総合評価値一斉法の提案*

A Proposal of Total Concurrent Convergence Method of Evaluation Value*

杉浦伸**・木下栄蔵***

By Shin SUGIURA**・Eizo KINOSHITA***

１．はじめに

AHP[1)−2)]はサーティによって提案された人々の様々な決定を導く合理的な意思決定プロセスである．

AHP にはサーティの提案する従来型の AHP に加え木下・中西[3)]によって提案された支配代替案法や，同様に木下・中西[4)−5)]によって提案された，一斉法がある．この一斉法についてはすでにその精緻な構造の解説や一般式の提案がなされている[4)−5) −6)].

さて，従来型 AHP やその発展モデルである ANP[1)−2)]や新しいモデルである支配代替案や一斉法において，これまでの AHP はいずれの手法においても代替案の評価値は唯一普遍であることが前提とされ，仮に不安定な状況下にあるとしても ANP や一斉法は評価基準の重みのみが不安定である場合に限られていた．そして，代替案の評価値が複数存在するという視点に立脚する手法は存在しなかった.

しかし，AHP を利用する上での実際の意思決定においては，評価基準の重みが不安定である以前に複数の意思決定者の存在や，不確実性などの要因から代替案の評価値そのものが不安定であることが非常に多いと考えられる．また，そうした場合に対応できる手法が必要である.そのため，そうした代替案の評価値の不安定さを修正する新しい AHP の手法として杉浦・木下[7)]は「評価値一斉法」を提案している．そして，杉浦・木下は従来の一斉法を評価基準の重みのみが不安定であるという点から,「重み一斉法」と命名した.

本稿では，評価値一斉法の発展的モデルとして「総合評価値一斉法」を提案し，この総合評価値一斉法が重み一斉法の演算を評価値一斉法として導出できることを示し，一斉法の完全な体系が総合評価値一斉によって構築されていることを示す.

*キーワーズ：計画基礎論，計画手法論

**学生員，都市情報学学士，名城大学大学院都市情報学研究科前期博士課程都市情報学専攻

（岐阜県可児市虹ヶ丘四丁目三番地の三,
TEL:0574-69-0100，E-mail: p0481003@urban.meijo-u.ac.jp）

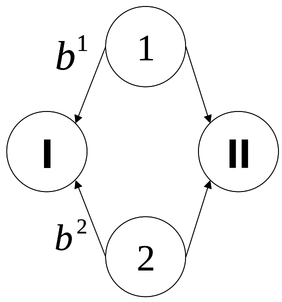
***正員，工博，名城大学都市情報学部都市情報学科

（岐阜県可児市虹ヶ丘四丁目三番地の三,
TEL:0574-69-0100，E-mail: kinoshit@urban.meijo-u.ac.jp）

２．重み一斉法の数学的構造[8)]

支配型 AHP において，複数の支配代替案が存在する場合を考える．たとえば，代替案 1 と代替案 2 が支配代替案と仮定する．このとき，代替案 1 からみた重みベクトル b^1，代替案 2 からみた重みベクトル b^2，さらに評価マトリックス A，および評価単価比マトリックス A_n が与えられる．すなわち，入力データは，以下に示すようになる（図－１参照）.

$$A=\begin{bmatrix} a_{1\mathrm{I}} & a_{1\mathrm{II}} \\ a_{2\mathrm{I}} & a_{2\mathrm{II}} \\ a_{3\mathrm{I}} & a_{3\mathrm{II}} \end{bmatrix},\quad A_n = A\cdot\begin{bmatrix} 1/a_{n\mathrm{I}} & 0 \\ 0 & 1/a_{n\mathrm{II}} \end{bmatrix}$$



図－１　各評価基準からの視点の模式図

このとき，支配代替案 1 から支配代替案 2 への推定は,次のようになる.

重みベクトルの推定：ルール 1 により,

$$b^1 \longrightarrow A_2 A_1^{-1} b^1$$

となる.

