

AHPを適用した通学バス利用意識調査*

Research for User Perception of School Bus by AHP*

杉浦伸**・木下栄蔵***

By Shin SUGIURA**・Eizo KINOSHITA***

1. はじめに

近年、オペレーションズ・リサーチや土木計画などの計画手法適用の場で Analytic Hierarchy Process^{1)・7)}がよく利用されている。AHP は、定量的な問題だけでなく定性的な事物をも対象とし、あいまいかつ複雑な状況における意思決定を人々の主観や経験を上手に利用することで解決へと導く問題解決型の意思決定支援モデルである。

AHP の中でも、ここ十数年来の理論的研究や応用例により、特徴を持ったモデルが複数提案されている。本稿では、AHP を通学バスの利用意識調査に適用した事例を紹介する。本稿では、従来から利用されている基本的な AHP である“従来型 AHP”と、AHP の発展モデルである“ANP^{6)・9)}”，さらに AHP とは異なる視点を持つ“重み一斉法^{7)・10)}”，さらにその発展モデルである“総合評価値一斉法¹²⁾”の4つのモデルの構造とその適用例を示す。

2. AHP^{1)・7)}の概要

まず本章では基本となる AHP^{1)・7)}の概要について述べる。

AHP とは Analytic Hierarchy Process の略であり、1970年代にアメリカ人 OR 学者 T.L.Saaty によって開発された意思決定システムである。AHP は人間の主観的評価を基本とし、様々な問題を数学的手法により解決へと導く手法である。

AHP の最大の特徴は評価基準や代替案の総当り的な一対比較を行うことにある。そして、その一対比較行列から各要素の重要度を導出するのである。

つまり、比較する要素の一対比較表を作成し、行におけるある要素が列におけるある要素と比較してどれくらい重要であるかを、数値を用いて表現することにある。

*キーワード：計画基礎論，計画手法論

**学生員，都市情報学，名城大学大学院都市情報学研究科
(岐阜県可児市虹ヶ丘四丁目三番地の三，
TEL:0574-69-0100，E-mail:p0481003@urban.meijo-u.ac.jp)

***正員，工博，名城大学都市情報学部都市情報学科
(岐阜県可児市虹ヶ丘四丁目三番地の三，
TEL:0574-69-0100，E-mail:kinoshit@urban.meijo-u.ac.jp)

そのプロセスは、解決すべき問題を総合目的、評価基準、代替案の3段階に分け、階層構造を構築する。ただし、階層構造の最上段には1つの要素からなる総合目的を置き、それより下のレベルに評価基準を置く。評価基準はいくつかの階層に分割され、また個別に親子関係を構築することもある。最後に、最下層に代替案を置く。階層図の構造を例に示すと図-1のようになる。

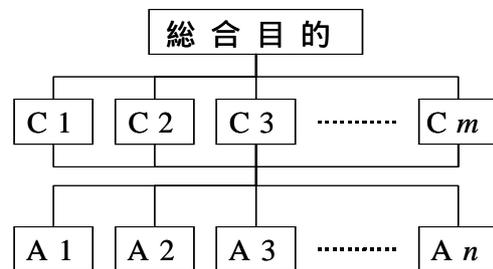


図-1 階層構造

つづいて要素間の重み付けを行う。つまり、評価基準同士の一対比較、さらにある評価基準のもとでの代替案同士の一対比較を行うのである。この一対比較には表-1に示した尺度を用いる。

表-1 重要性の尺度

重要性の尺度	定義
1	同じくらい重要 (equal importance)
3	少し重要 (weak importance)
5	かなり重要 (strong importance)
7	非常に重要 (very strong importance)
9	きわめて重要 (absolute importance)

仮に一対比較の中に n 個の比較要素がある場合、意思決定者は、 nC_2 回の一対比較を行うことになる。

そしてこの一対比較行列の最大固有値に対する固有ベクトルを評価要素の重みとする。

各レベルの要素間の重みを計算し、この結果を用いて階層全体の重み付けを行う。これにより、総合目的に対する各代替案の優先順位が決定される。

総合目的の下にある評価基準の重みを次々と計算し、代替案のすぐ上の評価基準の重みを W とし、代替案に直

接かかる各評価基準からの各代替案の評価値 M とすると
 総合評価値 E は

$$E = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = M \cdot W \quad (1)$$

として得られる。

3. 調査の概要

本章では通学バス利用調査についての概要を述べる。

AHP を適用するために、総合目的を「効率的なバスの運行」とし、評価基準を 2 つ、「利便性」、「費用負担」とした。そして、代替案は 3 つ、「バスの本数増加」、「現状維持」、「バスの本数減少」に設定した。本調査における AHP の階層図を図 - 2 に示す。

