AHPにおける評価単価法の提案*

A Proposal of Evaluation Unit Method on AHP*

杉浦伸**・木下栄蔵***

By Shin SUGIURA** • Eizo KINOSHITA***

1．はじめに

AHP[1)−2)−3)−4)−5)−6)]を表現する最大の特徴のひとつに評価基準および代替案の総当り的な一対比較が挙げられる．行と列に比較する要素を並べて，行におけるある要素が列における他の要素と比較してどれほど重要であるかを判断しその重要度を記述していくというプロセスである．比較すべき要素が n 個ある場合はその一対比較の回数は ${}_nC_2$ 回になる．普通に考えるなら，要素 i と j を比較することと j と i を比較することは同一のことのように考えられるかも知れないが，あえてその一対比較を総当り的に行うところに AHP の良さがあり，面白さが存在している．

さて，その総当りあたり的な一対比較を行った後に得られた一対比較行列からその重みを導出するが，AHP における重み導出の理論的な手法としては一対比較行列の固有値問題を解き，その最大固有値に対する固有ベクトルを採用する方法が用いられている．また，固有値問題を解き，重みを導出するのでなく一対比較行列の幾何平均を用いたり，あるいは算術平均を用いたりするなどいくつかの手法も存在する．

本稿では，これらの従来の手法に加え，新しい重み導出法である「評価単価法」を提案する．評価単価法は，複数ある評価値をひとつに修正する評価値一斉法[7)]を土台としている．評価値一斉法は AHP において新しい視点を持つ手法であり，本稿ではまず，一対比較行列の数学的意味を説明し，評価値一斉法の構造，評価単価法の提案，評価単価法の例，また不完全一対比較行列における評価単価法の適用方法とその例を述べる．

*キーワーズ：計画基礎論，計画手法論

**学生員，都市情報学学士，名城大学大学院都市情報学研究科前期博士課程都市情報学専攻

（岐阜県可児市虹ヶ丘四丁目三番地の三，

TEL:0574-69-0100，E-mail: p0481003@urban.meijo-u.ac.jp）

***正員，工博，名城大学都市情報学部都市情報学科

（岐阜県可児市虹ヶ丘四丁目三番地の三，

TEL:0574-69-0100，E-mail: kinoshit@urban.meijo-u.ac.jp）

2．一対比較行列の数学的意味[1)−2)−3)−4)−5)]

AHP における，一対比較行列 A（$n\times n$）型の行列を表に示す．

$$\begin{array}{cccccc}
1 & a_{12} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\
a_{21} & 1 & & a_{2i} & & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\
a_{i1} & a_{i2} & \cdots & 1 & \cdots & a_{in} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\
a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{ni} & \cdots & 1
\end{array}$$

図−1　一対比較行列 A

このとき A の成分 a_{ij} は次の意味を持つ．

a_{ij}＝（ある要素 i の重要度）/（ある要素 j の重要度）

一般的に，

$$a_{ii}=1$$

$$a_{ji}=1/a_{ij}$$

という性質を持つ．

以上のようにして得られた各レベルの一対比較マトリックスから，各レベルの要素間の重みを計算する．この一対比較マトリックスの重みの導出には，一対比較表の固有値を求めることで導出する（実際に AHP を用いる場合のほとんどは簡易計算法として一対比較の値の幾何平均を用いて，要素の重みを導出している）．

階層のあるレベルの要素 A_1，A_2，･･･，A_n のすぐ上のレベルの要素に対する重み w_1，w_2･･･，w_n を求める．このとき a_i の a_j に対する重要度を a_{ij} とすれば，要素 A_1，A_2，･･･，A_n の一対比較マトリックスは $A=[a_{ij}]$となる．もし，w_1，w_2，･･･，w_n が既知のとき $A=[a_{ij}]$は次のようになる．

$$A=\left[a_{ij}\right]=\begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n\, w_n/w_n \end{bmatrix}$$

ただし，

$a_{ij}=w_i/w_j$, $a_{ji}=1/a_{ij}$, $W=\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$, i, j=1, 2, $\cdots n$

