$  は以下のようになる。

$$d(l) = b(v^{-1}(l) - u^{-1}(l)) \quad (8)$$

ただし  $b$ (円/分) は業務交通の単位時間当たりのスケジュールコストである。

ここでは労働以外の生産要素を考えていないため、生産額 (4) から業務交通のスケジュールコスト (8) を差し引いた利潤がそのまま賃金として各従業者に支払われると仮定する。

#### (4) 最適通勤・業務発生時刻分布決定問題の定式化

従業者の効用を金銭単位で計測すると、生産額 (4) から業務交通のコスト (8) および通勤のスケジュールコスト (1)、ボトルネックにおける待ち時間不効用 (3) を差し引いたものとなる。それを全ての従業者について集計すると社会的厚生水準  $SW$  (9a) が得られる。そこで、最適な通勤・業務開始時刻を求める問題は  $a(t)$ ,  $\rho(t)$ ,  $k_c(t)$ ,  $k_b(t)$  を制御変数 ( $\equiv w(t)$ ) とする  $SW$  の最適化問題として、以下のように定式化できる。

$$\max_{\substack{a(t), \rho(t) \\ k_c(t), k_b(t)}} SW = \int_{T_0}^T [-\dot{m}(t)(a(t) - m(t)) - \dot{c}m(t)(T - t) + \dot{n}(t)y(t) - \dot{b}v(t)(v(t) - u(t))] dt \quad (9a)$$

$$s.t. \quad \dot{m}(t) = k_c(t) \quad (9b)$$

$$\dot{n}(t) = \rho(t) \quad (9c)$$

$$\dot{u}(t) = r n(t) \quad (9d)$$

$$\dot{v}(t) = k_b(t) \quad (9e)$$

$$\dot{y}(t) = -AB^\alpha n(t)^\alpha \quad (9f)$$

$$g_1(w(t)) \equiv a(t) - N \leq 0 \quad (9g)$$

$$g_2(w(t), x(t)) \equiv m(t) - a(t) \leq 0 \quad (9h)$$

$$g_3(w(t)) \equiv -k_c(t) \leq 0 \quad (9i)$$

$$g_4(w(t)) \equiv k_c(t) - K_c \leq 0 \quad (9j)$$

$$g_5(w(t)) \equiv -k_b(t) \leq 0 \quad (9k)$$

$$g_6(w(t)) \equiv k_b(t) - K_b \leq 0 \quad (9l)$$

$$h_1(x(t)) \equiv n(t) - m(t) \leq 0 \quad (9m)$$

$$h_2(x(t)) \equiv -n(t) \leq 0 \quad (9n)$$

$$h_3(x(t)) \equiv v(t) - u(t) \leq 0 \quad (9o)$$

$$h_4(x(t)) \equiv -v(t) \leq 0 \quad (9p)$$

$$a(T_0) = 0, m(T_0) = 0, n(T_0) = 0, \quad (9q)$$

$$u(T_0) = 0, v(T_0) = 0 \quad (9q)$$

$$\theta_1(w(T)) \equiv a(T) - N = 0 \quad (9r)$$

$$\theta_2(x(T)) \equiv m(T) - N = 0 \quad (9s)$$

$$\theta_3(x(T)) \equiv n(T) - N = 0 \quad (9t)$$

$$\theta_4(x(T)) \equiv y(T) - \int_{T_0}^T AB^\alpha n(\tau)^\alpha d\tau \Big|_{\tau=T} = 0 \quad (9u)$$

ここで、 $T_0$  は最早自宅出発時刻である。(9b)-(9f) は状態変数  $x(t) = (m(t), n(t), u(t), v(t), y(t))$  の状態拘束を表す。(9g)-(9l) は  $w(t)$  の、(9m)-(9p) は  $x(t)$  の制約条件を表し、それぞれ物理的・可能条件である。(9q) は初期条件、(9r)-(9u) は終端条件を表す。

