

# 交通シミュレーション・モデルと動的ネットワーク配分理論\*

## Complementary Relations between Traffic Assignment Theory and Traffic Simulation

赤松 隆\*\*

By Takashi AKAMATSU

### 1. はじめに

交通シミュレーションと交通ネットワーク配分理論は、しばしば、対立概念のように捉えられている。しかし、両者には、一定の相補的な関係があると見るべきである。例えば、交通流シミュレーションで、しばしば用いられる“*heuristic convergence*”のような手続きの妥当性を考察するためには、交通ネットワーク・フローの *day-to-day dynamics* の理論や動的均衡配分理論が必要である。また、様々なシミュレーション・モデルから得られる多様な結果に対して意味のある解釈を行なうためにも、“ベンチマーク”となりうる動的配分理論の確立が望まれる。

本稿では、上記のような“相補的な関係”について簡潔に説明する。そのために、まず、この議論に関連する最近の交通配分理論の研究をごく簡単にまとめる。特に、議論が混乱しがちな“均衡モデル”の考え方を“*day-to-day dynamics*”理論と関連付けて説明する。その上で、それらの理論/モデルとシミュレーションの補完関係を述べる。

### 2. 交通ネットワーク配分理論における均衡解の安定性と Day-to-Day Dynamics

交通ネットワーク配分理論の内容は多岐にわたるが、その古典的な理論における中心的課題の一つは、静学的な“交通均衡配分”理論の一般化で

あった。ここで、静学的交通均衡配分とは、交通流の *within-day dynamics* の存在を無視できると仮定した上で、“均衡状態”に関する簡潔な定義 (eg. “どの利用者も自分の選択枝を変更するインセンティブを持たない状態”) に従う定常的な交通状態を求めるモデルである。このモデルは、近年、交通シミュレーションとの対比で批判されることが多いようであるが、その論争点/問題点は、(概念的には次元の異なる) 以下の2点である。

まず、第一の問題点は、このモデルでは、(交通工学上の定義に従う) 渋滞現象を適切に表現できないことである。この点は、“均衡モデル”とは関係なく) 静的配分の枠組みでは、交通混雑現象が交通量の関数である“リンク性能関数”によって表現されていることに起因している。従って、*within-day* の *traffic dynamics* を明示的に表現しうる枠組みを考えない限り、これは解決不可能である。そのため、'90年代以降、(*within-day* の) 時々刻々の交通流を変数とし、渋滞待ち行列モデルを組み込んだ(数理的に定式化された) 動的交通ネットワーク配分モデル、あるいは、交通流シミュレーション・モデルが開発されるに至っている。これに関するより詳しい議論については、例えば、赤松 (1996,2001,2002) , 桑原・赤松 (2000), 桑原 (2005) 等を参照されたい。

第二の問題点は、“均衡”概念の妥当性についてである。この点に対する理論的アプローチの一つは、“均衡解の安定性”に関する研究である。その最も基礎的な研究は、静学的な均衡状態の定義を拠り所とした“摂動安定性”(ie.均衡解を摂動させた場合に初期(均衡)状態に戻るか否か)の解析である(eg. Smith (1979), Heydecker (1986), Watling (1996)). 古典的な条件下での均衡配分モ

\* key words: 交通流シミュレーション, 交通配分理論, 安定性, day-to-day dynamics

\*\* 正会員, 工博, 東北大学大学院情報科学研究科  
(宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉06  
e-mail: [akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp](mailto:akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp))

デル (eg. リンク毎に分離可能で交通量に関して単調増加なリンク性能関数をもつ配分問題) では, その均衡状態 (この場合, 均衡解は一意的) は安定であることが, この摂動解析によって容易に確認できる.

より一般的な条件下での均衡配分問題では (静学的配分モデルでも), 均衡解が複数存在しうるため, このような局所的な摂動解析のみならず, 解の大域的特性を知りたい. また, 不均衡状態から均衡状態への動的な状態変化過程をネットワーク利用者の過去の経験 (学習) による経路変更行動と明示的に結びつけたい. そこで, 交通流パターン日々の調整過程 (“*day-to-day dynamics*”) を連続時間の動的システム方程式として明示的にモデルリングした研究 (eg. Smith (1984b), 赤松 (1997)) がなされている. それらの研究の結果, リンク・コスト写像の単調性が成立するならば, 大域的に安定な (連続的) 動的調整過程が存在し, 通常均衡解の定義と一致する均衡点に収束することが明らかにされている. また, 均衡点の attractor (動的システム方程式の解が均衡点へ収束する初期変数値の領域) を Lyapunov 関数によって解析する方法等も開発されている (eg. Watling (1999)). なお, 調整過程が離散時間システムの場合には, 連続時間過程では均衡解に収束するような条件下でも, 調整速度パラメータ等の条件によっては, 必ずしも均衡解に収束するとは限らない (eg. *day-to-day dynamics* に周期的振動現象が見られる) といった知見も得られている (eg. Horowitz (1984)).