評価マトリックスの推定：

$$AA_1^{-1} \longrightarrow AA_2^{-1}$$

となる.

一方，支配代替案 2 から支配代替案 1 への推定も同様にして求めることが出来る.

重みベクトルの推定：

$$b^2 \longrightarrow A_1 A_2^{-1} b^2$$

となる.

評価マトリックスの推定：

$$AA_2^{-1} \longrightarrow AA_1^{-1}$$

となる．

ここで，重みベクトル b^1 と重みベクトルの推定値 $A_1 A_2^{-1} b^2$ に「ずれ」が生じる場合を考える．重みベクトル b^2 と重みベクトルの推定値 $A_2 A_1^{-1} b^1$ との「ずれ」も同様である．このような「ずれ」が生じない場合は，「支配代替案間の互換性」と呼ぶ理想的な推移状態にある．しかし，現実には互換性が保たれることは稀で，「ずれ(ギャップ)」が生じることが多い．そこで，このような「ずれ」を調整する方法を，木下・中西は「一斉法」として提案しているのである．

さて，次に，「一斉法」について，すべての代替案が支配代替案の場合(前述した例では，代替案の数は 3 つ)を例として説明する．

まず，支配代替案１からみた重みベクトルの調整値 b^1 は，オリジナルデータ b^{11}，支配代替案 2 からの推定値 b^{12}，支配代替案 3 からの推定値 b^{13} の平均値とする．すなわち，

$$b^1 = \frac{1}{3}\left\{b^{11} + b^{12} + b^{13}\right\}$$

$$= \frac{1}{3}\left\{\frac{A_1 A_1^{-1} b^1}{e^T A_1 A_1^{-1} b^1} + \frac{A_1 A_2^{-1} b^2}{e^T A_1 A_2^{-1} b^2} + \frac{A_1 A_3^{-1} b^3}{e^T A_1 A_3^{-1} b^3}\right\}$$

となる．同様にして，支配代替案 2，3 からみた重みベクトル調整値 b^2，b^3 はそれぞれ次のようになる．

$$b^2 = \frac{1}{3}\left\{b^{21} + b^{22} + b^{23}\right\}$$

$$= \frac{1}{3}\left\{\frac{A_2 A_1^{-1} b^1}{e^T A_2 A_1^{-1} b^1} + \frac{A_2 A_2^{-1} b^2}{e^T A_2 A_2^{-1} b^2} + \frac{A_2 A_3^{-1} b^3}{e^T A_2 A_3^{-1} b^3}\right\}$$

$$b^3 = \frac{1}{3}\left\{b^{31} + b^{32} + b^{33}\right\}$$

$$= \frac{1}{3}\left\{\frac{A_3 A_1^{-1} b^1}{e^T A_3 A_1^{-1} b^1} + \frac{A_3 A_2^{-1} b^2}{e^T A_3 A_2^{-1} b^2} + \frac{A_3 A_3^{-1} b^3}{e^T A_3 A_3^{-1} b^3}\right\}$$

そして，新しい重みベクトル b^i と古い重みベクトル $b^i\,(i = 1,2,3)$ との間に「ずれ(ギャップ)」がなくなり，評価基準の重みが収束するまでこの手順を繰り返すことにする．この一連のプロセスが重み一斉法である．

３．重み一斉法の例

本章では重み一斉法の例を示す．各代替案からみた評価基準の重みを，

$$b^{11} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.6 \end{bmatrix} \quad b^{22} = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.3 \end{bmatrix} \quad b^{33} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

とし，評価値を $\begin{bmatrix} 1/6 & 0.6 \\ 1/3 & 0.3 \\ 1/2 & 0.1 \end{bmatrix}$ とすると，収束するまでの過程を表すと以下の表のようになる．

