

# 動的ネットワーク解析 - 数理モデルとシミュレーションの共存\*

Dynamic Network Analysis – How the Theory Contributes to Simulation \*

桑原雅夫\*\*

By Masao KUWAHARA\*\*

## 1. はじめに

動的ネットワーク解析ツールとして、最近では交通シミュレーションモデルが多数開発され、実務にも活用されつつある。一方、動的利用者均衡配分や動的システム最適配分など数理的なネットワークモデル（動的配分理論）も、1970年代末から研究されてきた。数理モデルは、現実の交通制御、規制などを柔軟に記述するのは苦手であるが、基本的な交通システムの性質、普遍的な法則を見つけることは得意である。従って、ともすれば同じ課題に対する正反対からのアプローチと見られるこれら2つのモデルは、実はお互いに補完関係にあって、共存すべきものである<sup>1)</sup>。

本稿では、数理モデル（動的配分理論）の最近の動向を概説するとともに、これからの数理モデルとしての課題と交通シミュレーションへの貢献の展望について述べる。

## 2. 動的ネットワーク解析の枠組み

交通シミュレーションであっても数理モデルであっても、モデルは交通流モデルと需要モデルから構成される。

### (1) 交通流モデル（供給モデル）

交通流モデルは、需要が与えられた場合に道路インフラなどの供給サイドの特性からネットワークパフォーマンスを決めるモデルである。従って、交通流モデルは供給モデルとも言える。

基本的に2つの必ず考慮すべき条件がある。まず、いかなる場合でも交通流保存則は満足させなければならない。ネットワークに流入した交通は、終点に達するまでいくつかのリンクとノードを通過していくが、その量は終点まで保存されなければならない。次に考慮すべき制約条件は、*FIFO* (*First In First Out*) である。実際には追い越しがあるために、厳密には *FIFO* は満たされないが、時間スパンを少し長く見れば、概ね *FIFO* に従って交通はネットワークを流れていく。これを全く考慮しないと、ネットワークを流れる交通の順番がまったく現実のものと異なってしまうことが生じる危険性があり好ましくない。また、この条件は、未知変数である時間によって変化するリンク流入交通量に対して線形に表すことができないため、未知変数の実行可能領域が凸にならないという難しさをもたらしている。

動的ネットワーク解析では、これらの基本条件を満たすようにしながら、待ち行列モデルがよく利用される。待ち行列モデルは、道路区間の容量に着目し、そこを待ち行列のサービス窓口として扱うモデルで、一般的には決定論的な待ち行列理論が使われる。このモデルの最大のメリットは、車両の微細な挙動を表現することは必要なく、道路区間の流入・流出交通量だけから区間の旅行時間を動的に決定することができるというロバスト性にある。車両の物理的な長さを考慮しない *Point Queue* (*Vertical Queue*) を用いた場合でも、待ち行列が当該区間をはみ出さない限り旅行時間は適切に評価することができる。

ところが、実際の渋滞列は時間経過とともに上流に延伸して、例えば上流のオンランプを一部閉塞するような複雑な現象をもたらす。このような現象は長さを持たない *Point Queue* では表現することができず、現実と同じように物理的な長さを持つ

---

\*キーワード：動的交通量配分，数理モデル，  
交通シミュレーション

\*\*正員，Ph.D.，東京大学国際産学・共同研究センター  
(東京都目黒区駒場 4-6-1，TEL:03-5452-6418，  
E-mail: [kuwahara@iis.u-tokyo.ac.jp](mailto:kuwahara@iis.u-tokyo.ac.jp))

Physical Queue の取り扱いが必要になる。この渋滞の延伸状況の解析方法として、Kinematic-Wave 理論があり、Lighthill, Whitham, Richards の L-W-R モデル<sup>2,3)</sup>が有名である。さらに、Kinematic-Wave 理論で使われるタイム・スペース図は距離軸と時間軸を持ち、待ち行列モデルの累積図は時間軸と累積交通量軸を持つので、この2つを統合すると、距離軸、時間軸、累積交通量軸を持つ3次元空間が定義ができる。この3次元空間上で、Kinematic-Wave 理論と待ち行列理論とを組み合わせることで渋滞の延伸を考慮した3次元待ち行列モデルが Newell<sup>5)</sup>によって提案された。この3次元待ち行列モデルによって、交通解析上きわめて有用な知見と、交通シミュレーション、動的交通量配分、各種交通制御などへの幅広い応用ができるようになった。