である．

ところで，この場合すべての i, j, k について $a_{ij}\times a_{jk}=a_{ik}$ が成り立つ．このことは，意思決定者の判断が完全に首尾一貫していることを示している．さて，この一対比較マトリックス A に重み列ベクトル W を掛けると，ベクトル $n\cdot W$ が得られる．すなわち，

$$A\cdot W=n\cdot W$$

となる．また，この式は固有値問題

$$(A-n\cdot I)\cdot W=0 \quad (I\text{は単位行列})$$

に変形できる．ここで $W\neq 0$ が成り立つためには，n が A の固有値にならなければならない．このとき W は A の固有ベクトルとなる．さらに，A の階数は 1 であるから固有値 λ_i（i=1, 2, ･･･, n）は 1 つだけが非零で他は零となる．また，A の主対角要素の和は n であるから，ただ 1 つ零でない λ_i を λ_{max} とすると，

$$\lambda_i=0, \quad \lambda_{max}=n \qquad \lambda_i\neq\lambda_{max}$$

となる．したがって，A_1, A_2, ･･･, A_n に対する重みベクトル W は A の最大固有値 λ_{max} に対する正規化（$\sum w_i=1$）とした固有ベクトルとなる．

さて，実際に複雑な状況下の問題を解決するときは W が未知であり，W' を求めなければならない．したがって，W' は意思決定者の答えから得られた一対比較マトリックスより計算する．すると，このような問題は，

$$A'\cdot W'\text{A}=\lambda'_{max}\cdot W' \quad (\lambda'_{max}\text{は}A'\text{の最大固有値})$$

となる．したがって，W' は A' の最大固有値 λ'_{max} に対する正規化した固有ベクトルになる．これにより，未知の W' が求まるのである．

しかし，実際に状況が複雑になればなるほど意思決定者の答えが整合しなくなる．このように A' が整合しなくなるにつれて必ず λ_{max} は n より大きくなる．これは次に示すサーティの定理により明らかになっている．つまり，

$$\lambda_{max}=n+\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}(w_j a_{ij}-w_i)^2/w_i w_j a_{ij} n$$

より，常に $\lambda_{max}\geqq n$ が成り立ち，等号は首尾一貫性が保たれたときのみ成立する．これから首尾一貫性の尺度として，

$$\text{C.I.}=\frac{\lambda_{max}-n}{n-1}$$

を整合度指数（Consistency Index）が採用されている．すなわち，行列 A' は n 個の固有ベクトルがあり，その和は n となることがわかっている．したがって，λ_{max} -n は λ'_{max} 以外の固有値の大きさを示す指標として見ることができる．そして n-1 個の固有値でこの指標を有するので，固有値 1 個あたりのこの指標の平均値は（λ_{max} -n）/（n-1）となる．行列 A が完全に整合性がある場合はこの値は 0 であり，この値が大きくなればなるほど，不整合性が高いと考えられる．ただし，サーティは C. I. の値が 0. 1 以下で合格としているが，近年の AHP における研究では C. I. は 0. 15 以下で良いとされている．

３．評価値一斉法

特に，集団合意形成などの場面における複数の意思決定者や，新たな追加情報による状況の変化などによって評価値が複数出現した場合について，出現した複数の評価値を一つに統一する必要がある．その手法として評価値一斉法を提案する．なお，評価値一斉法に関しては評価基準の重みは一定（安定している）である．

まず評価値一斉法の一般式を記述する．評価基準 2 つ，代替案 3 つの場合とし，評価基準を A，B，代替案を X，Y，Z とすると，異なる三種類の評価値を次のように表現できる．

$$U(i)=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ U_{21}(i) & U_{22}(i) \\ U_{31}(i) & U_{32}(i) \end{bmatrix}$$ ；代替案 X を視点とした評価値

$$U(j)=\begin{bmatrix} U_{11}(j) & U_{12}(j) \\ 1 & 1 \\ U_{31}(j) & U_{32}(j) \end{bmatrix}$$ ；代替案 Y を視点とした評価値

$$U(k)=\begin{bmatrix} U_{11}(k) & U_{12}(k) \\ U_{21}(k) & U_{22}(k) \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$ ；代替案 Z を視点とした評価値