表－１　評価単価比マトリックスと重み一斉法の例

評価単価比マトリックス

1	I	II
1	1	1
2	2	1/2
3	3	1/6

2	I	II
1	1/2	2
2	1	1
3	3/2	1/3

3	I	II
1	1/3	6
2	2/3	3
3	1	1

重み一斉法の収束過程

	1		2		3	
	I	II	I	II	I	II
①	0.4	0.6	0.7	0.3	0.2	0.8
			0.727	0.273	0.923	0.077
	0.363	0.632			0.913	0.087
	0.014	0.986	0.053	0.947		
②	0.261	0.739	0.493	0.507	0.679	0.321
			0.585	0.145	0.864	0.136
	0.196	0.804			0.814	0.136
	0.105	0.895	0.319	0.681		
③	0.187	0.813	0.466	0.534	0.784	0.214
			0.479	0.521	0.806	0.194
	0.179	0.821			0.794	0.194
	0.169	0.831	0.449	0.551		
	0.178	0.822	0.465	0.535	0.796	0.204

この結果，収束値は，

$$b^1=\begin{bmatrix}0.178\\0.822\end{bmatrix}\quad b^2=\begin{bmatrix}0.465\\0.535\end{bmatrix}\quad b^3=\begin{bmatrix}0.796\\0.204\end{bmatrix}$$

となる．
したがって，総合評価値はそれぞれ，

$$\begin{bmatrix}1&1\\2&1/2\\3&1/6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.178\\0.822\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0.767\\0.671\end{bmatrix}\qquad \text{(支配代替案1)}$$

$$\begin{bmatrix}1/2&2\\1&1\\3/2&1/3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.465\\0.535\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.3025\\1\\0.8725\end{bmatrix}\ \text{(支配代替案2)}$$

$$\begin{bmatrix}1/3&6\\2/3&3\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.796\\0.204\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.4893\\1.1427\\1\end{bmatrix}\qquad \text{(支配代替案3)}$$

となる．しかし，上記 3 つの総合評価値は，正規化すると，すべて

$$E=\begin{bmatrix}0.410\\0.314\\0.276\end{bmatrix}$$

となり唯一の総合評価値として得られる．

４．評価値一斉法

本章では評価値一斉法の一般式について記述する．

評価値一斉法は，特に集団合意形成などの場面における複数の意思決定者や，追加情報による状況の変化によって評価値が複数出現した場合について，出現した複数の評価値を一つに統一する場合などにおいて有効な手法である．なお，評価値一斉法に関しては評価基準の重みは一定（安定している）である．

評価基準 2 つ，代替案 3 つの場合について，評価基準を A，B，代替案を X，Y，Z とすると，異なる三種類の評価値を次のように表現できる．

$$U(i)=\begin{bmatrix}1&1\\U_{21}(i)&U_{22}(i)\\U_{31}(i)&U_{32}(i)\end{bmatrix}$$ ；代替案 X を視点とした評価値

$$U(j)=\begin{bmatrix}U_{11}(j)&U_{12}(j)\\1&1\\U_{31}(j)&U_{32}(j)\end{bmatrix}$$ ；代替案 Y を視点とした評価値

$$U(k)=\begin{bmatrix}U_{11}(k)&U_{12}(k)\\U_{21}(k)&U_{22}(k)\\1&1\end{bmatrix}$$ ；代替案 Z を視点とした評価値

次に，支配代替案法の基本的なルールに基づき，ある評価値から，新たに次に支配代替案にしたい行の値の逆数を対角要素とし，逆対角要素を 0 にした行列をかける事によって評価値の支配代替案の変更をする演算を行うことができる．下の式が，ある代替案から視点の変更をする場合の演算方法である．

① $U(i)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{21}(i)&0\\0&1/U_{22}(i)\end{bmatrix}=U'(i)$ ；視点 X の評価値からの代替案 Y を支配代替案とする変換式

② $U(i)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{31}(i)&0\\0&1/U_{32}(i)\end{bmatrix}=U''(i)$ ；視点 X の評価値からの代替案 Z を支配代替案とする変換式

