公共交通最適施策決定モデルの構築*

Model for Determining Optimizing the Transit Measures*

嶋本　寛**・倉内　文孝***・飯田　恭敬****

By Hiroshi SHIMAMOTO**・Fumitaka KURAUCHI***・Yasunori IIDA****

1. はじめに

近年，公共交通の利用促進が叫ばれているが，大都市を中心に混雑の激しい公共交通機関が多く存在し，公共交通への利用転換を図る上でも混雑緩和を行う必要がある．近年までの公共交通における混雑緩和施策は多頻度運行や車両数増大といったハード面の対策が中心であったが，これらの対策は物理的にも金銭的にも限界に来ている．一方で，IC カードによる料金収受システムが実用化されており，今後は区間別料金の設定などより柔軟な料金体系をとることが可能になると考えられ，ロードプライシングのように料金施策による混雑緩和も可能となるであろう．本研究では，先行研究で構築した乗客配分モデルを下位問題として，混雑緩和のための最適な料金施策を決定するモデルを構築する．

2. 最適施策決定モデル

(1) モデルの概要

公共交通計画において，事業者がある施策を行えば，それにともなって乗客の意思決定が変化し均衡状態も変化する．このときに，最適な施策を決定する問題は，乗客配分モデルを下位問題とした bi-level 最適化問題として定式化できる[1]．また，何らかのサービス施策を実施した場合，OD ペアごとの混雑度の改善効果に差があることが確認されており[2]，さらに公共交通計画において利用者間の公平性確保が重要となっているので，OD ペアごとの混雑度に関する公平性を考慮に入れる必要がある．本研究で構築するモデルは，Kurauchi *et al*[3]が構築した乗客配分モデル（以下では CapCon-CL）を下位問題として，乗客の総コスト最小化と OD ペアごとの混雑度に関する格差最小化を目的関数とした多目的最適化問題として定式化しており，混雑度に関する利用者間の公平性を明示的に考慮したものとなっている．

(2) CapCon-CL(Capacity Constraints Transit Assignment Model with Common Lines)[3]

下位問題で用いる CapCon-CL は頻度ベースで運行されている公共交通を想定し，道路交通における利用者均衡に準じるものであり，容量制約条件と common lines problem[4]という公共交通特有の特徴を明示的に加味したモデルである．このモデルにおいて，乗客は以下に示す一般化費用を最小にする経路を探索する[2]と仮定している．なお，common lines problem を考慮しているため，一般化費用を最小にする経路は単一ではなく経路群(hyperpath)となる．

$$g_p = \sum_{a \in A_p} \alpha_{ap} c_a + \eta \sum_{k \in S_p} \frac{\beta_{kp}}{F_{kp}} - \theta \ln \left(\prod_{k \in E_p} (1 - q_k)^{\beta_{kp}} \right) \quad \cdots\cdots(1)$$

ここに，

$$F_{kp} = \sum_{a \in OUT_p(k)} f_{l(a)} \quad \cdots\cdots(2)$$

ただし，

α_{ap} ： hyperpath p がリンク a を通過する確率
β_{kp} ： hyperpath p がノード k を通過する確率
f_l ： 路線 l の運行頻度
c_a ： リンク a のリンクコスト
q_k ： プラットフォーム k における乗り損ね確率
θ ： 乗り損ねの危険性に対するパラメータ
η ：乗車時間に関する時間価値

である．式(1)においては，リンクの通過確率を考慮したリンクコスト c_a の和に乗車運賃および乗車時間コストが課せられており，第 1 項は移動コストを表している．そして，第 2 項，第 3 項はそれぞれ期待待ち時間コスト，乗り損ねコストを表している．

(3) 定式化

公共交通計画における操作変数として，運賃，サービス頻度，路線設計等が考えられるが，ここでは

* Keywords: ネットワーク交通流，公共交通計画
**学生員，修（工），京都大学大学院工学研究科（〒606-8501 京都市左京区吉田本町，Tel 075-753-5126，FAX 075-753-5907）
***正会員，博（工），京都大学大学院工学研究科
****フェロー会員，工博，京都大学名誉教授

