

# 公共交通を考慮したプロビット型確率的利用者均衡によるネットワークデザインに関する研究\*

## A Study on Network Design Based on Probit-Based User Equilibrium Considering Public Transport\*

内田賢悦\*\*・加賀屋誠一\*\*\*・萩原亨\*\*\*\*

By Kenetsu UCHIDA\*\*・Seiichi KAGAYA\*\*\*・Toru HAGIWARA\*\*\*\*

### 1. はじめに

これまでのプロビット型確率利用者均衡 (Probit-Stochastic User Equilibrium: P-SUE) を用いたバイレベルネットワークデザインに関する研究として、自動車交通のみを対象とし、道路混雑税の最適化を行うものが挙げられる。しかし、実際の道路ネットワークを考えた場合、自動車の旅行時間は公共交通であるバスの影響を受け、また、利用者のバスへの転換は道路ネットワークの混雑緩和に寄与する。したがって、道路ネットワークを考える場合、公共交通の影響も同時に表現可能なモデルが必要となる。

本研究では、P-SUE を用いた公共交通配分モデルの構築を行った。自動車の他にバスおよび軌道系交通を対象としてモデル化を行っている。さらに、公共交通に関しては、停留所または駅までの徒歩の影響が大きいと考え、徒歩交通も表現している。また、バイレベルネットワークデザイン問題として、バス、軌道系公共交通の運行頻度の最適化も行った。

### 2. 確率利用者均衡配分

確率利用者均衡では、OD ペア  $rs$  間における  $k$  番目経路に対する不効用  $C_k^{rs}$  は、式(1)で表される。

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs} \quad (1)$$

ここで、 $c_k^{rs}$ 、 $\varepsilon_k^{rs}$  はそれぞれ OD ペア  $rs$  間における  $k$  番目経路に対する不効用の確定項およびランダム項である。このとき、OD ペア  $rs$  間における  $k$  番目経路が選択される確率  $P_k^{rs}$  は式(2)で表され、また、OD

ペア  $rs$  間における需要交通量を  $q_{rs}$  と表現した場合、その経路交通量  $f_k^{rs}$  は式(3)で表される。

$$P_k^{rs} = \Pr(C_k^{rs} \leq C_j^{rs} \quad \forall j \in K_{rs}, j \neq k) \\ = \Pr(c_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs} \leq c_j^{rs} + \varepsilon_j^{rs} \quad \forall j \in K_{rs}, j \neq k) \quad (2)$$

$$f_k^{rs} = q_{rs} P_k^{rs} \quad (3)$$

ここで  $\Pr(\cdot)$ 、 $K_{rs}$  は、それぞれ確率、OD ペア  $rs$  間における経路集合である。ここで、ランダム項に互いに独立なワイブル分布を仮定すると Logit-SUE、多項正規分布を仮定した場合、P-SUE が得られる。

### 3. モデル化

#### (1) ネットワーク

前章で述べたように、SUE では不効用の確定項とランダム項を特定すれば、配分計算が可能となる。本研究ではランダム項に正規分布を仮定した P-SUE を想定し、歩行者、自動車、公共交通機関を統合したモデルを考えていくことにする。

交通ネットワークは、道路ネットワークに公共交通ネットワークを加えたハイパーネットワーク  $G(N, S)$  で表現されることになる。ここで、 $N, S$  は、それぞれネットワークを構成するノードとリンクの集合である。このリンク集合  $S$  には、以下の関係が成立する。

$$S = \bigcup_{m \in \{w, a, b, u\}} S_m$$

$S_m$ : 交通モードが  $m$  となるリンク集合(その要素を  $s_m$  で表現する)。

$m$ : 交通モードを示す記号 ( $m=w$ : 歩行,  $m=a$ : 自動車,  $m=b$ : バス,  $m=u$ : 地下鉄)。

本研究では、図 1 上に示すネットワークを考える。地下鉄路線 (Line1) は、ノード  $w'-D_2$  間をダイレクトに結んでいる。バス路線 2 (Line2) は、ノード  $O_2-y$

\*キーワード 公共交通需要, 配分交通

\*\*正会員 博(工) 北海道大学大学院工学研究科都市環境工学専攻 (札幌市北区北 13 条西 8 丁目, Tel 011-706-6211, Fax 011-706-6211)

\*\*\*フェロー 学博 北海道大学大学院工学研究科都市環境工学専攻 (札幌市北区北 13 条西 8 丁目, Tel 011-706-6210, Fax 011-706-6211)