③ $U(j)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{11}(j)&0\\0&1/U_{12}(j)\end{bmatrix}=U'(j)$ ；視点 Y の評価値からの代替案 X を支配代替案とする変換式

④ $U(j)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{31}(j)&0\\0&1/U_{32}(j)\end{bmatrix}=U''(j)$ ；視点 Y の評価値からの代替案 Z を支配代替案とする変換式

⑤ $U(k)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{11}(k)&0\\0&1/U_{12}(k)\end{bmatrix}=U'(k)$ ；視点 Z の評価値からの代替案 X を支配代替案とする変換式

⑥ $U(k)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{21}(k)&0\\0&1/U_{22}(k)\end{bmatrix}=U''(k)$ ；視点 Z の評価値からの代替案 Y を支配代替案とする変換式

そして，ここで重み一斉法と同様の導出方法を行う（図ー2 参照）．

stepの流れ↓			
	$U(i)$	$U(j)$	$U(k)$
		$U'(i)$	$U''(i)$
	$U'(j)$		$U''(j)$
	$U'(k)$	$U''(k)$	

図－２　評価値一斉法の流れ

つまり，重み一斉法と同様にステップ 1 からステップ 2 は列の平均であり，

$$\frac{U(i)+U'(j)+U'(k)}{3}=U(i+1)$$

$$\frac{U(j)+U'(i)+U''(k)}{3}=U(j+1)$$

$$\frac{U(k)+U''(i)+U''(j)}{3}=U(k+1)$$

となり，

$$U(i+1)=\begin{bmatrix}1 & 1\\ U_{21}(i+1) & U_{22}(i+1)\\ U_{31}(i+1) & U_{32}(i+1)\end{bmatrix}$$

$$U(j+1)=\begin{bmatrix}U_{11}(j+1) & U_{12}(j+1)\\ 1 & 1\\ U_{31}(j+1) & U_{32}(j+1)\end{bmatrix}$$

$$U(k+1)=\begin{bmatrix}U_{11}(k+1) & U_{12}(k+1)\\ U_{21}(k+1) & U_{22}(k+1)\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

と導出できる．

これらのステップを重み一斉法同様に数回繰り返し，評価値が収束すると，

$$U(i)=U(i+1),U(j)=U(j+1),U(k)=U(k+1)$$

となり，これら $U(i+1),U(j+1),U(k+1)$ はすべて

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{1+U_{21}(i+1)+U_{31}(i+1)} & \frac{1}{1+U_{22}(i+1)+U_{32}(i+1)}\\ \frac{U_{21}(i+1)}{1+U_{21}(i+1)+U_{31}(i+1)} & \frac{U_{22}(i+1)}{1+U_{22}(i+1)+U_{32}(i+1)}\\ \frac{U_{31}(i+1)}{1+U_{21}(i+1)+U_{31}(i+1)} & \frac{U_{32}(i+1)}{1+U_{32}(i+1)+U_{32}(i+1)}\end{bmatrix}$$

＝

$$\begin{bmatrix}\frac{U_{11}(j+1)}{U_{11}(j+1)+1+U_{31}(j+1)} & \frac{U_{12}(j+1)}{U_{12}(j+1)1+U_{32}(j+1)}\\ \frac{1}{U_{11}(j+1)+1+U_{31}(j+1)} & \frac{1}{U_{12}(j+1)+1+U_{32}(j+1)}\\ \frac{U_{31}(j+1)}{U_{11}(j+1)+1+U_{31}(j+1)} & \frac{U_{32}(j+1)}{U_{12}(j+1)+1+U_{32}(j+1)}\end{bmatrix}$$

＝

$$\begin{bmatrix}\frac{U_{11}(k+1)}{U_{11}(k+1)+U_{21}(k+1)+1} & \frac{U_{12}(k+1)}{U_{12}(k+1)+U_{22}(k+1)+1}\\ \frac{U_{21}(k+1)}{U_{11}(k+1)+U_{21}(k+1)+1} & \frac{U_{22}(k+1)}{U_{12}(k+1)+U_{22}(k+1)+1}\\ \frac{1}{U_{11}(k+1)+U_{21}(k+1)+1} & \frac{1}{U_{12}(k+1)+U_{22}(k+1)+1}\end{bmatrix}$$