’90年代以降になると, 上記の確定的な動的システム・アプローチで暗黙裡に仮定されていた幾つかの仮定 (eg. 利用者の均質性) を緩めるために, *day-to-day* の状態変化を確率的な動的システムとして表現した研究 (eg. Cascetta (1989), Davis & Nihan (1993), Cantarella & Cascetta (1995), Watling (1996, 1999), Hazelton & Watling (2005)) が現れている. これは, 個々の異質な利用者が, 過去の交通流パターンから “学習モデル” によって決定される認知コストをもとに確率的に経路を選択することを前提とした調整過程モデルである. より具体

的には, 個々の利用者は,  $n-1$  日目までに学習した交通量・交通費用パターンから計算される認知コスト・パターン  $\mathbf{C}(n-1)$  をもとに,  $n$  日目の経路を確率的に選択する (eg. ランダム効用モデルに従って記述される) と仮定する. ここで, 計算の簡単のために, この個々の利用者の確率的選択の独立性とマルコフ性を仮定すれば,  $n-1$  日目のリンク交通量の状態が  $\mathbf{x}$  にあると条件下で,  $n$  日目のリンク交通量の状態が  $\mathbf{y}$  となる条件付き状態推移確率  $T(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y})$  を数学的に導出できる. そして, *day-to-day dynamics* は, この状態推移確率行列  $\mathbf{T}$  によって定義されるマルコフ過程として表現される. 従って, この枠組みでは, (交通量パターンのダイナミクスではなく) 交通量パターンの確率分布のダイナミクスがモデル化されていることに注意しよう. マルコフ連鎖の一般的な理論から, この確率分布のダイナミクスは, かなり緩い条件下で, ある一意的な定常 (均衡) 分布に収束することが証明されている. また, この均衡確率分布 (およびその具体的特性) を解析的に導出することは一般に困難であるが, 最近の研究では, 数値的な近似解を計算するための様々な方法 (eg. Markov Chain Monte Carlo 法) が開発されつつある (eg.. Hazelton and Watling (2005)).

### 3. 交通流シミュレーションと動的交通均衡配分の位置づけと関係

ここまでで述べた *day-to-day dynamics* に関する研究では, 表面上は, 静的交通配分 (で求めたい定常的交通量) に対応したモデルが展開されている. しかし, このアプローチは, 概念的には, *within-day dynamics* を考慮した (数理的な) 動的交通配分モデルを前提とした枠組みに拡張可能である. すなわち, 従来モデルにおける定常交通流ベクトルを時々刻々の交通流ベクトルにおきかえ, 交通コストと交通流の静的なモデルを渋滞を考慮した動的交通流モデルにおきかえればよい (もちろん, このような拡張は, 膨大な次元のマルコフ連鎖モデルを必要とするので, 直接的な方法での実装は困難であるが, 概念的には可能である).

この枠組みを前提とすれば, within-day traffic dynamics を表現した動的な交通流シミュレーションや動的均衡配分モデルは以下のように位置づけられる. まず, 動的な交通流シミュレーションは, この一般的な day-to-day dynamics の“モデル”で用いられる状態変数の実際的な“計算手続き”(の実装例)を表現したものとみなせる. また, 交通流シミュレーションで散見する“*heuristic convergence*”は, 一般的な day-to-day dynamics の“モデル”(あるいは均衡解の概念)を適切に定義することなしに“計算手続き”のみをアド・ホックに実装したものに過ぎない(多くの“*heuristic convergence*”は, 前提とする状態変化・変数の概念定義が曖昧で, 状態変数を確率変数として取り扱うべきか否かすら, 判然としない). 一方, 動的な交通均衡配分は, 直接的な計算が困難な一般的 day-to-day dynamics モデルの(ある種の)縮約モデルである. すなわち, 簡潔に明示化されたある(理想的な)条件が満たされた場合に, day-to-day dynamics モデルにおいて生じる可能性が尤も高い within-day 交通流パターンを見出すための *short cut* を与えているとみなせるだろう.