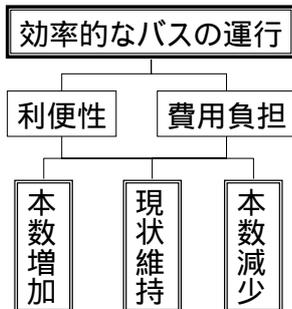


図 - 2 通学バス利用調査の階層図

つまり、代替案「バスの本数増加」、「現状維持」、「バスの本数減少」は評価基準「利便性」と「費用負担」のもとに評価されることを意味している。

通学バスの利用調査には、利用者へのアンケートを実施した。図 - 3 に調査に使用したアンケートを示す。

被験者は通学バスを利用する可能性のある学生を無作為に抽出し、32 名に回答してもらった。アンケート結果による評価基準の重みと各代替案の評価の結果を図 - 4、図 - 5 に示す。

図 - 4 における、本数増加、現状維持、本数減少の 3 つの項目は、アンケート Q 1 におけるバスをよく利用する人、時々利用する人、ほとんど利用しない人の個別の評価基準を表したものである。この、代替案ごとに区別した評価基準については 5 章の ANP、6 章の重み一斉法、7 章の総合評価値一斉法を用いた際に利用する。AHP は、CVM やコンジョイント分析などの手法に比べアンケートが設計しやすく、複雑な計算も少ないため、その点で有効性が高いと考えられる。

図 - 3 調査に使用したアンケート

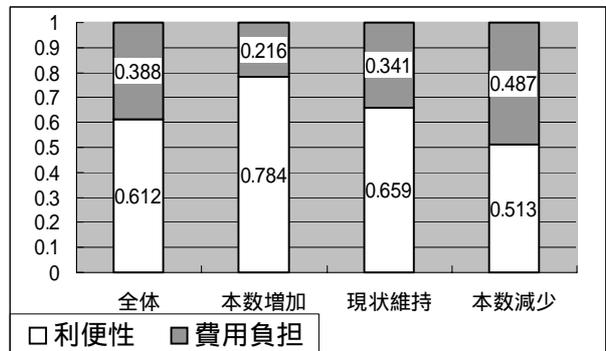


図 - 4 評価基準の重み

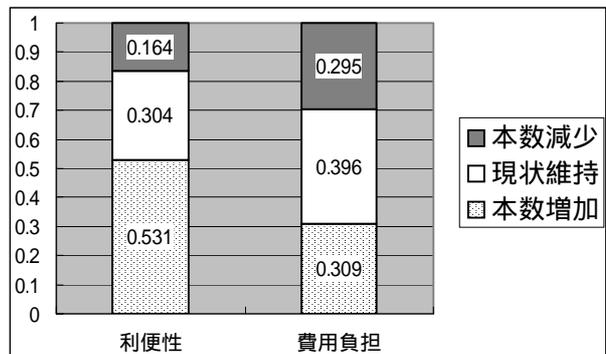


図 - 5 評価基準ごとの代替案の評価値

4. 従来型 AHP¹⁾⁻⁷⁾を用いた結果

本章では、アンケート調査によって得られた結果の従来型 AHP による決定を示す。2 章でも説明したように、AHP による代替案の選定は評価基準の重みと評価基準における代替案の評価値の加法和によって導かれる。図 - 4 より、評価基準の重み W は、(2) 式となる。

$$W^T = (0.612, 0.388) \quad (2)$$

そして、図 - 5 より代替案の評価値 M は(3)式となる。

$$M = \begin{bmatrix} 0.531 & 0.309 \\ 0.304 & 0.396 \\ 0.164 & 0.295 \end{bmatrix} \quad (3)$$

したがって、代替案の選定順位は

$$E = M \cdot W = \begin{bmatrix} 0.531 & 0.309 \\ 0.304 & 0.396 \\ 0.164 & 0.295 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.612 \\ 0.388 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.445 \\ 0.340 \\ 0.215 \end{bmatrix} \quad (4)$$

となり、バスの本数増加 (0.445) > 現状維持 (0.340) > バスの本数減少 (0.215) の順序になるのである。

5. ANP⁶⁾⁻⁹⁾を用いた結果

本章では AHP の発展モデルである ANP を用いた通学バス利用調査の結果について述べる。

従来型 AHP は AHP の中でも最も基本的なモデルである。総合目的、評価基準、代替案の関係は、常に代替案が評価基準からの評価、つまり規制を受けている一方向的な意思決定メカニズムになっている。しかし、現実の意思決定場面には様々な状況が存在し、従来型の AHP のみでは対応しきることは困難である。そこで Saaty は AHP を拡張し、ANP と呼ばれる新しい AHP のモデルを提案している。ANP はそれまで代替案が評価基準から受けている評価に加え、代替案そのものにも評価基準への影響として規制が加わったものである。ANP の概念図を図 - 6 に示す。



図 - 6 ANP の概念図

代替案が評価値を規制されると言われると、理解しに

くいかも知れないが、選定される代替案にも評価基準の重みの配分に影響を与える局面が存在するということである。代替案ごとの評価基準における重みの違いとは、例えば製品開発において価格と機能という評価基準を考えたときに、A 製品はとにかく価格にのみ重点をおき開発がなされ、B 製品は高価格になろうとも機能を重視し開発がなされたとすると、A 製品と B 製品には評価をする以前に評価基準の比較の段階で両者に違いがあることになり、その決定が困難となる。一方向的な意思決定でなく、このような代替案から評価基準への影響を考慮したモデルが ANP である。