となり，全体を正規化すると同一の値となる．

以上が，複数の評価値を一つに収束させる，評価値一斉法の一般式である．

５．評価値一斉法の例

本章では評価基準 2 つ，代替案 3 つの場合の評価値一斉法の例を示す．異なる評価郡として次のような評価

$$U(i)=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 2 & 0.5\\ 3 & 0.17\end{bmatrix}U(j)=\begin{bmatrix}0.3 & 1.5\\ 1 & 1\\ 1.8 & 0.6\end{bmatrix}U(k)=\begin{bmatrix}0.1 & 4\\ 0.5 & 2\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

が得られたとすると，その評価値一斉法は,

Step1

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 2 & 0.5\\ 3 & 0.17\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.3 & 1.5\\ 1 & 1\\ 1.8 & 0.6\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.1 & 4\\ 0.5 & 2\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}0.5 & 2\\ 1 & 1\\ 1.5 & 0.34\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.333 & 5.88\\ 0.667 & 2.94\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3.333 & 0.667\\ 6.00 & 0.4\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.167 & 2.5\\ 0.556 & 1.667\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 5 & 0.5\\ 10 & 0.25\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.2 & 2\\ 1 & 1\\ 2 & 0.5\end{bmatrix}$$

Step2

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3.443 & .556\\ 6.333 & .273\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.333 & 1.833\\ 1 & 1\\ 1.767 & 0.48\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.2 & 4.127\\ .574 & 2.202\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.29 & 1.799 \\ 1 & 1 \\ 1.839 & 0.491 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.158 & 3.663 \\ 0.544 & 2.037 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.003 & 0.546 \\ 5.3 & 0.262 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0.188 & 3.819 \\ 0.556 & 2.083 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2.87 & 0.534 \\ 5 & 0.242 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.348 & 1.874 \\ 1 & 1 \\ 1.742 & 0.454 \end{bmatrix}$$

Step3

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.1 & .545 \\ 5.544 & .259 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0.324 & 1.835 \\ 1 & 1 \\ 1.783 & 0.475 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.182 & 3.87 \\ .561 & 2.107 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.323 & 1.835 \\ 1 & 1 \\ 1.788 & 0.475 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.180 & 3.861 \\ 0.559 & 2.104 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.086 & 0.545 \\ 5.503 & 0.259 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0.182 & 3.863 \\ 0.561 & 2.105 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.082 & 0.544 \\ 5.495 & 0.258 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.324 & 1.837 \\ 1 & 1 \\ 1.782 & 0.475 \end{bmatrix}$$

Step4

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.089 & .545 \\ 5.514 & .259 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0.324 & 1.836 \\ 1 & 1 \\ 1.784 & 0.475 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.181 & 3.865 \\ .560 & 2.105 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.324 & 1.835 \\ 1 & 1 \\ 1.785 & 0.475 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.181 & 3.861 \\ 0.560 & 2.104 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.086 & 0.545 \\ 5.506 & 0.259 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0.182 & 3.865 \\ 0.561 & 2.105 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.094 & 0.545 \\ 5.525 & 0.259 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.323 & 1.836 \\ 1 & 1 \\ 1.786 & 0.475 \end{bmatrix}$$

Step5

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3.090 & .545 \\ 5.515 & .259 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0.324 & 1.836 \\ 1 & 1 \\ 1.785 & 0.475 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.181 & 3.864 \\ .560 & 2.105 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

これらを正規化すると唯一の評価値として,

$$E = \begin{bmatrix} 0.104 & 0.554 \\ 0.322 & 0.302 \\ 0.574 & 0.144 \end{bmatrix}$$

が得られる.