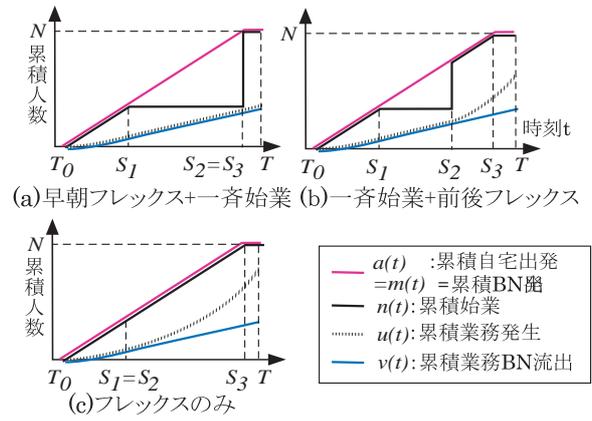


図-2 最適軌道のパターン

本問題は、制御変数  $w(t)$  に関して、汎関数 (9a)、状態拘束 (9b)-(9f) とともに線形であるため、Bang-Bang 制御となり、最適解での制御変数の取りうる値は、0 か状態制約を満たす最大値となる。

最適制御理論<sup>8)</sup>を用いて求解を行うと、 $t \in [T_0, T]$  において必要条件を満たす最適通勤・業務発生時刻分布は、a) 一部が早朝にフレックスタイム、残りが一斉始業、b) a) の一斉始業後に、さらに一部がフレックスタイム、c) 全員がフレックスタイム、の3つのパターン(図-2)に分類され、解は解析的に求めることができる。なお本問題はシステム最適問題であるため、 $a(t) = m(t)$  となり通勤混雑は発生しない。

#### 4. 数値計算例

##### (1) 最適通勤・業務発生時刻分布の数値例

以下の数値例では、係数の値を  $c = 40$ (円/分)、 $b = 50$ (円/分)、 $N = 5,000$ (人)、 $B = 10$ 、 $\alpha = 0.5$ 、 $r = 2$ (%)、コアタイム開始時刻  $T = 10:00$ 、 $A$  は全員が始業している状態で480(分)働くと20,000(円)の生産額が得られるように設定する。また、信号制御交差点の総交通容量は  $K = 100$ (台/分)とする。

図-3は、通勤交通容量を  $K_c = 65$ (台/分)、業務交通容量を  $K_b = 35$ (台/分)としたときの最適通勤・業務発生時刻分布(最適軌道)である。ボトルネック流出(出社)分布は、通勤のスケジュールコストを小さくするために、常に最大通勤交通容量  $K_c$  で流出する。このパターンでは、9:10以前に出社する通勤者は業務交通の混雑による損失がないため、出社と同時に始業するフレックスタイムを行う。9:10から9:20に出社する通勤者は、出社後すぐに始業しても、業務トリップの混雑が発生

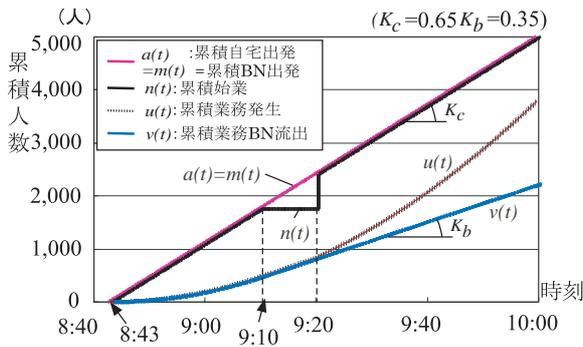


図-3 最適軌道の数値計算例

し、それに見合った生産額が得られないため、9:20まで待って一斉始業する。この時間帯の業務トリップ発生率は、業務交通容量  $K_b$  に等しいため、業務混雑は発生しない。9:20以降に出社する通勤者は、業務混雑による混雑に比して、得られる生産額が大きいため、出社と同時に始業する。

## (2) 最適信号制御の割り当て

通勤交通容量  $K_c$  (業務交通容量  $K - K_c$ ) を変化させた場合の最適解の1人あたり平均効用と項目ごとの値について図示したものが図-4である。