ANP は、評価基準の重みと代替案の評価値による行列を収束するまで何度も掛け合わせるにより結果を導出するのが最大の特徴である。代替案からの規制を受けた評価基準の重みを W とし、代替案の評価値を M とする。 W, M は列和が 1 であり、 E を(5)式のように表現する。

$$E = \begin{matrix} & \text{評価基準} & \text{代替案} \\ \text{評価基準} & \begin{bmatrix} 0 & W \end{bmatrix} \\ \text{代替案} & \begin{bmatrix} M & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5)$$

E は各列の縦の和が 1 となる推移確率行列でその無限大乗は(6)式における E^* に収束する。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E^{2k+1} = E^* \quad (6)$$

つまり、 E^* は E と同じ形の行列として収束し、

$$E^* = \begin{matrix} & \text{評価基準} & \text{代替案} \\ \text{評価基準} & \begin{bmatrix} 0 & W^* \end{bmatrix} \\ \text{代替案} & \begin{bmatrix} M^* & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (7)$$

となるのである。

さて ANP を通学バス利用調査に適用させるにあたり、代替案ごとの評価基準の重みが必要になる。そのため、本調査ではバスをよく利用する人、時々利用する人、ほとんど利用しない人によって 3 つの代替案「バスの本数増加」、「現状維持」、「バスの本数減少」の立場とし、評価基準への重みを表明してもらいそれを各評価基準の重みとして採用した。その結果が図 - 4 である。つまり、図 - 4 における本数増加の評価基準の重みはバスをよく利用する人の視点を反映したものであり、現状維持、本数減少の結果はそれぞれ「現状維持」、「バスの本数減少」からの視点を表現している。そして、この場合の評価基準の重みである W は、

$$W = \begin{bmatrix} 0.784 & 0.659 & 0.513 \\ 0.216 & 0.341 & 0.487 \end{bmatrix} \quad (8)$$

となる。 M に関しては(3)式の従来型 AHP と同じ評価値を用いる。すなわち、 M は

$$M = \begin{bmatrix} 0.531 & 0.309 \\ 0.304 & 0.396 \\ 0.164 & 0.295 \end{bmatrix} \quad (9)$$

である．以上から E は

$$E = \begin{bmatrix} 0 & W \\ M & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.784 & 0.659 & 0.513 \\ 0 & 0 & 0.216 & 0.341 & 0.487 \\ 0.531 & 0.309 & 0 & 0 & 0 \\ 0.304 & 0.396 & 0 & 0 & 0 \\ 0.164 & 0.295 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

となる．(10) 式の E の無限列は収束して (11) 式となる．

$$E^* = \begin{bmatrix} 0 & W^* \\ M^* & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.688 & 0.688 & 0.688 \\ 0 & 0 & 0.312 & 0.312 & 0.312 \\ 0.462 & 0.462 & 0 & 0 & 0 \\ 0.333 & 0.333 & 0 & 0 & 0 \\ 0.205 & 0.205 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

そして，(11) 式から，代替案はバスの本数増加 (0.462) > 現状維持 (0.333) > バスの本数減少 (0.205) の順序になるのである．

さて，実は従来型 AHP は ANP に内包されており，従来型の AHP における加法和の演算は ANP の演算でも行うことができる．つまり，(2) 式，(3) 式の結果をそれぞれ W に代入すると，

$$E = \begin{bmatrix} 0 & W \\ M & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.612 & 0.612 & 0.612 \\ 0 & 0 & 0.388 & 0.388 & 0.388 \\ 0.531 & 0.309 & 0 & 0 & 0 \\ 0.304 & 0.396 & 0 & 0 & 0 \\ 0.164 & 0.295 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

となり，その無限列は収束し，(13) 式になる．

$$E^* = \begin{bmatrix} 0 & W^* \\ M^* & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.612 & 0.612 & 0.612 \\ 0 & 0 & 0.388 & 0.388 & 0.388 \\ 0.445 & 0.445 & 0 & 0 & 0 \\ 0.340 & 0.340 & 0 & 0 & 0 \\ 0.215 & 0.215 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

そして，従来型の AHP の結果であるバスの本数増加 (0.445) > 現状維持 (0.340) > バスの本数減少 (0.215) が導出でき，従来型 AHP の演算が ANP でも行えることがわかる．