これらの待ち行列モデルはいずれも図1のようなリンクへ流入する交通と流出する交通の累積図を書いて評価できる。累積流入交通量  $A(t)$  は、未知変数であるリンク流入交通流率を累積したもので、累積流出交通量  $D(t)$  は、 $A(t)$  が与えられれば、所与であるリンク交通容量を用いて決めることができる。リンク旅行時間  $w(t)$  は、FIFO のもとでは  $A(t)$  と  $D(t)$  に挟まれる領域の水平方向の距離で簡単に評価することができる。

$$w(t) = D^{-1}(A(t)) - t \quad (1)$$

$A(t)$  = 時刻  $t$  までにリンクに流入した累積交通量

$D(t)$  = 時刻  $t$  までにリンクを流出した累積交通量

$w(t)$  = 時刻  $t$  にリンクに流入した交通の旅行時間

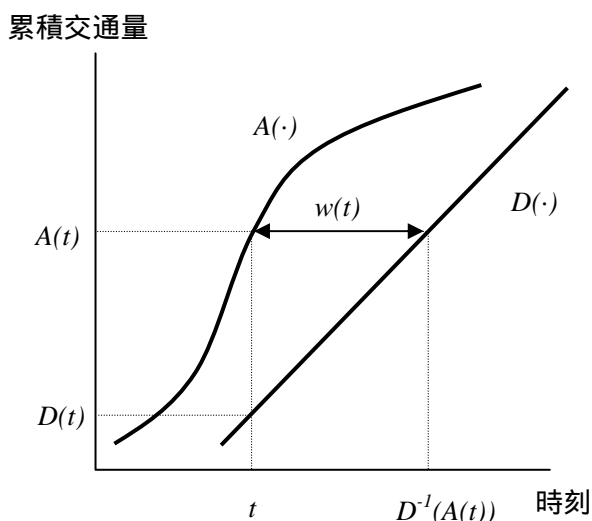


図1 累積交通量とリンク旅行時間

このように未知変数であるリンク流入交通流率が決めれば、自動的にリンク旅行時間  $w(t)$  も決められるというようにこの両者には明らかな関係がある。にもかかわらず、既存の研究の中にはこの関係を無視してリンク旅行費用を決めているものが多数見受けられ、注意が必要である。例えば、初期のいわゆる Exit Function を用いた Friesz et. al.<sup>7)</sup>, Wie et. al.<sup>8)</sup>, Boyce et. al.<sup>9)</sup>, Lam et. al.<sup>10)</sup>等の研究においては、式(1)で表される流入交通流率とリンク旅行時間の関連性が適切に考慮されていない。

## (2) 需要モデル

利用者の選択行動のうち、現在のところ静的モデルはもちろん、動的モデルも経路選択行動モデルが組み込まれているものが多い。静的モデルでは、有名な Wardrop の利用者均衡原理が基本になっている。すなわち、各利用者は、自分の費用を最小にするように経路を選択するという原理である。この原理を確率的に拡張した確率均衡原理も提案され、何種類かの確率モデルも提案されている。利用者均衡原理はシンプルで理解しやすいことから、これまで実務でも多大な貢献をしてきたことは事実である。しかし、経路選択原理は結果への影響がきわめて大きく、より現実的な利用者の多様性を考慮した選択モデルの提案が、静的・動的モデルを問わず待たれるところである。

同様に、動的利用者均衡配分 (DUE: Dynamic User Equilibrium) とは、利用者が実際に通った経路費用が最少になっている均衡状態を求める動的配分で、この状態を求めるためには、将来を予測することが必要となるので、Predictive 配分とも言われる。一方、動的利用者最適配分 (DUO: Dynamic User Optimal) は、ある現在時刻における目的地までの最短経路を利用者が選択することを、時々刻々と繰り返す動的配分である。時刻ごとの交通状態を参照して経路が決定されるので、Reactive 配分とも言われる。動的解析においても、これまでの主な利用者の選択肢は経路である。

経路選択以外にも出発時刻選択は、利用者にとって重要な選択肢であり、これを考慮した動的ネットワーク解析もいくつか見られる。出発時刻選択モデルの先駆けは先述の Vickrey モデルであり、それ

をベースとしたモデルが、待ち行列モデルを援用して 1980 年代に数多く発表されてきた<sup>14-24)</sup>。

### (3) 定式化と解法

数理モデルでは、これら交通流（供給）モデルと需要モデルを組み合わせて、最適化問題に定式化したり、全体の問題をいくつかのサブ問題に分解して、解を見つけようとするのが一般的である。

