コンフリクトにおける合意形成と均衡解の安定性に関する考察*

The Meaning of Mathematical Stability as a Target of Organizing Consensus in a Conflict Problem*

坂本麻衣子**・萩原良巳***

By Maiko SAKAMOTO**・Yoshimi HAGIHARA***

1．はじめに

社会システムを理解する上で，数学モデルを用いて分析を行う研究は数多く存在する．たとえば意思決定主体間の競合問題のモデル化に関しては，微分方程式，ゲーム理論などが広く用いられている．数学モデルを基礎に議論を進める場合，数学的安定性によって社会的安定性をどこまで語れるものなのか，という疑問が湧いてくる．一般に数学的安定性とは言っても種々の安定性が存在する．社会システムを数学モデルにおける安定性によって論じようとするならば，どのような社会システムを想定しているのか，いかなる社会システムの安定を念頭においてモデル化を行うのか，また着目する安定性の示す数学的概念はどのようなものなのか，対象とする社会システムの安定と数学的安定状態の'ずれ'が存在するとすればどのような点か，など認識しておくべきことがらは多い．本論文では，ゲーム理論，非協力ゲーム理論を基礎とする安定性分析手法のひとつ Graph Theory for Conflict Resolution (GMCR)，進化ゲームの理論，非線形微分方程式系における安定性の関連についてまとめ，インド・バングラデシュのガンジス河水利用コンフリクトを事例に，数学的安定性の社会システムにおける現実的意味と，これをもとにした将来的な合意形成の可能性について考察する．

2．着目する数学的安定性の要覧

以下では，$I=\{1,\dots,n\}$ をプレイヤーの集合，P_i はプレイヤー$i\in I$ の純粋戦略集合であり，Δ_i はその混合戦略集合，Θ は混合戦略集合Δ_i によって張られる混合戦略空間，そして$u_i(x)$ は$x\in\Theta$ がプレーされるときのプレイヤーi の利得を表すこととする．

---

*キーワード：計画基礎論，計画手法論，システム分析

**正員，工博，京都大学防災研究所，JST/CREST
（宇治市五ケ庄，
TEL0774-38-4040，FAX0774-32-3093）

***正員，工博，京都大学防災研究所
（宇治市五ケ庄，
TEL0774-38-4307，FAX0774-32-3093）

（1）ゲーム理論における安定性[1)]

ゲーム理論における一般的な均衡状態として，ナッシュ均衡があげられる．

混合戦略$x\in\Theta$ がナッシュ均衡であるとは，他のプレイヤーの戦略に対して最適であり，かつそれが自分自身に対しても最適である戦略によって構成される．すなわち，プレイヤーi の戦略 x_iが，プレイヤーi 以外のプレイヤーの混合戦略 y_{-i} に対して得る利得を$u_i(y_i, x_{-i})$ と表し，プレイヤーi の混合戦略最適反応$\tilde{\beta}_i(y)$ を

$$\tilde{\beta}_i(y)=\{x_i\in\Delta_i : u_i(y_{-i},x_i)\geq u_i(y_{-i},z_i)\ \forall z_i\in\Delta_i\} \quad (1)$$

と表せば，ナッシュ均衡は

$$x\in\tilde{\beta}_i(x) \quad (2)$$

を満たす戦略 x と表すことができる．言い換えれば，$x\in\Theta$ が混合戦略最適反応$\tilde{\beta}_i(y)$ の不動点であるときナッシュ均衡であるという．なお，混合戦略最適反応$\tilde{\beta}_i:\Theta\to\Delta_i$ とは，各混合戦略$y\in\Theta$ を，y に対する純粋最適反応によって張られるΔ_i の面に写すものである．なお，プレイヤーi にとって最適反応である戦略とは，式(1)が示すように，固定された他のプレイヤーの戦略に対して，プレイヤーi にとってより高い利得をあげる戦略が他に存在しないような戦略を意味する．