6. 重み一斉法⁷⁾⁻¹⁰⁾を用いた結果

前章までに，従来型 AHP と ANP を用いた場合における通学バス利用調査の代替案の選定結果を説明した．本章では，重み一斉法⁷⁾⁻¹⁰⁾を適用した通学バス利用調査の代替案の選定結果を示す．Saaty は従来型 AHP から ANP へとそのモデルを発展させている．意思決定の構造が一方向的な従来型 AHP だけでは対応できないため，それに答えるのが代替案から評価基準への規制を行う新しいモデルが ANP であった．ANP では導出方法が無限大乗の積をとるという行列演算を行うのに対し，重み一斉法は演算の方法が ANP とは異なる構造をしている．ただし，重み一斉法も ANP 同様に代替案がそれぞれ評価基準への重みの配分に対して視点を持っている，という点で同じである．重み一斉法は木下・中西¹⁰⁾によって提案されたモデルであり，もともと「一斉法」という名で提案されたが，「一斉法」とは別のモデルとして「評価値一斉法」が杉浦・木下¹¹⁾によって提案され，その論文の中で評価値一斉法と従来の「一斉法」を区別するために重み一斉法と呼んでいる．そのため現在では両者を区別するために従来の「一斉法」は重み一斉法と呼ばれている．

重み一斉法についてはすでにいくつかの一般式や数学的説明が木下・中西⁷⁾⁻¹⁰⁾，高橋⁹⁾によりなされている．まずその一般式を説明する．分かりやすさの点から，本稿では高橋⁹⁾の提案した一般式を引用する．評価基準 A, B とし，代替案を X, Y, Z とする．代替案の評価値を (14) 式，代替案ごとの評価基準の重みを (15) 式，そして重み一斉法の導出式を (16) 式のように表現する．

$$M = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \\ u_{31} & u_{32} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\hat{w}_{ij}(k) = \frac{u_{ji}}{u_{ki}} \cdot w_{ik} \quad (16)$$

$$(k = 1, 2, 3; i = 1, 2; j (\neq k) = 1, 2, 3)$$

ここで、ある代替案についての評価基準の重みを全体で 1 に正規化しなければならないが、(16) 式で導出された重みは正規化されていないため、

$$\hat{w}_{1j}(1) = \frac{u_{j1}}{u_{11}} \cdot w_{11} \quad (17)$$

$$\hat{w}_{2j}(1) = \frac{u_{j2}}{u_{12}} \cdot w_{21} \quad (18)$$

として重みを導出し、

$$\hat{w}'_{1j}(1) = \frac{u_{j1}}{u_{11}} \cdot w_{11} / \left(\frac{u_{j1}}{u_{11}} w_{11} + \frac{u_{j2}}{u_{12}} w_{21} \right) \quad (19)$$

$$\hat{w}'_{2j}(1) = \frac{u_{j2}}{u_{12}} \cdot w_{21} / \left(\frac{u_{j1}}{u_{11}} w_{11} + \frac{u_{j2}}{u_{12}} w_{21} \right) \quad (20)$$

として、全体で正規化しなければならない。以上のことから重み一斉法は、まず評価基準 (A, B) に対する重要度の w_{1j}, w_{2j} を初期値とする。

そして、代替案 X を支配代替案とした場合の服従代替案 Y, Z の評価基準 (A, B) に対する評価値の重みを (16) 式にしたがって求め、正規化し、同様に代替案 Y, Z を支配代替案とした場合の服従代替案の評価基準 (A, B) に対する評価値の重みを (16) 式にしたがって求め、正規化する。

各支配代替案のもともとの評価基準の重みと他の代替案から導出された、それぞれの代替案の視点を持った評価基準の重みを合計し、導出された評価基準を列に関して平均した値を新たな重みとして得る。

$$w'_{11} = \frac{w_{11} + \hat{w}'_{11}(2) + \hat{w}'_{11}(3)}{3} \quad (21)$$

$$w'_{21} = \frac{w_{21} + \hat{w}'_{21}(2) + \hat{w}'_{21}(3)}{3} \quad (22)$$

$$w'_{12} = \frac{w_{12} + \hat{w}'_{12}(1) + \hat{w}'_{12}(3)}{3} \quad (23)$$

$$w'_{22} = \frac{w_{22} + \hat{w}'_{22}(1) + \hat{w}'_{22}(3)}{3} \quad (24)$$

$$w'_{13} = \frac{w_{13} + \hat{w}'_{13}(1) + \hat{w}'_{13}(2)}{3} \quad (25)$$

$$w'_{23} = \frac{w_{23} + \hat{w}'_{23}(1) + \hat{w}'_{23}(2)}{3} \quad (26)$$

この列において平均した評価基準の重みが一つ前のステップで導出した重みと一致したときにステップを終了する。上に挙げた (21) ~ (26) 式による流れを示したのが表 - 2 である。

表 - 2 重み一斉法の流れ

	w_{11}	w_{21}	w_{12}	w_{22}	w_{13}	w_{23}
			$\hat{w}'_{12}(1)$	$\hat{w}'_{22}(1)$	$\hat{w}'_{13}(1)$	$\hat{w}'_{23}(1)$
step	$\hat{w}'_{11}(2)$	$\hat{w}'_{21}(2)$			$\hat{w}'_{13}(2)$	$\hat{w}'_{23}(2)$
↓	$\hat{w}'_{11}(3)$	$\hat{w}'_{21}(3)$	$\hat{w}'_{12}(3)$	$\hat{w}'_{22}(3)$		
	w'_{11}	w'_{21}	w'_{12}	w'_{22}	w'_{13}	w'_{23}
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