単一の起点（あるいは終点）をもつ OD の場合の DUE においては、均衡状態では単一起点からある時刻に出発した交通は、それより後に起点を出発した交通よりもいかなるノードにも必ず早く到着するという性質を持つ。この性質は、Point Queue であろうが Physical Queue であろうが成立するので、単一の起点（終点）のネットワークについては、問題を出発時刻（到着時刻）ごとに分解して解くことができる<sup>11)</sup>。しかし、一般ネットワークについては、交通工学的に妥当な問題設定における効率的な解法はまだ見つかっていないと、筆者は理解している。

DUO（動的利用者最適配分）については、絶対時刻によって問題を逐次分解して解くことができるため、多起点多終点 OD の場合について、Point Queue および Physical Queue の場合両方について解かれている<sup>12,13)</sup>。

経路選択と出発時刻選択を両方考慮したモデルは、筆者が知る限り余り無く、Kuwahara et.al.<sup>5)</sup>、Friesz et.al. (1993)<sup>6)</sup>などがあるが、OD パターンが限定されている、VI などの定式化にとどまっておらず効率的な解法が提案されていない。

## 3. 数理モデルの交通シミュレーションへの貢献

交通シミュレーションは、多くの場合、交通流モデルと需要モデルを繰り返して実行するヒューリスティックな方法である。特に交通流モデルを課題に併せて柔軟に設定することができるために、様々な交通運用策を交通流モデルの中に取り込んでシミュレートすることができる。このような柔軟性および時間的に変化する交通状態を評価したいという時代の要請から、交通シミュレーションは実務にも積極的に活用され始めている。

そこで、これまで概説してきた数理モデルを、

交通シミュレーションにどのように援用できるのかについてまとめる。

数理モデルに関する研究を少し違った角度から分類すると次のように分類できる：

<数理モデル I>：一般ネットワークと一般 OD 需要に適用できるように定式化と効率的なアルゴリズムを開発しようとする研究。

<数理モデル II>：ある特定の問題設定において、制御のあり方などについて原理原則を求めようとする研究。

数理モデル I で得られる知見によって、一般的なネットワークと OD における動的解析のベンチマーキング的な出力結果をつくることができる。このベンチマーク出力結果は、交通シミュレーションのアルゴリズムとプログラミングの検証に利用することができる。また、数理解析の中で往々にして得られる内在するパラメータの感度の評価は、シミュレーションモデルのパラメータの調整作業や出力の解釈の方法に大きく貢献するものと期待できる。さらに、数理的な問題の構造の理解によって、効率的な解法を見つけ出すことも可能である。たとえば、先述の単一の起点（終点）の DUE 問題において、問題を出発時刻で分解できることがわかったことなどは、その一例である。

一方、数理モデル II からは、ある特定の局面ではあるが、制御のあり方、ネットワークや需要構造の特性などについて、一般性のある原理原則を知見とすることができる。このような例としては、

- ・ 流入制御によるランプコントロールやランプ閉鎖を考えた場合には、数理解析によってどのような性質のランプから先にコントロールすべきかなどの原理を理解することができる。
- ・ 混雑課金によって最適な交通状態に制御する問題についても、数理的な解析によって動的限界費用と渋滞との関連性、課金額のオーダーなどを予めおおよそ理解しておくことができる。
- ・ リンクを追加したりリンク容量値を増大させたにもかかわらず、総遅れ時間が増えてしまうと

言いたいわゆるパラドックスを見つけ出せる。  
などが挙げられる。

このような知見は、交通シミュレーションを適用する上で、様々な活用が考えられる。第1に交通シミュレーションのRUNケースの設定を効率的に絞り込むことができるであろう。やみくもに多くのケースをRUNさせるのではなく、効果的なネットワーク構造、需要パターン、制御可能な変数などを考慮して、そもそも詳細なシミュレーションを行う必要があるのかどうか、たとえシミュレーションRUNが必要な場合でも厳選したRUNによって効率的に結論を導くことができるケース設定など、知見の活用の場は広い。第2に、入力変数値と出力との定性的な関連性を理解しておくことによって、RUN結果の妥当性を検討することができる。入力と出力の関係がプラス/マイナス逆の関係になっていないか、遅れ時間、総費用などの出力が妥当なオーダーになっているか、などである。第3に、これまでにも繰り返し述べてきたことであるが、交通シミュレーションの出力は完全に現実を再現するものではなく、出力はそれなりに解釈することが必要となる。シミュレーションの出力の適切かつ論理的な理解に有用な知見を、数理モデルIIは与えてくれる。