区間別に運賃を追加できるものとし，追加運賃 **s** を用いた．そして，上位問題を多目的関数で表した次のような bi-level 最適化問題として定式化する．

$$\min_{\mathbf{s}} \ \psi_m(\mathbf{y},\mathbf{q},\mathbf{s}),\ m = 1,2,\cdots M \quad (3)$$

such that

$$(\mathbf{y}^*, \mathbf{q}^*) \text{ satisfies (User Equilibrium)} \quad (4)$$

ただし，

y　：経路別利用者数
q　：路線別乗り損ね確率
M　：目的関数の数

である．

a)　**上位問題**

上位問題の目的関数として以下に示すように，一般化費用の総和最小化(ψ_1)と OD ペアごとの混雑度に関する格差最小化(ψ_2)の 2 つを採用する．

$$\psi_1(\mathbf{y},\mathbf{q},\mathbf{s}) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{p \in P_i^*} y_p \cdot g_p(\mathbf{y},\mathbf{q}) \quad (5)$$

$$\psi_2(\mathbf{y},\mathbf{q},\mathbf{s}) = \frac{1}{2 \cdot N^2 \cdot \overline{CR}} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{I} N_i \cdot N_j \left| CR_i - CR_j \right| \quad (6)$$

ここに，

$$N = \sum_{i=1}^{I} N_i \quad (7)$$

$$\overline{CR} = \sum_{i=1}^{I} CR_i \Big/ I \quad (8)$$

ただし，

I　：OD ペア数
P_i^*：OD ペア i において利用される hyperpath 集合
N_i　：OD ペア i の旅客需要
CR_i：OD ペア i の連結信頼性

である．ここで，連結信頼性とは「1 度も乗り損ねることなく目的地に到達することができる確率」と定義される．CapCon-CL のモデルにおいて，プラットフォームで乗り損ねて目的地に到達できないことが生じるため，連結信頼性は OD 間の距離によらず 0 から 1 の値を取り，OD ペアごとの混雑度を比較する指標とすることが可能である．

式(6)における ψ_2 は連結信頼性に関する OD ペア間の格差を，世帯ごとの所得格差を表す「ジニ係数」を参考にして表現したものである．すなわち，ψ_2 は 0 と 1 の間の値を取り，0 に近いほど OD ペア間の混雑度の格差は小さくなるのである．

b)　**下位問題**

下位問題における乗客配分モデルは，路線別乗り損ね確率 **q** と路線別リンク交通量 **y** を未知変数とした相補性問題として定式化できる．

Find $(\mathbf{y},\mathbf{q})$ **such that**

$$\mathbf{y} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y},\mathbf{q}) = 0,\ \mathbf{u}(\mathbf{y},\mathbf{q}) \geq \mathbf{0},\ \ \mathbf{y} \in \Omega \quad (9)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}(\mathbf{y},\mathbf{q}) = 0,\ \mathbf{v}(\mathbf{y},\mathbf{q}) \geq \mathbf{0},\ \ \forall \mathbf{0} \leq \mathbf{q} \leq \mathbf{1} \quad (10)$$

ここに，

$$u_p(\mathbf{y},\mathbf{q}) = g_p(\mathbf{y},\mathbf{q}) - m_{rs}^* \quad (11)$$

$$v_{kl}(\mathbf{y},\mathbf{q}) = f_l z_l - x_{w_{kl}} - \left(1 - q_{h_{kl}}\right) x_{b_{kl}},\ \forall k \in U_l, l \in L \quad (12)$$

ただし，

Ω　：交通量保存則を満たす路線別リンク交通量
m_{rs}^*：OD ペア rs における最小コスト
f_l　：路線 l の運行頻度
z_l　：路線 l の車両容量
$x_{w_{kl}}$：プラットフォーム k の路線 l の車両に既に乗車している乗客数
$x_{b_{kl}}$：プラットフォーム k の路線 l の車両に乗車しようとしている乗客数
L　：路線集合
U_l　：路線 l が停車するプラットフォームの集合