つまり、各列は下に向かって導出されていき、行の区切りで上の列の平均をして新たなステップの値を導出している。

さて、重み一斉法において最も重要なことは、収束した評価基準の値そのものでなく、支配代替案とした代替案の評価値を 1 とした評価値と収束した評価基準の重みをかけた値を正規化すると一致するという点である。

つまり、ある評価値 M と評価基準の重み w が (14)、(15) 式のように定義され、重み一斉法によってその評価基準の重みが (27) 式のように収束したとする。

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} \bar{w}_{11} & \bar{w}_{12} & \bar{w}_{13} \\ \bar{w}_{21} & \bar{w}_{22} & \bar{w}_{23} \end{bmatrix} \quad (27)$$

さらに、 M_X, M_Y, M_Z を (28)、(29)、(30) 式のように表現する。

$$M_X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ u_{21}/u_{11} & u_{22}/u_{12} \\ u_{31}/u_{11} & u_{32}/u_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{w}_{11} \\ \bar{w}_{21} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$M_Y = \begin{bmatrix} u_{11}/u_{21} & u_{12}/u_{22} \\ 1 & 1 \\ u_{31}/u_{21} & u_{32}/u_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{w}_{12} \\ \bar{w}_{22} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$M_Z = \begin{bmatrix} u_{11}/u_{31} & u_{12}/u_{32} \\ u_{21}/u_{31} & u_{22}/u_{32} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{w}_{13} \\ \bar{w}_{23} \end{bmatrix} \quad (30)$$

すると M_X, M_Y, M_Z は正規化すると全て同一の値となり、最終的な総合評価値は一定となり最終的な決定が下されるのである。

さて、重み一斉法を適用した通学バスの代替案の選定結果を示す。評価値 M 、代替案ごとの評価基準の重み W を図 - 4、図 - 5 から 5 章における ANP と同様の値を用いる。すなわち、

$$M = \begin{bmatrix} 0.531 & 0.309 \\ 0.304 & 0.396 \\ 0.164 & 0.295 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$W = \begin{bmatrix} 0.784 & 0.659 & 0.513 \\ 0.216 & 0.341 & 0.487 \end{bmatrix} \quad (32)$$

である。重み一斉法の演算結果を表 - 3 に示す。

表 - 3 重み一斉法による結果

	本数増加		現状維持		本数減少	
	利便性	費用負担	利便性	費用負担	利便性	費用負担
	0.784	0.216	0.659	0.341	0.513	0.487
			0.619	0.381	0.541	0.459
	0.812	0.188			0.584	0.416
	0.765	0.235	0.593	0.407		
	0.787	0.213	0.624	0.376	0.546	0.454
			0.623	0.377	0.545	0.455
	0.787	0.213			0.546	0.454
	0.788	0.212	0.624	0.376		
	0.787	0.213	0.624	0.376	0.546	0.454
			0.624	0.376	0.546	0.454
	0.787	0.213			0.546	0.454
	0.787	0.213	0.624	0.376		
	0.787	0.213	0.624	0.376	0.546	0.454

表 - 3 から得られた収束した評価基準の重みと代替案の評価値を各代替案の評価値が 1 となるように変化させた行列との積をとる。

$$M_{\text{増加}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.573 & 1.282 \\ 0.31 & 0.955 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.787 \\ 0.213 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.724 \\ 0.447 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$M_{\text{維持}} = \begin{bmatrix} 1.745 & 0.78 \\ 1 & 1 \\ 0.54 & 0.745 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.624 \\ 0.376 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.382 \\ 1 \\ 0.617 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$M_{\text{減少}} = \begin{bmatrix} 3.23 & 1.047 \\ 1.851 & 1.342 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.546 \\ 0.454 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.238 \\ 1.62 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

そして、(33)、(34)、(35) 式における評価値をそれぞれ正規化すると、総合評価値は $E^T = (0.461, 0.333, 0.206)$ となり、バスの本数増加 (0.461) > 現状維持 (0.333) > バスの本数減少 (0.206) の順序になっていることがわかる。この結果は、ANP の結果とほぼ同じ値であり、従来型 AHP の結果との差もわずかである。ANP の結果と重み一斉法の結果は非常に近い値が導出されることが指摘されているが、現在のところ両者の厳密な関係は明らかになっていない。

7. 総合評価値一斉法¹²⁾を用いた結果

前章において重み一斉法を用いた結果を示した。ところで、5 章の ANP を用いた結果において従来型 AHP の結果が ANP の演算で実行可能であること示した。つまり、広義の意味で従来型 AHP は ANP に内包されているのである。それと同様に、重み一斉法も総合評価値一斉法¹²⁾に内包され、その要素となっている。本章では、総合評価値一斉法を用いた結果を示す。まず、総合評価値一斉法の構造について記述し、その後本事例に当てはめる。評価基準 n 個、代替案を m 個とする。各評価基準の下での代替案の評価値を

$$M = \begin{bmatrix} U_{11} & \cdots & U_{1j} & \cdots & U_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ U_{i1} & \cdots & U_{ij} & \cdots & U_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ U_{m1} & \cdots & U_{mj} & \cdots & U_{mn} \end{bmatrix} \quad (36)$$