6．総合評価値一斉法

すでに指摘したように，木下・中西によって提案された従来の一斉法・重み一斉法は一種類の評価値からなり，評価基準のウェイトのみが不安定である．それを代替案ごとのベンチマーク，つまり各代替案の評価値を 1 にするような評価値を代替案の数だけ用意し，それを基準に異なる代替案への評価基準のウェイトを導出しウェイトを収束させている．そして，重み一斉法では収束した各代替案のベンチマークのウェイトとベンチマークの評価値の積をとる．その値はベンチマークの数だけ存在するが，それらは正規化するとどれも同一の値となる．

そのため，重み一斉法では計算の手続きで出現するのはウェイトのみであり，最終的な全体のウェイトである総合評価値は最後にしか得られない．また，計算が多少複雑であり，また収束したウェイトが最初に下した配分比率と異なって出現するといった問題がある．ここではそうした問題点を解消し，重み一斉法を総合評価値の評価値一斉法として演算する総合評価値一斉法について説明する．

総合評価値一斉法は言葉で表現するなら文字通り，評価値一斉法を総合化したものである．総合評価値一斉法は重み一斉法における評価基準の不安定さを評価値一斉法に内在化させ，単純に評価値一斉法として演算する手

法である．

評価基準2つ，代替案3つの場合の総合評価値一斉法の一般式を記述する．

評価値一斉法だけでなくAHPにおける，導出方法の根本原理は各代替案の評価値と各評価基準の重みであるベクトルの積により総合評価を導出することにある．つまり，Mを評価値，Wを評価基準の重みとすると，総合評価値Eは，

$$E \equiv M \cdot W$$

という定理式によって与えられる．

さて，ある重み一斉法において，評価基準（A，B）のもとでの代替案（X，Y，Z）の評価値を，

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ M = \begin{array}{c} X \\ Y \\ Z \end{array} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \end{array}$$

代替案（X，Y，Z）からみた評価基準の重み，つまり各代替案からの重みのずれを，

$$W = \left(W_X, W_Y, W_Z\right)$$

$$W_X = \begin{bmatrix} w_{11}^X \\ w_{21}^X \end{bmatrix},\ W_Y = \begin{bmatrix} w_{11}^Y \\ w_{21}^Y \end{bmatrix},\ W_Z = \begin{bmatrix} w_{11}^Z \\ w_{21}^Z \end{bmatrix}$$

とする．

ここで代替案Xを視点とした評価値である，評価単価比マトリックスM_Xは，

$$M_X = M \cdot \begin{bmatrix} 1/a_{11} & 0 \\ 0 & 1/a_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a_{21}/a_{11} & a_{22}/a_{12} \\ a_{31}/a_{11} & a_{32}/a_{12} \end{bmatrix}$$

として導出でき，同様に代替案Y，Zを視点とした評価値である，評価単価比マトリックスM_Y，M_Zは，

$$M_Y = M \cdot \begin{bmatrix} 1/a_{21} & 0 \\ 0 & 1/a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}/a_{21} & a_{12}/a_{22} \\ 1 & 1 \\ a_{31}/a_{21} & a_{32}/a_{22} \end{bmatrix}$$

$$M_Z = M \cdot \begin{bmatrix} 1/a_{31} & 0 \\ 0 & 1/a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}/a_{31} & a_{12}/a_{32} \\ a_{21}/a_{31} & a_{22}/a_{32} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

として導出できる．

さらに，不安定なままの総合評価値Eは，E_X，E_Y，E_Zとしてそれぞれ，

$$E_X = M_X \cdot W_X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a_{21}/a_{11} & a_{22}/a_{12} \\ a_{31}/a_{11} & a_{32}/a_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{11}^X \\ w_{21}^X \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ E_{21}^X \\ E_{31}^X \end{bmatrix}$$

$$E_Y = M_Y \cdot W_X = \begin{bmatrix} a_{11}/a_{21} & a_{12}/a_{22} \\ 1 & 1 \\ a_{31}/a_{21} & a_{32}/a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{11}^Y \\ w_{21}^Y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E_{11}^Y \\ 1 \\ E_{31}^Y \end{bmatrix}$$

$$E_Z = M_Z \cdot W_Z = \begin{bmatrix} a_{11}/a_{31} & a_{12}/a_{32} \\ a_{21}/a_{31} & a_{22}/a_{32} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_{11}^Z \\ w_{21}^Z \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E_{11}^Z \\ E_{21}^Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