また，ナッシュ均衡のうちで，それが x に対する唯一の最適反応である場合，すなわち，

$$\{x\}=\tilde{\beta}_i(x) \quad (3)$$

ならば，特に強ナッシュ均衡であるという．ただし，{・} は集合の要素を表し，式(3)においては，その要素が 1 つしかないことを意味している．

（2）GMCRにおける安定性

Graph Theory for Conflict Resolution (GMCR)[2)]は非協力ゲーム理論を基礎とし，均衡解の概念と解を導出するためのアルゴリズムを提供する．GMCR においては，n 人のプレイヤーがコンフリクトに参加し，それぞれが行動の選択肢であるオプションを有する．オプションに関する各プレイヤーの実行の有無の組み合わせを戦略と呼ぶ．そして，すべてのプレイヤーの戦略の組み合わせを事象と呼ぶ．事象を各プレイヤーが好ましいと思う順に並べた順序列をプリファレンスオーダーと呼ぶ．各プレイヤ

ーの事象に対する評価を，基数情報としての利得・効用ではなく，プレイヤーが事象を好ましいと思う順に並べた順序列（プリファレンスオーダー）を用いて設定するところにGMCRの特徴がある．

GMCR における選好は事象の集合 S($s \in \mathbf{S}$)における選好関係$\{\succ_i, \sim_i\}$によって構成される．ここで，$s_1 \succ_i s_2$ はプレイヤーi が事象 s_1 を s_2 より好むことを意味し，$s_1 \sim_i s_2$ はプレイヤーi が事象 s_1 と s_2 に関して無差別であることを意味する．これらを用いれば，事象の集合 **S** は次の3つの部分集合によって構成されることになる．

$\mathbf{\Phi}_i^+(s) = \{s_m : s_m \succ_i s\}$；プレイヤー$i$ が事象 s よりも好ましいと思う事象すべて.

$\mathbf{\Phi}_i^-(s) = \{s_m : s \succ_i s_m\}$；プレイヤー$i$ が事象 s よりも好ましくないと思う事象すべて.

$\mathbf{\Phi}_i^=(s) = \{s_m : s_m \sim_i s\}$；プレイヤー$i$ にとって事象 s と無差別な事象すべて.

次に，$\mathbf{R}_i(s)$はある事象 s からプレイヤーi が移行可能な事象の集合であるとすると，プレイヤーi の事象 s からの可達リスト $\mathbf{R}_i(s)$はプレイヤーi が一度の戦略変更で到達できるすべての事象より構成されるといえる．上述した集合 **S** の部分集合を用いれば，$\mathbf{R}_i(s)$も次の 3 つの部分集合によって構成される．

$\mathbf{R}_i^+(s) = \mathbf{R}_i(s) \cap \mathbf{\Phi}_i^+(s)$；プレイヤー$i$ にとって事象 s から自らの戦略を一方的に他のプレイヤーとは関係なく単独で変更することによって到達する事象のうち，プレイヤーi にとって事象 s よりも好ましい事象のすべて．(以後，単独改善と呼ぶ)

$\mathbf{R}_i^-(s) = \mathbf{R}_i(s) \cap \mathbf{\Phi}_i^-(s)$；プレイヤー$i$ にとって事象 s から自らの戦略を一方的に他のプレイヤーとは関係なく単独で変更することによって到達する事象のうち，プレイヤーi にとって事象 s よりも好ましくない事象のすべて.

$\mathbf{R}_i^=(s) = \mathbf{R}_i(s) \cap \mathbf{\Phi}_i^=(s)$；プレイヤー$i$ にとって事象 s から自らの戦略を一方的に他のプレイヤーとは関係なく単独で変更することによって到達する事象のうち，プレイヤーi にとって事象sと無差別な事象のすべて.

以上を用いて，GMCR における解概念の定義を説明する．ここでは，GMCR における種々の解概念のうち，基本的かつ本質的である Nash 安定性，Sequential Stability, について説明する．すべてのプレイヤーに対していずれかの安定性を保持する事象が均衡解となる．

<u>Nash 安定性</u>：事象 s がプレイヤーi にとって Nash 安定であるとは，$\mathbf{R}_i^+(s) = \varnothing$ のときであり，かつそのときに限る．すなわち，プレイヤーi が事象 s よりも好ましいどの事象にも移行できないとき，事象 s はプレイヤーi にとって Nash 安定であるという．