と表現する。総合評価値一斉法も重み一斉法と同様に代替案ごとに評価基準の重みの配分に違いがあるという視点に立つため、評価基準の重みベクトルを

$$W = (W_1, \dots, W_j, \dots, W_m) \quad (37)$$

と表現する。このときの W_j は代替案 j からの評価基準の重みである。そして、代替案 j の評価基準の重み W_j には評価基準 n 個分の重みが含まれているため、

$$W_j = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (38)$$

と表現できる。ただし、評価基準の重みは全体で 1 となるため、 $w_k = 1$ である。つづいて、評価単価比マト

リックスとして (39) 式のような演算を行う。

$$M^j = M \cdot \begin{bmatrix} 1/U_{j1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1/U_{jn} \end{bmatrix} \quad (39)$$

つまり, (39) 式は最初に与えられた代替案の評価値から代替案 j を視点とし, 言い換えると代替案 j の評価値を 1 にするような演算を行っているのである。

そして, 導出式として

$$E_1^j = M^j \cdot W_j = M \cdot \begin{bmatrix} 1/U_{j1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1/U_{jn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} u_1^j \\ \vdots \\ u_m^j \end{bmatrix} \quad (40)$$

として初期値を得る。ここで, (40) 式における初期値は代替案の数 m だけ存在するため, 全体で平均し新たに

$$E_2^j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \frac{E_1^j}{u_k^j} \quad (41)$$

が導出される。同様にして,

$$E_{n+1}^j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \frac{E_n^j}{u_k^j} \quad (42)$$

となる。そして, ステップを繰り返し $E_{n+1}^j = E_n^j$ とな

ったとき演算は収束となる。そして, 収束した E_{n+1}^j から,

$$E_{n+1}^j = \begin{bmatrix} u_1^j \\ \vdots \\ u_m^j \end{bmatrix} \quad (43)$$

が導かれ, 最終的な総合評価値 E は (43) 式を正規化し,

$$E = \frac{u_k^j}{\sum_{k=1}^m u_k^j} \quad (44)$$

として得ることができる。つまり, 総合評価値一斉法では最終的に収束した値は各代替案の評価値を 1 とする評価値が代替案の総数である m だけ存在する。しかし, それらはいずれも正規化することにより, 唯一の総合評価値として導出できるのである。

さて, 総合評価値一斉法を適用した通学バス代替案の選定結果を示す。重み一斉法の場合と同様に図 - 4, 図 - 5 から代替案の評価値 M , 評価基準の重み W はそれぞれ,

$$M = \begin{bmatrix} 0.531 & 0.309 \\ 0.304 & 0.396 \\ 0.164 & 0.295 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$W = \begin{bmatrix} 0.784 & 0.659 & 0.513 \\ 0.216 & 0.341 & 0.487 \end{bmatrix} \quad (46)$$

となる。つづいて, 各代替案の評価単価比マトリックスはそれぞれ,

$$M^{\text{増加}} = \begin{bmatrix} 0.531 & 0.309 \\ 0.304 & 0.396 \\ 0.164 & 0.295 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/0.531 & 0 \\ 0 & 1/0.309 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.573 & 1.282 \\ 0.31 & 0.955 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$M^{\text{維持}} = \begin{bmatrix} 0.531 & 0.309 \\ 0.304 & 0.396 \\ 0.164 & 0.295 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/0.304 & 0 \\ 0 & 1/0.396 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1.745 & 0.78 \\ 1 & 1 \\ 0.54 & 0.745 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$M^{\text{減少}} = \begin{bmatrix} 0.531 & 0.309 \\ 0.304 & 0.396 \\ 0.164 & 0.295 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/0.164 & 0 \\ 0 & 1/0.295 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 3.23 & 1.047 \\ 1.851 & 1.342 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

となる。実はこの評価単価比マトリックスは重み一斉法において最後に総合評価値を導出する際に各代替案の評価値を 1 とする評価値として導出した行列そのものなのである。重み一斉法では収束した評価基準の重みと評価単価比マトリックスとの積を最後に行ったが総合評価値一斉法は最後に行うのではなく演算の過程に評価基準の不安定さ, つまり代替案ごとの評価基準のずれを内包しているのである。

さて、代替案ごとの導出初期値は、

$$E_1^{\text{増加}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.573 & 1.282 \\ 0.31 & 0.955 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.784 \\ 0.216 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.726 \\ 0.449 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$E_1^{\text{現状}} = \begin{bmatrix} 1.745 & 0.78 \\ 1 & 1 \\ 0.54 & 0.745 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.659 \\ 0.341 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.416 \\ 1 \\ 1.61 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$E_1^{\text{減少}} = \begin{bmatrix} 3.23 & 1.047 \\ 1.851 & 1.342 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.513 \\ 0.487 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.167 \\ 1.604 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (52)$$