\*\*\*\*正会員 工博 北海道大学大学院工学研究科都市環境工学専攻 (札幌市北区北 13 条西 8 丁目, Tel 011-706-6214, Fax 011-706-6214)

間を結び、途中ノード  $x$  に停車する。バス路線 3 (Line3) は、ノード  $O_2$ - $D_2$ 間を結び、途中ノード  $x$  には停車するが、ノード  $y$  には停車しない。バス路線 4 (Line4) は、ノード  $x$ - $D_2$ 間を結び、途中ノード  $y$  に停車する。このネットワークは、図 1 下に示すハイパーネットワークとして表現される。ハイパーネットワークにおいて公共交通は、ルートセクション (以下 RS とする) によって表現される<sup>1)</sup>。

リンクの部分集合  $S'$  から構成される経路の不効用は、式(4)で示されるものとする。ただし、ここではランダム項を省略した確定項のみを示している。

$$DU^{S'} = \sum_{m \in \{w, a, b, u\}} \zeta_{S'}^m \alpha^m + \sum_{s_m \in S'} DU^{s_m} \quad (4)$$

$DU^{s_m}$ : リンク  $s_m$  に関する不効用値。

$\alpha^m$ : 交通モード  $m$  に特有の定数。

$\zeta_{S'}^m$ : リンクの部分 A 集合  $S'$  の中に交通モードが  $m$  となるリンク  $s_m \in S_m$  が 1 本以上含まれていれば 1, そうでなければ 0 をとる変数。

リンク  $s_m$  に関する不効用値は、一般的に式(5)で示される。

$$DU^{s_m} = \pi^m \hat{t}^{s_m} + \rho^m w^{s_m} + \tau^m p^{s_m} \quad \forall s_m \in S_m \quad (5)$$

$\hat{t}^{s_m}$ : リンク  $s_m$  の認知旅行時間。

$w^{s_m}$ : リンク  $s_m$  の平均待ち時間。

$p^{s_m}$ : リンク  $s_m$  における通行料金。

$\pi^m, \rho^m, \tau^m$ : それぞれリンク  $s_m$  の認知旅行時間、平均待ち時間および通行料金に関するパラメータ値。

公共交通を利用した場合、車内混雑による不快感から認知される旅行時間は、実時間よりも長くなると

考えられる。本研究では、これを認知旅行時間と表現し、実旅行時間とは区別している。

## (2) 歩行リンク

歩行リンクに関しては、待ち時間および通行料金は存在しないため、その不効用は一般的に式(6)で表される。

$$DU^{s_w} = \pi^w \hat{t}^{s_w} \quad \forall s_w \in S_w \quad (6)$$

ここで、歩行リンクでは車内混雑がないため、認知旅行時間 ( $\hat{t}^{s_w}$ ) は実旅行時間 ( $\bar{t}^{s_w}$ ) と一致する。

## (3) 自動車リンク

自動車リンクに関しては、待ち時間が存在しないため、その不効用は一般的に式(7)で表される。

$$DU^{s_a} = \pi^a \hat{t}^{s_a} + \tau^a p^{s_a} \quad \forall s_a \in S_a \quad (7)$$

歩行リンクと同様に認知旅行時間 ( $\hat{t}^{s_a}$ ) は実旅行時間 ( $\bar{t}^{s_a}$ ) と一致し、BPR 型関数を用いて式(8)で表すことにする。

$$\hat{t}^{s_a} = \bar{t}^{s_a} \left\{ 1 + \beta^{s_a} \left( \frac{\sum_{l \in \psi(s_a)} f_l E_b + V_{pcu}^{s_a}}{K^{s_a}} \right)^{\gamma^{s_a}} \right\} \quad (8)$$

$$V_{pcu}^{s_a} = \frac{V^{s_a}}{O_a} E_a \quad (9)$$

$\bar{t}^{s_a}$ : リンク  $s_a$  の自由走行時間 (min)。

$K^{s_a}$ : リンク  $s_a$  の交通容量 (pcu/hr)。

$V^{s_a}$ : リンク  $s_a$  上の旅行者数 (passengers/hr)。

$\psi(s_a)$ : リンク  $s_a$  上を通過するバス路線の集合。

$O_a$ : 自動車の平均乗車人数 (passengers/auto)。

$E_a$ : 自動車の乗用車換算係数。

$E_b$ : バスの乗用車換算係数。

$\beta^{s_a}, \gamma^{s_a}$ : リンク  $s_a$  に関する調整係数。

## (4) 公共交通リンク

バス、地下鉄に関しては、待ち時間および運賃を考える必要があり、その不効用は一般的に式(10)で表される。

$$DU^{s_t} = \pi^t \hat{t}^{s_t} + \rho^t w^{s_t} + \tau^t p^{s_t} \quad \forall s_t \in S_b \cup S_u \quad (10)$$