以上のように数理モデルと交通シミュレーションは、本来共存すべきものであり、お互いに補完の関係を保持していくことが望まれる。

#### 参考文献

- 1) 桑原雅夫 赤松隆：動的ネットワーク解析 - これまでの知見とこれからの展望 - 土木学会論文集 No. 653/IV-48 pp.3-16 土木学会 2000.7
- 2) Lighthill, M.J. and Whitham, G.B. : On Kinematic Waves I: Flood Movement in Long Rivers, II: A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, *Proceedings Royal Society*, London, A229, pp.281-345, 1955.
- 3) Richards P.I. : Shock Waves on the Highway, *Operations Research*, 4, pp.42-51, 1956.
- 4) Vickrey, W.S : Congestion Theory and Transportation Investment, *American Economic Review* 59, 1969
- 5) M. Kuwahara and G.F. Newell : Queue Evolution on Freeways Leading to a Single Core City during the Morning Peak in Proceedings of the Tenth International Symposium on Transportation and Traffic Theory pp.21-40 Elsevier Jul. 1987
- 6) Friesz T.L., D.Bernstein, T.E.Smith, R.L.Tobin and W.Wie: A Variational Inequality Formulation of the Dynamic Network User Equilibrium Problem, *Operation Research*,

- Vol.41, No.1, pp.179-191, 1993
- 7) Friesz T.L. , Luque F.J. , Tobin R.L. , and Wie B.W.: Dynamic Network Traffic Assignment Considered as a Continuous Time Optimal Control Problem, *Operations Research*, Vol.37, 893-901, 1989
  - 8) Wie B.W. , Friesz T.L. , and Tobin R.L.: Dynamic User Optimal Traffic Assignment on Congested Multidestination Networks, *Transportation Research* **24B**, 431-442, 1990
  - 9) Boyce D.E. , Ran B. , and LeBlanc L.J.: Solving an Instantaneous Dynamic User-Optimal Route Choice Model, *Transportation Science*, Vol.29, No.2,128-142, 1993
  - 10) Lam H.K.W. and Huang H-J.: Dynamic User Optimal Traffic Assignment Model for Many to One Travel Demand, *Transportation Research* **29B**, No.4, 243-260, 1995
  - 11) Kuwahara M. and Akamatsu T.: Dynamic Equilibrium Assignment with Queues for a One-to-Many OD Pattern, *Proc. of 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Elsevier, Berkeley, 185-204, 1993
  - 12) 桑原雅夫, 赤松 隆 : 多起点多終点ODにおける渋滞延伸を考慮したリアクティブ動的利用者最適交通量配分, 土木学会論文集, No. 555/ IV-34, pp.91-102, 1997.
  - 13) Kuwahara M. and Akamatsu T. : Decomposition of the Reactive Dynamic Assignments with Queues for a Many-to-Many Origin-Destination Pattern, *Transportation Research*, Vol.31B, No.1, pp.1-10, 1997.
  - 14) Henderson J.V.: Road Congestion - A Reconsideration of Pricing Theory, *Journal of Urban Economics* 1, 1974.
  - 15) Hurdle V.F.: Equilibrium Flows on Urban Freeways, *Transportation Science*, Vol.15, 1981.
  - 16) Hendrickson C., and Kocur G.: Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model, *Transportation Science*, Vol.15, No.1, 1981.
  - 17) Hendrickson C., and Plank E.: The Flexibility of Departure Times for Work Trips, *Transportation Research*, Vol.18A, No.1, 1984.
  - 18) Fargier P.H.: Effects of the Choice of Departure Time on Road Traffic Congestion, *Proceedings of the Eighth International Symposium on Transportation and traffic Theory*, Toronto, Canada, 1981.
  - 19) Smith M.J.: The Existence of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *International Symposium on Frontiers in Transportation Equilibrium and Supply Models*, Montreal, 1981.
  - 20) Daganzo C.F.: The Uniqueness of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck, *Transportation Science*, Vol.19, pp.29-37, 1985.
  - 21) Kuwahara M., and Newell G.F.: Queue Evolution on Freeways Leading to a Single Core City during the Morning Peak, *Proceedings of the 10th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pp.21-40, Boston, 1987.
  - 22) Newell G.F.: The Morning Commute for Non-Identical Travelers, *Transportation Science*, Vol.21, No.2, pp.74-88, 1985.
  - 23) DePalma A., M.Ben-Akiva, C.Lefevre, and N.Litinas: Stochastic Equilibrium Model of Peak Period Traffic Congestion, *Transportation Science*, Vol.17, No.4, 1983.
  - 24) Kuwahara M.: Equilibrium Queueing Patterns at a Two-Tandem Bottleneck during the Morning Peak, *Transportation Science* Vol.24, No.3, pp.217-229, 1990.