として導出でき，E_X，E_Y，E_Zは各代替案から視点とした評価値を1とするようなそれぞれ比の異なる評価値郡とみなすことができる．

そして，E_X，E_Y，E_Zについて4，5章において示した評価値一斉法の演算を行えばよい．

7．総合評価値一斉法の例

3 章の重み一斉法の例を用いて，総合評価値一斉法の例を示す．

総合評価値一斉法は不安定な評価基準のずれを内在したままの評価値一斉法である．

まず，初めに支配代替案ごとの評価値と，個々の不安定な評価基準の重みの積による不安定なままの総合評価値を導出する．つまり，評価単価比マトリックスと不安定な評価基準の重みの積をとる．

すると，代替案 1 の不安定な総合評価値は

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0.5 \\ 3 & 0.167 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.1 \\ 1.3 \end{bmatrix}$$

となり，代替案 2 の不安定な総合評価値は

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1.5 & 0.334 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.95 \\ 1 \\ 1.15 \end{bmatrix}$$

同様に代替案 3 の不安定な総合評価値は

$$E_3 = \begin{bmatrix} 0.333 & 5.988 \\ 0.667 & 2.994 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.857 \\ 2.529 \\ 1 \end{bmatrix}$$

として導出される．そして，導出された不安定なままの総合評価値を評価値一斉法として計算する．

Step1

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1.1 \\ 1.3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.95 \\ 1 \\ 1.15 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4.875 \\ 2.529 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.909 \\ 1 \\ 1.182 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.769 \\ 0.846 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1.053 \\ 1.211 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.826 \\ 0.87 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.521 \\ 0.206 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.921 \\ 1 \\ 0.395 \end{bmatrix}$$

Step2

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.891 \\ 0.906 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.26 \\ 1 \\ 0.909 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2.151 \\ 1.415 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.122 \\ 1 \\ 1.017 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.104 \\ 0.983 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.794 \\ 0.721 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.386 \\ 1.1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.658 \\ 0.465 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.52 \\ 1 \\ 0.707 \end{bmatrix}$$

Step3

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.781 \\ 0.697 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.301 \\ 1 \\ 0.878 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.547 \\ 1.166 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.28 \\ 1 \\ 0.892 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.435 \\ 1.121 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.796 \\ 0.675 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.482 \\ 1.139 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.754 \\ 0.646 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.327 \\ 1 \\ 0.858 \end{bmatrix}$$

Step4

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.768 \\ 0.673 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.303 \\ 1 \\ 0.876 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.488 \\ 1.142 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.302 \\ 1 \\ 0.876 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.486 \\ 1.141 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.767 \\ 0.672 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.487 \\ 1.142 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.767 \\ 0.672 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.303 \\ 1 \\ 0.876 \end{bmatrix}$$

Step5

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.767 \\ 0.672 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.303 \\ 1 \\ 0.876 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.487 \\ 1.142 \\ 1 \end{bmatrix}$$