である．なお，式(9)は利用者均衡条件を，式(10)は容量制約条件を表している．

ここで構築したモデルを，多目的最適化問題の解法の 1 種である NSGA-II[5]を用いて解いた．ただし，下位問題における CapCon-CL は複数の均衡解を持つ可能性があるので，得られる解にバイアスが生じる可能性があることに注意が必要である．

3.　ケーススタディ

(1)　計算条件

図- 1 のような仮想ネットワークを用いてケーススタディを行った．駅間の所要時間，サービス頻度および車両容量は図中に示した通りであり，車両は右方向にのみ走行するものとする．また，旅客需要

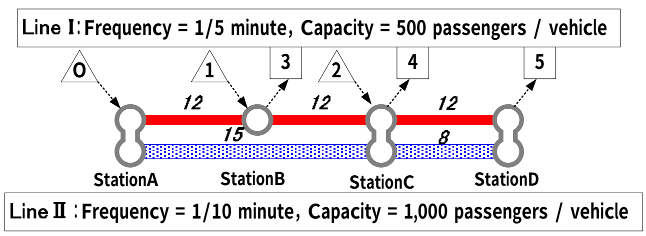

図- 1　計算対象ネットワーク

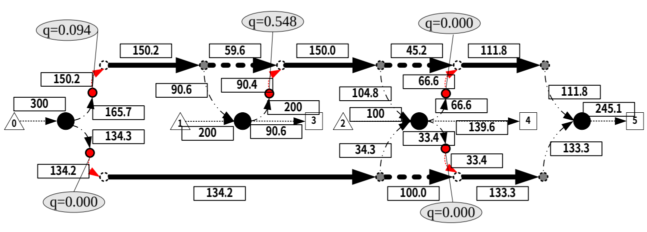

図- 2　配分結果（課金なし）

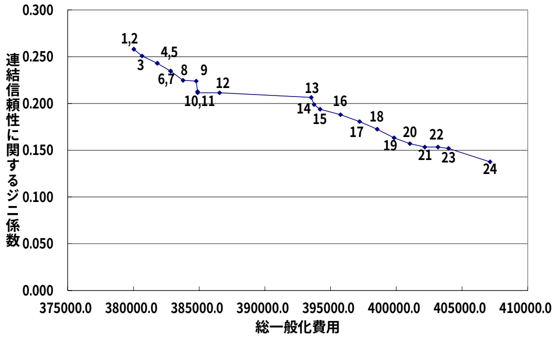

図- 3　パレート解およびパレートフロント

表- 1　代表的パレート解における路線別課金額

ID	Line I			Line II		総一般化費用	ジニ係数
	AB	BC	CD	AC	CD		
1	20	0	0	0	0	380030.9	0.258
10	70	0	0	0	0	384875.9	0.213
11	0	0	70	0	0	384886.6	0.211
15	150	0	0	0	0	394204.4	0.194
24	150	0	0	0	60	407133.2	0.138

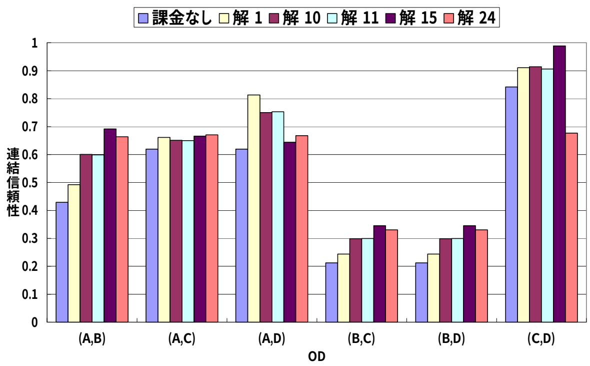

図- 4　パレート解における連結信頼性の比較

表- 2　パレート解における経路利用者数の比較

解	利用経路	ODペア		
		(A,C)	(A,D)	(C,D)
課金なし	Line I	66.67	66.67	66.53
	Line II	33.33	33.33	33.47
1	Line I	66.67	36.73	66.60
	Line II	33.33	63.27	33.40
10	Line I	66.60	0.07	66.60
	Line II	33.40	99.93	33.40
11	Line I	66.67	0.07	66.60
	Line II	33.33	99.93	33.40
15	Line I	44.73	0.00	66.60
	Line II	55.27	100.00	33.40
24	Line I	0.20	50.53	66.60
	Line II	99.80	49.47	33.40