次に，支配代替案法の基本的なルールに基づき，ある評価値から，新たに次に支配代替案にしたい行の値の逆数を対角要素とし，逆対角要素を 0 にした行列をかけることによって評価値の支配代替案の変更をする演算を行う．つまり，各評価値から別の代替案を視点とする評価値をえる計算法方法はこの場合次のようになる．

① $U(i)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{21}(i) & 0\\ 0 & 1/U_{22}(i)\end{bmatrix}=U'(i)$ ；視点 X の評価値からの代替案 Y を支配代替案とする変換式

② $U(i)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{31}(i) & 0\\ 0 & 1/U_{32}(i)\end{bmatrix}=U''(i)$ ；視点 X の評価値からの代替案 Z を支配代替案とする変換式

③ $U(j)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{11}(j) & 0\\ 0 & 1/U_{12}(j)\end{bmatrix}=U'(j)$ ；視点 Y の評価値からの代替案 X を支配代替案とする変換式

④ $U(j)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{31}(j) & 0\\ 0 & 1/U_{32}(j)\end{bmatrix}=U''(j)$ ；視点 Y の評価値からの代替案 Z を支配代替案とする変換式

⑤ $U(k)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{11}(k) & 0\\ 0 & 1/U_{12}(k)\end{bmatrix}=U'(k)$ ；視点 Z の評価値からの代替案 X を支配代替案とする変換式

⑥ $U(k)\cdot\begin{bmatrix}1/U_{21}(k) & 0\\ 0 & 1/U_{22}(k)\end{bmatrix}=U''(k)$ ；視点 Z の評価値からの代替案 Y を支配代替案とする変換式

そして，ここで重み一斉法と同様の導出方法を行う（図 2-参照）．

stepの流れ↓	$U(i)$	$U(j)$	$U(k)$
		$U'(i)$	$U''(i)$
	$U'(j)$		$U''(j)$
	$U'(k)$	$U''(k)$	

図－２　評価値一斉法の流れ

つまり，重み一斉法と同様にステップ 1 からステップ 2 は列の平均であり，

$$\frac{U(i)+U'(j)+U'(k)}{3}=U(i+1)$$

$$\frac{U(j)+U'(i)+U''(k)}{3}=U(j+1)$$

$$\frac{U(k)+U''(i)+U''(j)}{3}=U(k+1)$$

となり，

$$U(i+1)=\begin{bmatrix}1 & 1\\ U_{21}(i+1) & U_{22}(i+1)\\ U_{31}(i+1) & U_{32}(i+1)\end{bmatrix}$$

$$U(j+1)=\begin{bmatrix}U_{11}(j+1) & U_{12}(j+1)\\ 1 & 1\\ U_{31}(j+1) & U_{32}(j+1)\end{bmatrix}$$

$$U(k+1)=\begin{bmatrix}U_{11}(k+1) & U_{12}(k+1)\\ U_{21}(k+1) & U_{22}(k+1)\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

と導出できる．

これらのステップを重み一斉法同様に数回繰り返し，評価値が収束すると，

$$U(i)=U(i+1),U(j)=U(j+1),U(k)=U(k+1)$$

となり，これら$U(i+1),U(j+1),U(k+1)$ はすべて

$$\begin{bmatrix}\dfrac{1}{1+U_{21}(i+1)+U_{31}(i+1)} & \dfrac{1}{1+U_{22}(i+1)+U_{32}(i+1)}\\ \dfrac{U_{21}(i+1)}{1+U_{21}(i+1)+U_{31}(i+1)} & \dfrac{U_{22}(i+1)}{1+U_{22}(i+1)+U_{32}(i+1)}\\ \dfrac{U_{31}(i+1)}{1+U_{21}(i+1)+U_{31}(i+1)} & \dfrac{U_{32}(i+1)}{1+U_{32}(i+1)+U_{32}(i+1)}\end{bmatrix}$$