平均待ち時間は、以下に示すように計算される。

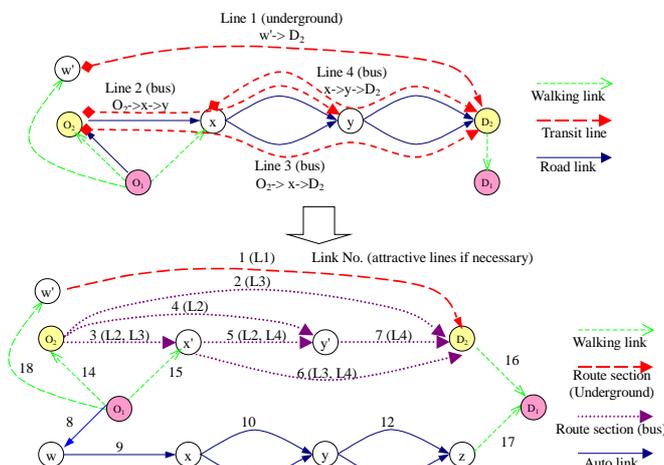


図 1. テストネットワーク

ノード  $i(s_t)$  から RS  $s_t$  に乗車する旅行者数 ( $V^{s_t}$ ) は、式(11)で表される。

$$V^{s_t} = \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} v_l^{s_t} \quad (11)$$

$i(s_t)$ : RS  $s_t$  の起点ノード。

$\bar{A}^{s_t}$ : RS  $s_t \in S_b \cup S_u$  を構成するアトラクティブライン<sup>1)</sup> (以下 AL とする) の集合。

$v_l^{s_t}$ : ノード  $i(s_t)$  から RS  $s_t$  上の AL  $l \in \bar{A}^{s_t}$  に乗車する旅行者数。

ここで、式(12)の関係が成立する。

$$v_l^{s_t} = \frac{f_l}{f^{s_t}} V^{s_t} \quad (12)$$

$f^{s_t}$ : RS  $s_t$  を構成する AL の運行頻度の合計値

$$(f^{s_t} = \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} f_l).$$

RS  $s_t$  上の AL  $l$  を利用する旅行者と競合する旅行者数は、式(13)で表される。

$$\tilde{v}_l^{s_t} = \sum_{r \in S_{i(s_t)}^{l+}} v_r^{s_t} + \sum_{r \in \bar{S}_{i(s_t)}^l} v_r^{s_t} \quad \forall l \in \bar{A}^{s_t} \quad (13)$$

$S_{i(s_t)}^{l+}$ : ノード  $i(s_t)$  を起点とし、AL  $l \in \bar{A}^{s_t}$  を含む RS の集合。ただし、RS  $s_t$  は含まれない。

$\bar{S}_{i(s_t)}^l$ : AL  $l \in \bar{A}^{s_t}$  を含み、起点ノードが  $i(s_t)$  の前方、終点ノードが  $i(s_t)$  の後方にある RS の集合。

このとき、RS  $s_t$  上の旅行者と競合する旅行者数は、式(14)で示される。

$$\begin{aligned} \tilde{V}^{s_t} &= \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} \tilde{v}_l^{s_t} \\ &= \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} \left( \sum_{r \in S_{i(s_t)}^{l+}} v_r^{s_t} + \sum_{r \in \bar{S}_{i(s_t)}^l} v_r^{s_t} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

以上の関係から、平均待ち時間 (min) は式(15)で表される。

$$w^{s_t} = \frac{60\alpha}{f^{s_t}} + \beta_2 \left( \frac{V^{s_t} + \tilde{V}^{s_t}}{K^{s_t}} \right)^{\gamma_2} \quad (15)$$

$K^{s_t}$ : RS  $s_t$  の交通容量 ( $K^{s_t} = \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} k_l$ ) (passengers /hr)

$k_l$ : AL  $l$  の交通容量 ( $k_l = f_l \kappa_l$ ) (passengers /hr)

$\kappa_l$ : AL  $l$  の乗車定員 (passengers/service)