は各ODペアで100(人/分)，θを100とした．さらに，乗車運賃を1回あたり200円とし，時間価値を乗車時間13(円/分)，待ち時間26(円/分)とした．追加料金は駅間ごとに10円単位で0円から150円の間で決定できるとして計算した．

(2)　計算結果

まず，追加料金を徴収しない場合におけるCapCon-CLの配分結果を図- 2に示す．図中のqは乗り損ね確率を表しており，特に駅BC間でLine Iの混雑が激しいことがわかる．次に，本研究で構築したモデルを計算した結果，図- 3に示すような24個のパレート解が得られた．これを見ると，総一般化費用最小化に重点を置いた解，混雑度に関する公平性確保に重点を置いた解，および両者のバランスをとった解の3つに分類できることがわかる．また代表的な解における路線別課金額を表- 1に示す．これを見ると，解24以外ではすべて混雑しているLine Iにのみ課金されていることがわかる．図- 4はそれぞれの解におけるODペア別連結信頼性である．解番号が大きくなるにつれて，OD(B,C)，(B,D)の連結信頼性が概ね向上しており，そのため連結信頼性に関するOD間格差は小さくなったといえる．以下では，表- 1に示した代表的なパレート解に関して乗客行動の変化およびそれにともなう混雑度の変化について考察する．

a)　<u>解1</u>

まず解1において注目すべきことは，一般化費用の総和は追加料金を徴収しない場合（382232.0）よりも小さいことである．これは，Line Iへの追加料金によって，OD(A,D)間において混雑していないLine IIの利用者が33.3人から63.3人に増えたためである（表- 2）．結果として図- 4を見てもわかるように，すべてのODペアについて連結信頼性が向上し，乗り損ねコストが減少しており，この場合の追加料金の徴収がネットワークの混雑緩和およびそれにともなう総一般化費用削減をもたらしたといえる．

b)　<u>解10および解11</u>

次に，解10および解11における乗客行動について分析する．表- 2はODペア(A,C)，(A,D)，(C,D)における経路利用者数を示したものである．これを見ると，解10と解11における乗客行動はほぼ同一であり，ともに課金なしと比べてOD(A,D)においてLine IIの利用者が増加していることがわかる．このため，図- 4を見てもわかるように，ともにすべてのODペアについて課金なしの場合より連結信頼性は向上しており，追加料金徴収によってネットワーク全体の混雑が緩和されたといえる．しかし，解10と解11におけるψ_1とψ_2の値もほぼ等しいにも関わらず，表- 3を見るとODペアごとの一般化費用の総和は異なっていることがわかる．これは，追加料金の合計金額は同一であるが，徴収する駅間が異なる

表- 3　解 10 と解 11 の一般化費用の比較

OD	解	運賃	追加料金	乗車時間	待ち時間	乗り損ね	合計
(A,B)	解 10	20000.0	7000.0	15600.0	13000.0	5111.6	60708.3
	解 11	20000.0	0.0	15600.0	13000.0	5137.1	53712.3
(A,C)	解 10	20000.0	4662.0	27292.2	8684.0	4360.1	64997.8
	解 11	20000.0	0.0	27300.0	8666.7	4371.6	60332.1
(A,D)	解 10	20000.0	0.0	29900.0	26000.0	2873.9	78776.8
	解 11	20000.0	0.0	29900.0	26000.0	2840.6	78771.8
(B,C)	解 10	20000.0	0.0	15600.0	13000.0	12088.9	60648.6
	解 11	20000.0	0.0	15600.0	13000.0	12072.0	60636.7
(B,D)	解 10	20000.0	0.0	31200.0	13000.0	12088.9	76248.6
	解 11	20000.0	7000.0	31200.0	13000.0	12072.0	83236.7
(C,D)	解 10	20000.0	0.0	13863.2	8684.0	983.4	43495.8
	解 11	20000.0	4666.7	13866.7	8666.7	1101.1	48197.0