＝

$$\begin{bmatrix}\dfrac{U_{11}(j+1)}{U_{11}(j+1)+1+U_{31}(j+1)} & \dfrac{U_{12}(j+1)}{U_{12}(j+1)1+U_{32}(j+1)}\\ \dfrac{1}{U_{11}(j+1)+1+U_{31}(j+1)} & \dfrac{1}{U_{12}(j+1)+1+U_{32}(j+1)}\\ \dfrac{U_{31}(j+1)}{U_{11}(j+1)+1+U_{31}(j+1)} & \dfrac{U_{32}(j+1)}{U_{12}(j+1)+1+U_{32}(j+1)}\end{bmatrix}$$

＝

$$\begin{bmatrix}\dfrac{U_{11}(k+1)}{U_{11}(k+1)+U_{21}(k+1)+1} & \dfrac{U_{12}(k+1)}{U_{12}(k+1)+U_{22}(k+1)+1}\\ \dfrac{U_{21}(k+1)}{U_{11}(k+1)+U_{21}(k+1)+1} & \dfrac{U_{22}(k+1)}{U_{12}(k+1)+U_{22}(k+1)+1}\\ \dfrac{1}{U_{11}(k+1)+U_{21}(k+1)+1} & \dfrac{1}{U_{12}(k+1)+U_{22}(k+1)+1}\end{bmatrix}$$

となり，全体を正規化すると同一の値となる．以上が，複数の評価値を一つに収束させる，評価値一斉法である．

４．評価単価法

AHPにおける$n\times n$の一対比較行列Aを次のように表現する．

$$A=\begin{bmatrix} 1 & \cdots & \cdots & \cdots & a_{1i} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \ddots & & & a_{2i} & & & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & & & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & a_{i-1i} & & & \vdots \\ \vdots & & & a_{ii-1} & 1 & a_{ii+1} & & \vdots \\ \vdots & & & & a_{i+1i} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{ni} & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$a_{ii}=1, a_{ji}=1/a_{ij}$$

ある行の要素は列の他の要素と比較してどれだけ重要であるかを表現している．見方を変えれば一対行列の各列の値はその列の要素の評価値を1としているということができる．そのため最初に与えられたある一対比較行列Aを，

$$A \equiv A_1=\left(a_1^1, a_1^2, \cdots, a_1^i, \cdots, a_1^n\right)$$

と表現することができ，各要素は

$$a_1^n=\begin{bmatrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{in} \\ \vdots \\ a_{n-1n} \\ 1 \end{bmatrix}$$

となり，A_1の中の各要素a_1^nはn行目の評価値を1とするｎ×1の行列である．つまり，n個ある要素の各要素の評価値を1とする評価値がn個存在しているため評価値一斉法が適用できる．そして，

$$a_2^j=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_1^j \cdot \frac{1}{a_{ji}}$$

$$a_3^j=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_2^j \cdot \frac{1}{a_{ji}}$$

$$\vdots$$

$$a_{k+1}^j=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_k^j \cdot \frac{1}{a_{ji}}$$

として導出でき，これが収束すると

$$a_{k+1}^j=a_k^j$$

となり，

$$A_{k+1}=\left(a_{k+1}^1, a_{k+1}^2, \cdots, a_{k+1}^i, \cdots, a_{k+1}^n\right)$$

となるのである．

そして，一対比較行列の要素nの数だけ，つまりn行目の値を1とするn×1の行列がn個出現するがこれらは正規化すると同一の値となり，その値が一対比較行列の重みである．

収束した値A_nにおいて，もともとの一対比較行列Aにおける要素iの重みw_iは,

$$w_i=\frac{a_n^i}{\sum_{k=1}^{n} a_n^k}$$

となる．

以上が，一対比較行列において評価値一斉法を土台とした新しい重み導出法・評価単価法である．

５．評価単価法の例

本章では評価単価法の例を示す．
3×3の一対比較行列を例とする（表-1参照）．

表－１　一対比較行列の例

	X	Y	Z
X	1	3	7
Y	1/3	1	3
Z	1/7	1/3	1

表の一対比較行列を列で見ることにより，Ｘ・Ｙ・Ｚを視点とした評価値,

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.333 \\ 0.143 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0.333 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