となる。(50) ~ (52) 式の導出初期値から総合評価値一斉法が収束するまでの過程を示したのが表 - 4 である。

表 - 4 総合評価値一斉法の結果

step1	1	1.416	2.167	step2	1	1.381	2.238
	0.726	1	1.604		0.724	1	1.62
	0.449	0.61	1		0.447	0.617	1
		1.377	2.227			1.381	2.237
		1	1.617			1	1.62
		0.618	1			0.617	1
	1		2.227	1		2.238	
	0.706		1.617	0.724		1.621	
	0.431		1	0.447		1	
	1	1.351		1	1.381		
	0.741	1		0.724	1		
	0.461	0.623		0.447	0.617		
	1	1.381	2.238	1	1.381	2.238	
	0.724	1	1.62	0.724	1	1.62	
	0.447	0.617	1	0.447	0.617	1	

表 - 4 の結果から step3 の導出において演算は収束し、評価値として、

$$E_{\text{本数増加}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.724 \\ 0.447 \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$E_{\text{維持維持}} = \begin{bmatrix} 1.382 \\ 1 \\ 0.617 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$E_{\text{本数減少}} = \begin{bmatrix} 2.238 \\ 1.62 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (55)$$

が得られる。(53), (54), (55) 式を正規化するといずれも

$$E^T = (0.461, 0.333, 0.206) \text{ となり, バスの本数増加}$$

(0.461) > 現状維持 (0.333) > バスの本数減少 (0.206) の順序になっていることがわかる。

そして、これら総合評価値一斉法で得られた結果は6章の重み一斉法を用いた結果と完全に一致していることが分かる。

さて、重み一斉法と総合評価値一斉法は同じ値を得るためどちらの手法を用いても結果は同じであるが、総合評価値一斉法の方が多くの点で有効である。AHPに求められるのは、合理的な意思決定支援である。そのため、AHPを使用する意思決定者が必要としているのは最終的な代替案の優先度である総合評価値である。そのため、重み一斉法の演算のようにまず評価基準の重みを収束させ、その後その収束した評価基準の重みと評価単価比マトリックスの積を求め、それを正規化するのは手間がかかる上に演算が複雑である。一方、総合評価値一斉法では導出初期値の中に評価基準の重みの不安定さを内包してしまうため、演算の過程で出現する評価値は最終的な総合評価値に直結し、優先順位が判明しやすく最後に正規化を行えばよい。また、演算そのものも重み一斉法に比べると簡便である。さらに、演算の最初から最後まで評価基準の重みが存在し続けるのはかえって情報の増加や混乱を引き起こし、負担となるため決定にゆがみが起こる原因ともなる。以上の理由から、実際に適用する際は総合評価値一斉法を用いるのが有効である。

8. 感度分析¹³⁾

前章までに、従来型 AHP, ANP, 重み一斉法および総合評価値一斉法を用いた通学バスの代替案選定結果を示した。そして値はそれぞれ異なっているが選好順序は全てバスの本数増加 > 現状維持 > バスの本数減少であった。従来型の AHP, ANP, 重み一斉法の結果を表 - 5 に示す。

表 - 5 代替案の選好結果

	従来型 AHP	ANP	重み一斉法 総合評価値一斉法
本数増加	0.445	0.462	0.461
現状維持	0.340	0.333	0.333
本数減少	0.215	0.205	0.206
選定順序	本数増加 > 現状維持 > 本数減少		

さて、あるモデルにより得られた結果を総合的に分析するには感度分析を行うことが有効となる。感度分析を行うと代替案の選定順序が入れ替わるためには評

価基準の配分がどのような配分であれば良いかがわかる。つまり、利便性、費用負担の評価基準をそれぞれ t_1 , t_2 とすると、

$$E(t) = \begin{bmatrix} 0.531 \\ 0.304 \\ 0.164 \end{bmatrix} t_1 + \begin{bmatrix} 0.309 \\ 0.396 \\ 0.295 \end{bmatrix} t_2 \quad (56)$$

と表現できる。まず、(56)式から評価基準の重み t_1 , t_2 がどのように変化してもバスの本数減少は常に最下位に位置することがわかる。一方、バスの本数増加と現状維持の入れ替えの起こる範囲は、

$$\begin{aligned} \max . \quad & t_1 \\ \text{s.t.} \quad & 0.531t_1 + 0.309t_2 \leq 0.304t_1 + 0.396t_2 \\ & t_1 + t_2 = 1, t_1, t_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \min . \quad & t_1 \\ \text{s.t.} \quad & 0.531t_1 + 0.309t_2 \leq 0.304t_1 + 0.396t_2 \\ & t_1 + t_2 = 1, t_1, t_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (58)$$

の最適値によって与えられる。(57), (58)式の最適値を求めると $0 \leq t_1 \leq 0.277$ の範囲、すなわち利便性の評価基準が 0.277 より小さいとき、つまり費用負担の評価基準を強く重視した場合に代替案「現状維持」が代替案「バスの本数増加」より選定順序が上位になることが判明する。