表- 4　乗り損ね確率の比較

駅	Line	課金なし	15	24
A	I	0.57	0.31	0.34
	II	0.00	0.36	0.33
B	I	0.79	0.65	0.67
C	I	0.25	0.02	0.50
	II	0.00	0.00	0.00

表- 5　解 15 と解 24 における総一般化費用の比較

解	運賃	追加料金	乗車時間	待ち時間	乗り損ね	合計
解15	120000.0	21706.7	130894.4	88059.1	33616.6	394204.4
解24	120000.0	27570.6	134216.2	86514.8	38753.2	407133.2

ためである．すなわち，解 10 においては Line I の AB 間に追加料金が課金されているため OD(A,B)，(A,C)が追加料金を払っているが，解 11 においては Line I の CD 間に追加料金が課金されているため OD(B,D)，(C,D)が追加料金を払っており，これらの OD ペアの一般化費用の総和は異なっているのである．本研究において，OD ペア間の一般化費用に関する公平性については考慮していないが，これについても考慮する余地があるといえる．

c)　解 15 および解 24

最後に解 15 および解 24 における乗客行動について分析する. まず表- 2 において解 15 に注目すると，Line I の AB 間に大きな金額(150 円)が課金されたため，OD ペア(A,C)，(A,D)において Line II の利用者が大幅に増加した．このため，表- 4 を見てもわかるように, 駅 A における Line II の混雑が激しくなった．解 24 においては，OD(A,C)，(A,D)で表- 2 のように乗客は経路を選択した. 表- 4 で解 15 と解 24 を比較すると，駅 C の Line I では解 24 のほうが乗り損ね確率は低く，それ以外はほぼ同一であることがわかる．したがって，解 15 と比較すると解 24 のほうがネットワーク全体の混雑は激しくなっている．図- 4 において解 24 のほうが OD 間の混雑度の差は小さくなったのは，混雑の激しかった OD ペアの混雑が改善されたのと同時に，混雑の激しくなかった OD ペア（OD(C,D)）の混雑が激化したためであると考えられる．このため，表- 5 で解 15 と解 24 の一般化費用の総和を比較すると, 解 24 のほうが乗り損ねコストが大きくネットワーク全体の混雑が激しくなったことがわかる.

4.　おわりに

本研究では，先行研究で構築した乗客配分モデルを下位問題として混雑緩和のための最適な区間別追加料金を決定するモデルを構築した．仮想ネットワークによるケーススタディの結果，総一般化費用最小化に重点を置いた解，混雑度に関する公平性確保に重点を置いた解，および両者のバランスをとった解に分類できる 24 個のパレート解が得られた. また，課金を行うことにより一般化費用の総和と連結信頼性の両方の値が改善されたケース（解 1）も確認され，追加料金徴収によって社会的に最適な状態が実現できる可能性があることが確認された．一方，総一般化費用と OD 間の混雑度がほぼ同一であるにも関わらず，OD 別の一般化費用が異なっているケース（解 10 と解 11）や課金によって OD ペア別の混雑度に関する公平性は向上したがネットワーク全体の混雑も激化したケース（解 15 と解 24）も確認された．今後の課題としては，上位関数の目的関数の設定に際して，OD ペアごとの一般化費用の公平性確保，およびネットワーク全体の混雑最小化を考慮に入れる必要があるといえる．

【参考文献】

1) Zhou, J. and Lam. W. H. K : A bi-level programming approach – optimal transit fare under line capacity constraints, Journal of Advanced Transportation, **35**, 105-124, 2000
2) 嶋本寛，倉内文孝，飯田恭敬：乗客配分モデルを用いた公共交通の混雑緩和施策評価，土木計画学論文集（投稿中）
3) Kurauchi, F., Bell, M. G. H. and Schmöcker, J.-D.: Capacity Constrained Transit Assignment with Common Lines, Journal of Mathematical Modelling and Algorithms, **2-4**, pp. 309-327, 2003.
4) Chiriqui, C. and Robilland, P. “Common Bus Lines”, Transportation Science, **9**, 115-121, 1975.
5) Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A. and Meyarivan, T.: A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II, the Parallel Problem Solving from Nature VI (PPSN-VI), 849-858, 2000.