として分解することができ，これらはある要素をベンチマークとした比率の違う，異なる評価値群とみなすことができる．そして，これらに評価単価法の演算を行うと,

Step1

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.333 \\ 0.143 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0.333 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}3.003\\1\\0.429\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}6.993\\2.329\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.333\\0.111\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}9.009\\3.003\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.429\\0.143\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2.333\\1\\0.333\end{bmatrix}$$

Step2

$$\begin{bmatrix}1\\0.365\\0.132\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2.779\\1\\0.365\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.667\\2.777\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2.740\\1\\0.362\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.577\\2.765\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.36\\0.131\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.614\\2.74\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.362\\0.130\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2.761\\1\\0.36\end{bmatrix}$$

Step3

$$\begin{bmatrix}1\\0.362\\0.131\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2.76\\1\\0.362\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.619\\2.761\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2.762\\1\\0.362\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.634\\2.765\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.362\\0.131\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.624\\2.76\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.362\\0.131\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2.76\\1\\0.362\end{bmatrix}$$

Step4

$$\begin{bmatrix}1\\0.362\\0.131\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2.761\\1\\0.362\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.626\\2.761\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}2.762\\1\\0.362\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.634\\2.763\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.362\\0.131\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.627\\2.762\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.362\\0.131\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2.762\\1\\0.362\end{bmatrix}$$

Step5

$$\begin{bmatrix}1\\0.362\\0.131\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2.762\\1\\0.362\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}7.629\\2.762\\1\end{bmatrix}$$

となり，これらは正規化するといずれも，

$$W = \begin{bmatrix}0.669\\0.243\\0.088\end{bmatrix}$$

となり，一対比較行列の唯一の重みが導出できる．

６．不完全一対比較行列における評価単価法

一対比較において全ての要素の重要度が判明しておらず，重要度がところどころ欠落している場合があると考えられる．一対比較の欠落情報の推定にはいくつか手法があるが，新しい重み推定法である評価単価法にも同様に不完全一対比較行列に対応できることが求められる．評価単価導出法の視点では一対比較行列を各列の視点とすることにより，ある評価基準や代替案の評価値を 1 とする評価値としてとらえている．

しかし，各列に一部に欠落部分があり完全な評価単価比導出法を用いることができない場合，次のルールを適用する．

ルール①

欠落している部分からは評価値が導出できないため，本来その部分から得られるはずの評価値はそのまま空白にしておく．

ルール②

ステップごとの列の平均を取る場合，欠落により評価が導出できない個所があるため，そのときは評価値の個数の分だけ，つまり算術あるいは幾何平均をとる.

このルールを適用することにより，評価単価比導出法においても，不完全一対比較行列に対応できるようになる.

７．不完全一対比較行列における評価単価法の例

本章では評価単価法による不完全一対比較行列の重み推定の例を紹介する.

次のような不完全一対比較行列を例とする.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0.5 & 2 \\ 0.5 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0.5 & 2 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

これらの不完全一対比較行列は,

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 2 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0.5 \\ \square \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.5 \\ 2 \\ 1 \\ \square \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ \square \\ \square \\ 1 \end{bmatrix}$$

として列ごとに分解され，ルール①，②からその評価単価法は,

Step1

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 2 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0.5 \\ \square \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.5 \\ 2 \\ 1 \\ \square \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ \square \\ \square \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.25 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.25 \\ \square \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \\ \square \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ \square \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.25 \\ 1 \\ 0.5 \\ \square \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \square \\ \square \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