<u>Sequential Stability</u>：プレイヤー$i \in I$ に対して事象 s が Sequentially Stable であるとは，プレイヤーiの事象sからのすべての単独改善$s_1 \in \mathbf{R}_i^+(s)$ に対して，他のプレイヤーの 1 ステップもしくはそれ以上の連続的なステップの単独改善$s_x \in \mathbf{R}_{I-i}^+(s_1)$ が少なくとも 1 つ存在し，$s \succeq_i s_x$ の関係があるときであり，かつそのときに限る．すなわち，事象 s よりもプレイヤーi にとって好ましくない状況へ押し込まれてしまい，プレイヤーi が事象 s からの移行を思いとどまらざるを得ない場合をいう．

（3）進化ゲームの理論における安定性[3)]

進化ゲームの理論における安定状態として，進化的安定について説明する．なお，以下の議論は複数集団（n 人プレーヤー）を前提とするものである．

混合戦略$x \in \Theta$ が進化的に安定であるとは，あらゆる戦略 $y \neq x$ に対して，ある $\varepsilon_y \in (0,1)$ が存在し，$w = \varepsilon y + (1-\varepsilon)x$ とするとき，すべての $\varepsilon \in (0, \varepsilon_y)$ に対して，ある$i \in I$ で，

$$u_i(w_{-i}, x_i) > u_i(w_{-i}, y_i) \tag{4}$$

である場合をいう．

式(1)と式(4)を比較すれば分かるように，進化的安定戦略は$\tilde{\beta}_i(w_{-i})$ によって構成され，かつ等号がないという点で，ナッシュ均衡集合は進化的安定集合を包含するといえる．

（4）微分方程式系における安定性[3)]

レプリケーターダイナミクス[3)]は連続時間における種の選択プロセスを微分方程式系としてモデル化するものである．すなわち，レプリケーターダイナミクスは進化ゲームの理論における前提を基礎に，進化のプロセスをダイナミックに定式化するものである．レプリケーターダイナミクスは非線形常微分方程式系で記述されるため，この安定性としてリヤプノフ安定性と漸近安定性（ともに局所的な安定性）に着目する．

状態 C がリヤプノフ安定であるとは，x のどんな近傍 B も x のある近傍B^o を含み，すべての$x^o \in B^o \cap C$ と$t \geq 0$ に対し，$\xi(t, x^o) \in B$ が成り立つことをいう．

状態Cが漸近安定であるとは，それがリヤプノフ安定であり，かつある近傍 B^*があって，次の式(5)がすべての$x^o \in B^* \cap C$ に対し成立することをいう．

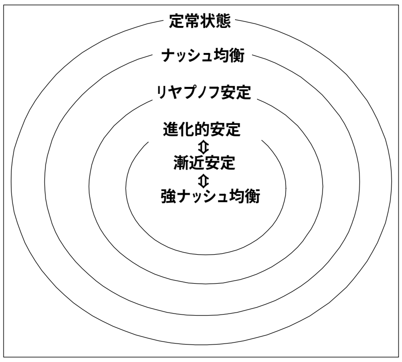
$$\lim_{t \to \infty} \xi(t, x^o) = x \tag{5}$$

明らかに，状態 x が安定であるためには，x は定常状態でなければならない．もし，そうでなければ，解ξは摂動がなくてもxから離れていってしまうからである．

（5）数学的安定性の関連

ゲーム理論，GMCR，進化ゲームの理論，微分方程式系における安定性の関連を次の**図ー1**にまとめる．なお，以下の議論は n 人プレーヤー(集団)を前提とするものである．

GMCR における均衡解は均衡であるのだから定常で



図－1 安定性の関連図

あり，したがって GMCR の解集合は**図－1**における定常状態の集合に包含される．ナッシュ均衡以外の GMCR における安定性では最適反応を前提としないという点で他の均衡概念とは大きく異なる．すなわち，各事象においてプレイヤーi が現在いる事象から移行するかどうかに着目し，他の事象へ移行する妥当なインセンティブがないとき，当然プレイヤーi は現在いる事象に留まることになるため，その事象をプレイヤーi に対して安定であるとする．たとえば Sequential Stability では，着目している事象 k よりもプレイヤーi にとって好ましい事象があったとしても，他のプレイヤーからの制裁によって，事象 k よりも好ましくない事象に移行させせられてしまうとき，プレイヤーi が事象 k から移行する理由がないとし，事象 k をプレイヤーi に対して安定であるとする．GMCR 以外の理論においては，最適反応ではないという理由から，このような事象 k は均衡解としてはまず排除される．したがって，必然的に GMCR においては多数の均衡解を得ることとなる．