これらを正規化すると，唯一の評価値として

$$E = \begin{bmatrix} 0.41 \\ 0.315 \\ 0.275 \end{bmatrix}$$

が得られる．

そして，この総合評価値は重み一斉法の例で示した最終的な評価値と完全に一致していることがわかる．

８．おわりに

本稿では，AHPの発展モデルである，単一の評価値からなり評価基準の重みのみが不安定である「重み一斉法」，評価基準の重みが不安定である以前に評価値そのものが不安定である場合にそれを修正する手法である「評価値一斉法」，そして重み一斉法を総合評価値の評価一斉法として導出する「総合評価一斉法」を提案し，その構造および例を示した．このように従来の重み一斉法も総合評価値の評価値一斉法として捉えることが可能であることが示せたのは，重み一斉法が一斉法を表象するのでなく評価値一斉法に内包され，一斉法は評価値一斉法を土台として構成されているからである．また，重み一斉法は評価基準の重みを収束させ，代替案ごとに得られた重みを，各代替案の評価値を1とする評価単価比マトリックスと掛け合わせ，それらを正規化することによってはじめて最終的に総合的な評価値が得られる．しかし，それでは手間がかかる上，合理的な意思決定モデルであるとは言いがたい．しかし重み一斉法を総合評価値一斉法として導出した場合，あらかじめ代替案ごとの異なる総合評価値を出し，その評価値一斉法として演算するため，評価基準の重み配分反転の問題を考慮する必要はなく，評価値の中に評価基準の重みは内在化され，表面的には現れず，そのまま各代替の評価値を基準とした代替案の数の分だけ評価値が得られる．そして最終的に得られた評価値である，いわば総合評価単価比マトリックスは正規化すれば同一の値となり，それは重み一斉法によって導出した評価値と一致し唯一の評価値となる．以上のことからも改めて一斉法の体系は評価値一斉法の中に重み一斉法と評価値一斉法が存在しているといえる．そして，重み一斉法，評価値一斉法，この二つを総合した総合評価値一斉法により，改めて一斉法は完全な体系として構築されているのである．

参考文献

1) 木下栄蔵：入門AHP，日科技連，2000.
2) 木下栄蔵：孫子の兵法の数学モデル，講談社，2000.
3) 木下栄蔵，中西昌武：AHPにおける新しい視点の提案，土木学会論文集，No. 569/4-36，pp.1-8，1997.
4) 木下栄蔵，中西昌武：支配代替案法における追加データの処理手法「一斉法」の提案，土木学会論文集No. 611/IV-42，pp.13-19，1999.
5) 木下栄蔵編著：AHPの理論と実際，日科技連，2000.
6) 高橋磐郎：Saaty型Supermatrix法と木下・中西型一斉法の比較，第40回日本OR学会シンポジウム，pp.5-8，1998.
7) 杉浦伸，木下栄蔵：評価値一斉法，2003年春季研究発表会アブストラクト集，日本オペレーションズリアサーチ学会，pp.224-225，2003.
8) 木下栄蔵：支配型AHPと一斉法，オペレーションズリサーチ，48（11），pp.840-848.

総合評価値一斉法の提案*

杉浦伸**・木下栄蔵***

本論文では，総合評価値一斉法を提案する．杉浦・木下はAHPの新しい手法である評価値一斉を提案している．評価値一斉法は代替案の評価値のずれを修正するモデルである．また，杉浦・木下は従来の一斉法と評価値一斉法を区別するため，従来の一斉法を重み一斉法と命名している．

本論文では，新たに提案した総合評価値一斉法によって，重み一斉法と評価値一斉法の統合化をはかり，総合評価値一斉法がAHPにおける新しい視点を持つモデルである一斉法の完全な体系の構築を提案している．

A Proposal of Total Concurrent Convergence Method of Evaluation Value*

By Shin SUGIURA** • Eizo KINOSHITA***

This research shows “Total Concurrent Convergence Method of Evaluation Value”.

Shin SUGIURA and Eizo KINOSHITA have already proposed Concurrent Convergence Method of Evaluation Value（CCM of Evaluation Value）.CCM of Evaluation Value is a new AHP model that modifies gap of alternative evaluation value. And Shin SUGIURA and Eizo KINOSHITA have named General CCM（proposed by KINOSHITA and NAKANISHO）”Weight CCM”.

Newly Total Concurrent Convergence Method of Evaluation Value combine Weight CCM and CCM of Evaluation Value and structure complete hierarchy outline of new AHP model “CCM”.