9. おわりに

本稿では AHP を適用した通学バス利用調査について述べた。代替案の選定には AHP における最も単純なモデルである従来型 AHP、さらに発展モデルである ANP、重み一斉法とその発展モデルである総合評価値一斉法を用いそれぞれの選定結果を導出した。結果に関しては、総合評価値はそれぞれ異なっていたが選定順序はいずれも同じになり、バスの本数増加 > 現状維持 > バスの本数減少となっていた。通学バスの本数増加を求める声が反映された結果であったといえる。通学バス利用に関してアンケート調査に寄せられたいくつかの意見を列挙しておく。

- 混雑する時間はバスを増発してほしい
- 1 限開始前のバスを増発してほしい
- 名古屋・多治見両方面からの電車の到着時間に合わせた運行をしてほしい

記述的な意見からもバスの本数増加を望む意見がう

かがえる。

また、感度分析を行い評価基準が選定順序へ変化を及ぼす範囲についても言及した。その結果、代替案バスの本数減少は常に最下位に位置し、本数増加の優先度が極めて高く、本数増加と現状維持の優先順位が入れ替わるのは費用負担の評価基準を極めて高くした場合であった。

ANP、重み一斉法、総合評価値一斉法は AHP の中でも発展的なモデルであり、特に重み一斉法と総合評価値一斉法はこれまでにそのモデルを適用した事例は無く、本稿が初めてであると考えられる。また、本稿で適用したモデルがそれぞれ互いにどのような関係にあるか、またその構造や導かれる結果の違いについては今後の課題としたい。本研究が、今後 AHP が様々な分野で利用される際の土台の一助になれば幸いである。

参考文献

- 1) 刀根薫：「ゲーム感覚意思決定法」, 日科技連, 1986.
- 2) 刀根薫, 真鍋龍太郎：「AHP 事例集」, 日科技連, 1990.
- 3) 木下栄蔵：「AHP 手法と応用技術」, 総合技術センター, 1993.
- 4) 木下栄蔵：「孫子の兵法の数学モデル」, 講談社, 1998.
- 5) 木下栄蔵：「孫子の兵法の数学モデル実践篇」, 講談社, 1998.
- 6) 木下栄蔵：「入門 AHP」, 日科技連, 2000.
- 7) 木下栄蔵編著：「AHP の理論と実際」, 日科技連, 2000.
- 8) 高橋磐郎：「連載講座 AHP から ANP への諸問題 ~ 」, 「オペレーションズ・リサーチ」, 1 月~6 月号, 1998.
- 9) 高橋磐郎：「Saaty 型 Supermatrix 法と木下・中西型一斉法の比較」, 第 40 回日本 OR 学会シンポジウム, pp5-8, 1998.
- 10) 木下栄蔵, 中西昌武：「支配代替案法における追加データの処理手法「一斉法」の提案」, 土木学会論文集 No. 611/ -42, pp.13-19, 1999.
- 11) 杉浦伸, 木下栄蔵：「評価値一斉法の提案」, 土木計画学研究・論文集 vol.21, CD-ROM, 2004.
- 12) 杉浦伸, 木下栄蔵：「総合評価値一斉法の提案」, 土木計画学研究・講演集 vol.30, CD-ROM, 2004.
- 13) 関谷和之：「ANP を組み込んだ AHP の適用」, オペレーションズ・リサーチ, Vol.48, No.4, pp.259-264, 2003.

AHPを適用した通学バス利用意識調査*

杉浦伸**・木下栄蔵***

本論文では、問題解決型意思決定モデルであるAHPを適用した通学バス利用意識調査について述べる。

通学バス利用意識調査には、AHPにおける4つのモデルを適用させた。従来型AHPを用いた結果、さらにAHPの発展モデルであるANP、重み一斉法、総合評価値一斉法を用いた適用事例である。従来型AHPおよびANPはT.L.Saatyにより提案され、重み一斉法は木下・中西、総合評価値一斉法は杉浦・木下によって開発されたモデルある。AHPの発展モデルを適用させた事例はあまり無く、特に重み一斉法や総合評価一斉法を適用させた事例はこれまでに無く、本稿が初めてであると考えられる。

Research for User Perception of School Bus by AHP*

By Shin SUGIURA**・Eizo KINOSHITA***

This paper shows user perception of school bus by Analytic Hierarchy Process.

AHP is solving problem decision-making model.

This study utilizes 4 methods on AHP, "General AHP model", "ANP" (Analytic Network Process), "Weight CCM (Concurrent convergence method)" and "Total CCM of evaluation value". T.L.Saaty proposed General AHP and ANP. Weight CCM was proposed by KINOSHITA and NAKANISHI. Total CCM of Evaluation value was proposed by SUGIURA and KINOSHITA. Especially this is the first application example by Weight CCM and Total CCM ever. And this paper shows possibility and availability of AHP.