3．数学的安定による社会システムの安定に関する考察

本節では，インド・バングラデシュのガンジス河におけるファラッカ堰運用に関するコンフリクトを事例 [4]にコンフリクト問題のモデル化，均衡状態の導出とその関連，およびコンフリクトマネジメントによる将来的な合意形成の可能性について考察する．

坂本ら [4]はインド･バングラデシュのファラッカ堰運用に関するコンフリクトを GMCR を用いてモデル化し，その上でさらに Third Party 介入によるコンフリクトマネジメントの可能性について論じている．本論文では坂本らの設定をさらに吟味し，インド・バングラデシュのコンフリクトを**表－1**のように設定した．

表－1において，バングラデシのオプション Agree は「ファラッカ堰の利用に合意する」を意味し，インドのオプション Use は「ファラッカ堰を利用する」を意味し，Change は「ファラッカ堰の利用方針を変更する」を意味する．また，Y はオプションが実行されることを意味し，N は実行されないことを意味する．プレイヤーごとの N,Y の組み合わせを，そのプレイヤーの戦略と呼び，すべてのプレイヤーの戦略の組み合わせを事象と呼ぶ．**表－1**では各列が事象と対応する．各事象のラベルを**表－1**の最下行に示す．ここで，事象 3 が現状を表す事象である．坂本ら [4]の設定とは異なり，ここではインドが運用ルールを見直しながらファラッカ堰を利用しないという状態は現実には起こりがたいと仮定し，このような事象をあらかじめ排除してある．

表−1 プレイヤーとオプションと事象

プレイヤー&オプション	事象					
Bangladesh						
Agree	N	Y	N	Y	N	Y
India						
Use	N	N	Y	Y	Y	Y
Change	N	N	N	N	Y	Y
Label	1	2	3	4	5	6

次に**表－1**に示される 6 個の事象をプレイヤーの選好する順に並べ，プリファレンスオーダーを得る．以下の設定の前提条件は，現状から想定される選好と矛盾しないこと，また，分析を行った際に現状を意味する事象 3 が均衡解として得られることである．

最も好ましいものを一番左側に置くとし，バングラデシュのプリファレンスオーダーは現状を踏まえ [4,5]，{6, 1, 2, 5, 3, 4}と想定した．すなわち，バングラデシュがファラッカ堰利用に合意し，かつインドが利用ルールを見直すことを望むが，それ以外の場合は自国に不利となる状況を嫌うものとした．

次にインドのプリファレンスオーダーを設定する．インドはファラッカ堰を利用することを最も重視しており，その次にバングラデシュが同意することを重視し，Change に関しては，インドはファラッカ堰の利用方針を見直さない方を好ましいと思っているとした．以上を反映したプリファレンスオーダーは{4, 6, 3, 5, 2, 1}となる．

以上の設定のもと，GMCR により事象 3 と 6 が均衡解として得られる．事象 3 は現状を表し，事象 6 はコンフリクトの改善状況を表す事象であるといえる．

次に，伝統的な戦略形のゲーム理論の枠組みでインド・バングラデシュのコンフリクトをモデル化する．ここでは，プレイヤーのプリファレンスオーダーの選好順位を利得として用い，利得行列を設定することとする [6]．すなわち，バングラデシュを行プレイヤー，インドを列プレイヤーとしたとき，行列の要素は各プレイヤーの戦略の組合せ，つまり事象を意味することとなる．そこで，プリファレンスオーダーにおける好ましさの順位を対応する事象の要素に書き入れたものを利得行列として用い

るのである．利得行列と事象の対応関係を**表－2**に示す．

このとき，バングラデシュの利得行列 A，インドの利得行列 B はそれぞれ式(6)(7)のように設定できる．

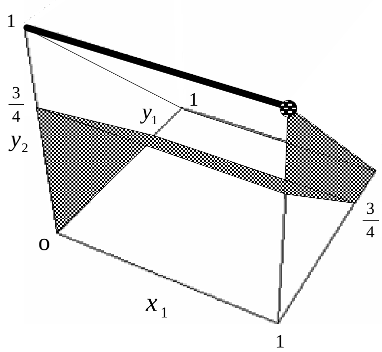
表－2 利得行列の設定

Bangladesh \ India		y_1 Not Use Not Reconsider	y_2 Use Not Reconsider	y_3 Use Reconsider
x_1	Agree	1	3	5
x_2	Not Agree	2	4	6