$\beta_2, \gamma_2$ : 調整係数

式(15)の右辺第 1 項は、 $\alpha=1$  の場合、公共交通の到着分布と旅行者の到着分布がそれぞれ指数分布、一

様分布に従うとき、旅行者が経験する平均待ち時間である。また、公共交通が到着したとしても、車両が満員である場合、次の車両を待つ必要がある。右辺第 2 項は、こうした RS の交通容量に起因する待ち時間を表現している。

一方、RS  $s_t$  の認知旅行時間は、式(16)で表される。

$$\hat{t}^{s_t} = \sum_{l \in \bar{A}^{s_t}} \hat{f}_l^{s_t} / f^{s_t} \quad (16)$$

ここで、 $\hat{t}_l^{s_t}$  は RS  $s_t$  上の AL  $l \in \bar{A}^{s_t}$  に関する認知旅行時間であり、式(17)で表される。

$$\hat{t}_l^{s_t} = \sum_{s_t^l \in \phi(s_t, l)} \hat{t}_{s_t^l}^{s_t} \quad (17)$$

$\phi(s_t, l)$ : RS  $s_t$  上の AL  $l \in \bar{A}^{s_t}$  に包含され、隣接する 2 つの乗換ノード間を結ぶ RS の集合。

RS  $s_t^l \in \phi(s_t, l)$  の認知旅行時間は、式(18)で示される。

$$\hat{t}_{s_t^l}^{s_t} = \bar{t}^{s_t^l} \left\{ 1 + \beta_1 \left( \frac{v_l^{s_t^l} + \tilde{v}_l^{s_t^l}}{f_l \kappa_l} \right)^{\gamma_1} \right\} \quad \forall s_t^l \in \phi(s_t, l) \quad (18)$$

ここで  $\bar{t}^{s_t^l}$  は、RS  $s_t^l \in \phi(s_t, l)$  の実旅行時間であり、認知旅行時間は、これに加え、車両内の混雑影響を BPR 関数により表現している。もし、RS  $s_t$  が地下鉄路線を表すリンクである場合、RS  $s_t^l \in \phi(s_t, l)$  の実旅行時間 ( $\bar{t}^{s_t^l}$ ) は、道路交通の影響を受けないため定数となる。一方、RS  $s_t$  がバス路線を表すリンクである場合、RS  $s_t^l \in \phi(s_t, l)$  の実旅行時間 ( $\bar{t}^{s_t^l}$ ) は、式(19)で表される。

$$\bar{t}^{s_t^l} = \sum_{s_a \in \phi(s_t^l)} \bar{t}^{s_a} \quad \forall s_t^l \in \phi(s_t, l) \quad (19)$$

$\phi(s_t^l)$ : RS  $s_t^l \in \phi(s_t, l)$  の影響を受ける道路リンクの集合。

#### 4. バイレベルプログラミング

本研究では、以下に示すバイレベル問題を想定している。

$$\min_{\mathbf{f}} Z = \mathbf{DU}(\mathbf{V}^*(\mathbf{f}), \mathbf{f})^T \mathbf{V}^*(\mathbf{f}) + \theta \cdot \mathbf{F}^T \mathbf{f} \quad (20)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{f} \geq \mathbf{1} \quad (21)$$

where,  $\mathbf{V}^*(\mathbf{f})$  solves P-SUE.

$\theta$ : 運行頻度の設定に伴う費用を不効用に変換するパラメータ値。

DU: リンクに関する不効用ベクトル  $(\dots, DU^s, \dots)^T$  .  
 V\*: 均衡リンクフローベクトル  $(\dots, V^{*s}, \dots)^T$  .  
 f: AL l の運行頻度を表すベクトル  $(\dots, f_l, \dots)^T$  .  
 F: AL l の運行頻度を 1 単位増やすために必要となる費用を表すベクトル  $(\dots, F_l, \dots)^T$  .