通勤交通容量  $K_c$  が小さいと、通勤時間帯が長くなる。そのため、業務混雑のない早くから始業し、長時間働く通勤者がいるため、得られる生産額は大きく、業務混雑も小さいが、通勤のスケジュールコストがそれ以上に大きくなる。結果として、平均効用が極端に小さく、好ましくない。

$K_c$  が大きくなると、業務交通容量  $K_b$  が小さくなるため、業務混雑が大きくなるが、通勤時間帯が短くなるため、業務コスト以上に通勤のスケジュールコストが小さくなる。結果として、平均効用は大きくなる。

この数値例では、 $K_c = 65$ (台/分)のときに、平均効用(社会的厚生水準)が最大(-528円)になる。これは、通勤交通容量を  $K_c = 65$ (台/分)、業務交通容量を  $K_b = 35$ (台/分)となるように信号スプリットを設定(図-3)することが社会的に最も望ましいことを意味する。

## 5. おわりに

本研究では、通勤交通と業務交通の時間的な錯綜がもたらす問題に着目し、与えられた信号制御のもとで最適となる通勤と業務開始時刻の分布パターンを理論的に分析できるモデルを構築し、求解を行った。さら

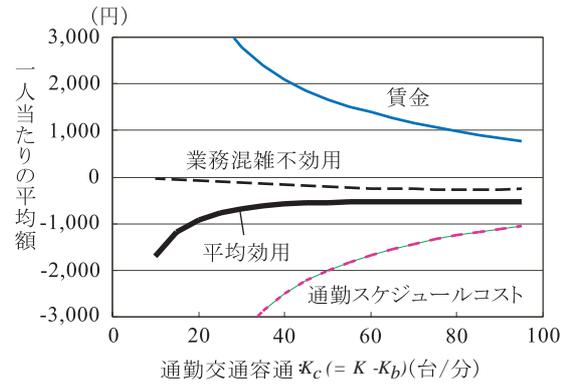


図-4 通勤交通容量と平均効用

に、数値例により、最適な状況を作り出すための信号スプリットの値を定量化できることを示した。理論的な計算のためにかかなり大胆な仮定をおいたことは否めないが、二つの交通のトレードオフと信号制御との基本的な関係を十分表現できたと考える。

本研究では、信号スプリットの値を時間軸上で連続的に動かすことは考えていない。今後このような動的な制御パターンを求解していくことが必要である。またここでは通勤交通の内部の混雑の外部性を考えないシステム最適の状況を想定して分析を行った。この解は時刻ごとに連続的に差別化されたような混雑税が付加できれば実現できる解ではあるが、現実的には実現することは困難である。現実的には少数の段階で混雑税率を切り替える状況や、このような税制のない利用者均衡条件下での分析に発展させることが必要である。

## 参考文献

- 1) 小林潔司・奥村誠・永野光三：鉄道通勤交通における出発時刻分布に関する研究, 土木計画学研究論文集, No.14, pp.895-906, 1997.
- 2) 赤松隆・早崎俊和・前田祐希：道路交通における通勤混雑緩和のための最適勤務開始時刻分布, 土木計画学研究・論文集, No.16, pp.979-989, 1999.
- 3) 文世一・米川誠：フレックスタイムが交通混雑に及ぼす影響, 日交研シリーズ A-260, 日本交通政策研究会, 1999.
- 4) 吉村充功・奥村誠：鉄道通勤における最適フレックスタイムパターンの研究, 土木計画学研究・論文集, Vol.18, No.5, pp.779-786, 2001.
- 5) 吉村充功・奥村誠：自動車・鉄道の分担を考慮したフレックスタイム制度下の最適通勤・始業時刻分布の分析, 土木計画学研究・論文集, Vol.20, No.4, pp.903-912, 2003.
- 6) Yoshimura, M. and Okumura, M.: Optimal commuting and work start time distribution under flexible work hours system on motor commuting, to be presented in EASTS, Hanoi, 2001.
- 7) Henderson, J.V.: The economics of staggered work hours, Journal of Urban Economics, Vol.9, pp.349-364, 1981.
- 8) 志水清孝：最適制御の理論と計算法, コロナ社, pp.54-104, 1994.