$$A=\begin{pmatrix}5 & 2 & 3\\ 4 & 1 & 6\end{pmatrix} \tag{6}$$

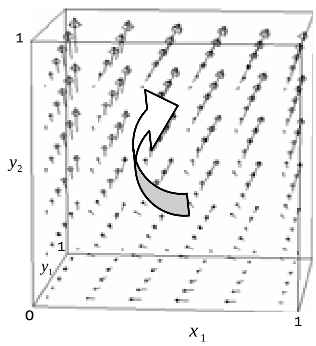
$$B=\begin{pmatrix}1 & 4 & 3\\ 2 & 6 & 5\end{pmatrix} \tag{7}$$

こうして，インドとバングラデシュの混合戦略空間は**図－2**のように描ける．**図－2**において影のついた領域がバングラデシュの最適反応戦略集合，太線がインドの最適反応戦略集合である．これらの結合領域が両者にとってのナッシュ均衡状態となるので，ここでは$(x_1, x_2, y_1, y_2, y_3)=(1, 0, 0, 1, 0)$が解となる．これはGMCRモデルにおける事象 3 を意味する．この点は唯一のナッシュ均衡解であるから，強ナッシュ均衡であり，すなわち**図－1**より，進化的安定であり，また漸近安定であるといえる．



図－2 混合戦略空間

式(6)(7)を利得行列としてレプリケーターダイナミクスを適用[8]すれば，x_1-y_1-y_2 に関する相空間は**図－3**のようになる．現状は$(x_1, y_1, y_2)=(1, 0, 1)$であり，またこの点は進化的に安定であるから，この点を初期値とすれば現状は変化しようもない．ここで，**図－3**でのベクトルは緩やかに放物線を描いていることから，初期状態でバングラデシュに多少なりとも合意の気持ちがあった場合，いったんはバングラデシュの合意を選択する確率は高くなるが，インドの対応からバングラデシュはネガティブな学習を行うことになり，結局は合意を形成する気がなくなってしまうということが分かる．いずれにせよ，初期状態がどのようであっても，$(x_1, y_1, y_2)=(1, 0, 1)$に収束



図－3 相空間

することとなる．

一方で，GMCR ではコンフリクトの改善状態である事象 6 が均衡解として得られる．この理由は 2.5 で述べたように，GMCR における安定性では最適反応を前提としないという点にある．そして，Sequential Stability に見られるような，プレイヤーのメタ的な最適反応を考慮としていることで得られる解なのである．実際，GMCR において均衡解である事象 6 は，バングラデシュにとってはナッシュ安定，インドにとっては Sequentially Stable として構成される．坂本ら[4]は，Third Party の介入により現状の事象 3 から事象 6 へ推移するためには，Third Party の介入による間接的な信頼の形成が必要であると論じているが，Third Party の介入によるコンフリクトマネジメントを考える前提として，プレイヤーがメタ的な最適反応を振舞えることがさらに必要とされるといえる．そして，マネジメントの結果，事象 6 に到達したとしても事象 6 は均衡状態としての頑健性を持ち合わせていない．つまり，プリファレンスオーダーを本質的に変化させない限り，Third Party が継続して介入しなければ，コンフリクトの改善状態は容易に崩れてしまうのである．

参考文献

1) 岡田章：ゲーム理論，有斐閣，1996.
2) Fang, L., Hipel, K.W., and Kilgour, D.M.: Interactive Decision Making: The Graph Model for Conflict Resolution, Wiley, New York, 1993.
3) Ｊ.W.ウェイブル著，大和瀬達二監訳：進化ゲームの理論，文化書房博文社，1998.
4) 坂本麻衣子・萩原良巳・Keith W. Hipel；インド・バングラデシュのガンジス河水利用コンフリクトにおける Third Party の役割に関する研究，環境システム研究論文集, Vol.32, pp.29-36, 2004.
5) 近藤則夫編：現代南アジアの国際関係，アジア経済研究所, 1997.
6) 坂本麻衣子・萩原良巳；水資源の開発と環境の社会的コンフリクトにおける均衡状態到達プロセスに関する研究，環境システム研究論文集, Vol.30, pp.207-214, 2002.