#### 4. おわりに

確率的な day-to-day dynamical system の枠組みに従った交通ネットワーク流のモデリングは, 概念的には, 最も自然で一般性のあるアプローチである. この立場から見れば, 動的な交通流シミュレーションは, 全体モデル中の一部分のみを reality のある形で/正確に表現した“計算手続き”と位置づけられる. また, 動的な均衡配分モデルは, この枠組み中の一部の計算手続きを大幅に簡略化できる仮定をおいた上で得られる“*short cut* モデル”とみなせる. 従って, 当面は, この両者の補完的な長所を活かした利用法を工夫すべきであろう. また, within -day traffic dynamics を導入した一般的な day-to-day dynamics モデルの実装法に関しては, 現時点では研究蓄積が少ないが, 今後, 理論的・技術的進展が期待される重要な研究課題である.

#### 参考文献

- 1) 赤松 隆, “交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論”, 土木計画学研究・論文集 **13**, pp.23-48, 1996.
- 2) 赤松 隆, 交通ネットワークの均衡分析, 第5・6章, 土木学会, 1997.
- 3) 赤松 隆, “交通ネットワーク・モデル分析とデータ革命,” 交通工学, **37** (5), pp.22-32, 2002
- 4) Akamatsu, T., “An Efficient Algorithm for Dynamic Traffic Equilibrium Assignment with Queues,” *Transportation Science* **35**, pp.389-404, 2001.
- 5) Cantarella, G.E. and E. Cascetta, “Dynamic Processes and Equilibrium in Transportation Networks: Towards a Unifying Theory,” *Transportation Science* **29**, pp.305-329, 1995.
- 6) Cascetta, E., “A Stochastic Process Approach to the Analysis of Temporal Dynamics in Transportation Networks.” *Transportation Research* **23B**, pp.1-17, 1989.
- 7) Davis, G.A. and N.L. Nihan, “Large Population Approximations of a General Stochastic Traffic Assignment Model,” *Operations Research* **41**, pp.169-178, 1993.
- 8) Hazelton, M.L., “Some Remarks on Stochastic User Equilibrium.” *Transportation Research* **32B**, pp.101-108, 1998..
- 9) Hazelton, M.L. and D.P. Watling, “Computing Equilibrium Distributions for Markov Traffic Assignment Models,” *Transportation Science* **39**, 2005.
- 10) Heydecker, B.G., “On the Definition of Traffic Equilibrium,” *Transportation Research* **20B**, pp.435-440, 1986.
- 11) Horowitz, J.L., “The Stability of Stochastic Equilibrium in a Two Link Transportation Network,” *Transportation Research* **8B**, pp.13-28, 1984.
- 12) 桑原雅夫, “動的ネットワーク解析,” 本特集, 2005.
- 13) 桑原雅夫・赤松 隆, “動的ネットワーク解析—これまでの知見とこれからの展望,” 土木学会論文集, **IV-48**, pp.3-16, 2000.
- 14) Nagel, K. and M. Rickett, “Issues of Simulation-based Route Assignment,” Los Alamos National Laboratory working paper, 1999.
- 15) Smith, M.J., “Existence, Uniqueness, and Stability of Traffic Equilibria,” *Transportation Research* **13B**, pp.295-304, 1979.
- 16) Smith, M.J., “Two Alternative Definitions of Traffic Equilibrium,” *Transportation Research* **18B**, pp.63-65, 1984a.
- 17) Smith, M.J., “The Stability of a Dynamic Model of Traffic Assignment. An Application of a Method of Lyapunov,” *Transportation Science* **18**, pp.242-252, 1984b.
- 18) Watling, D.P., “Asymmetric Problems and Stochastic Process Models of Traffic Assignment,” *Transportation Research* **30B**, pp.339-357, 1996.
- 19) Watling, D.P., “Perturbation Stability of the Asymmetric Stochastic Equilibrium Assignment Problem,” *Transportation Research* **32B**, pp.155-172, 1998.
- 20) Watling, D.P., “Stability of the Stochastic Assignment Problem: A Dynamical Systems Approach,” *Transportation Research* **33B**, pp.281-312, 1999.