上位問題としては、公共交通の運行頻度を制御変数としてネットワーク全体の不効用を最小化し、下位問題として P-SUE を想定している。解法としては、P-SUE に対する感度分析<sup>2)</sup>に基づいた解法を適用している。

## 5. 計算例

ここでは、図 1 に示す仮想ネットワークを対象に行った計算例を示すことにする。OD ペア  $O_1-D_1$  間の旅行者は、自動車を利用するか、地下鉄駅またはバス停まで歩行し、そこで公共交通を利用して目的地に到達することができる。一方、OD ペア  $O_2-D_2$  間の旅行者は、自動車を保有してなく、さらに地下鉄も利用できないものと仮定した。

図 2 は、地下鉄 (Line 1) とバス路線 3 (Line 3) の運行頻度 (services/hr) を変化させた場合の OD ペア  $O_1-D_1$  間の旅行者を対象とした交通機関分担率を示している。この図から、地下鉄の運行頻度を増やした場合、その平均待ち時間が短縮され、その結果、地下鉄の分担率が上昇したことがわかる。一方、バス路線 3 の運行頻度を増やしても、バスの分担率の向上はほとんどない。これは、バスネットワークは、既に OD ペア  $O_2-D_2$  間の旅行者により混雑しているためである。

図 3 は、地下鉄とバス路線 3 の運行頻度を変化させた場合の式(20)に示した目的関数の変化を示している。この図からわかるように、上位問題の目的関数は、公共交通に運行頻度に関して凸関数となっており、パイレベル問題は一意的な最適解を有するものと考えられる。図 4 は、この目的関数の等高線と解の探索過程を示している。この図から、繰り返し数が 3 回ほどで最適解が得られることがわかる。

## 6. まとめ

本研究では、P-SUE をベースとした公共交通配分

モデルを構築した。また、公共交通の運行頻度に関するパイレベル問題を定式化し、仮想ネットワークを対象とした解析も行った。今後は、各種パラメータ値の測定および実ネットワークを対象とした配分計算を行う所存である。

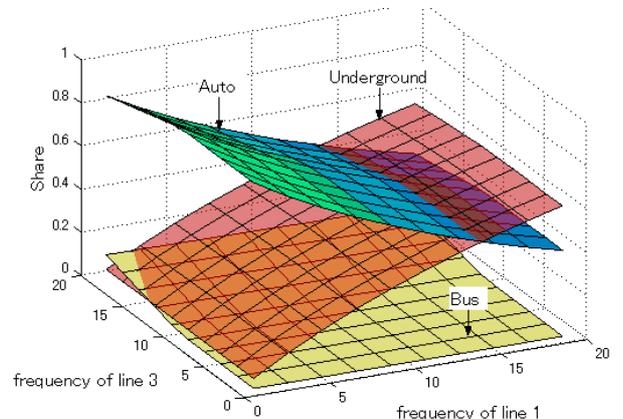


図 2 . 交通機関分担率

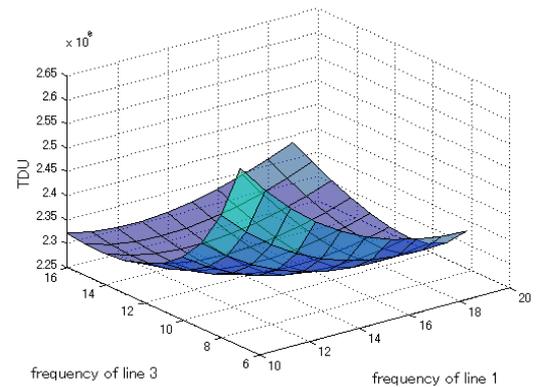


図 3 . 上位問題の目的関数

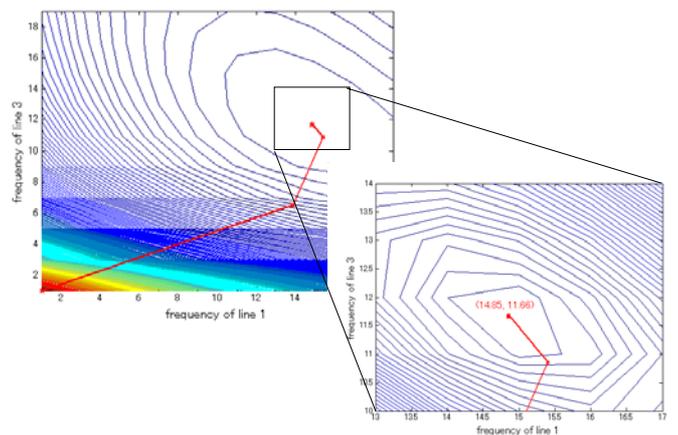


図 4 . 解の探索過程

## 参考文献

- 1) Chiriqui C. and Robillard P., Common bus lines. Trans. Sci. 9, 115-121, 1975.
- 2) Clark S.D. and Watling D.P., Sensitivity analysis of the probit-based stochastic user equilibrium assignment model, Transportation Research 36B, 617-635, 2002.