Step2

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1.667 \\ 1.417 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.417 \\ 1 \\ 1.667 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.667 \\ 1.417 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.6 \\ 1 \\ 0.85 \\ 0.3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.706 \\ 1.176 \\ 1 \\ 0.353 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 3.334 \\ 2.834 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.706 \\ 1.176 \\ 0.706 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.85 \\ 0.6 \\ 1 \\ 0.6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.417 \\ 1 \\ 1.667 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.85 \\ 0.6 \\ 0.15 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.176 \\ 1 \\ 0.706 \\ 0.176 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6.668 \\ 5.668 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 2 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.25 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

Step3

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.931 \\ 1.298 \\ 0.464 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.298 \\ 1 \\ 1.806 \\ 0.619 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.931 \\ 0.861 \\ 1 \\ 0.363 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3.021 \\ 2.751 \\ 3.125 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.074 \\ 1 \\ 1.394 \\ 0.498 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.770 \\ 0.717 \\ 1 \\ 0.357 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2.155 \\ 2.006 \\ 2.797 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.770\\1.391\\0.477\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.719\\0.554\\1\\0.343\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.097\\1.616\\2.918\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.925\\1.074\\0.39\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.081\\1\\1.161\\0.422\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.565\\2.372\\2.755\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.911\\1.034\\0.331\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.098\\1\\1.136\\0.364\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.967\\0.880\\1\\0.32\end{bmatrix}$$

Step4

$$\begin{bmatrix}1\\0.884\\1.199\\0.416\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.138\\1\\1.374\\0.476\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.847\\0.753\\1\\0.346\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.46\\2.186\\2.899\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1.131\\1\\1.356\\0.471\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.834\\0.737\\1\\0.347\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.404\\2.125\\2.882\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.879\\1.207\\0.418\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.828\\0.728\\1\\0.346\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.391\\2.101\\2.887\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.889\\1.181\\0.409\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.125\\1\\1.328\\0.459\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.448\\2.176\\2.89\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.889\\1.178\\0.407\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.125\\1\\1.326\\0.457\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.849\\0.754\\1\\0.345\end{bmatrix}$$

Step5

$$\begin{bmatrix}1\\0.885\\1.191\\0.413\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.13\\1\\1.346\\0.466\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.84\\0.743\\1\\0.346\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.426\\2.147\\2.89\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1.13\\1\\1.346\\0.467\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.84\\0.743\\1\\0.347\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.421\\2.143\\2.884\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.885\\1.191\\0.412\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.84\\0.743\\1\\0.346\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.425\\2.146\\2.888\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.885\\1.191\\0.412\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.13\\1\\1.346\\0.466\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.428\\2.147\\2.89\\1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1\\0.885\\1.191\\0.412\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.13\\1\\1.346\\0.466\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.839\\0.743\\1\\0.346\end{bmatrix}$$

Step5

$$\begin{bmatrix}1\\0.885\\1.191\\0.412\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1.13\\1\\1.346\\0.466\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}0.84\\0.743\\1\\0.346\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}2.425\\2.146\\2.888\\1\end{bmatrix}$$

これらを正規化すると唯一の重みとして,

$$W^T=[0.287,0.254,0.341,0.118]$$

が得られる.

8． おわりに

本稿ではAHPにおける，従来の一対比較行列の重み導出法とは別の新しい重み導出法である「評価単価法」を提案した．評価単価法では重みベクトルは一対比較行列の各要素を視点とする評価値として一対比較行列の要素の数だけ出現する．しかし，評価単価法によって得られた行列は正規化することによってすべて同一の値となり，唯一の重みベクトルが得られる．

また，評価単価法によって不完全一対比較行列である場合の推定ルールも本稿によって提案した．不完全一対比較行列からの重みベクトルの推定方法は複数存在するものの評価単価法もそうした既存の手法に加えられ，また不完全一対比較行列における重み推定の議論にも貢献すると考えられる．

一対比較行列の重みベクトル導出や不完全一対比較行列の重みベクトル推定にどの手法を用いるのが妥当であ

るかは，その時の状況や意思決定者に依存するところである．また評価単価法による重み導出の結果が，すでに提案されている，固有値法や幾何平均法などの既存の手法とどのような関係にあるのかは今後の研究課題である．

しかし，評価値一斉法を土台とした，新しい重み導出法である評価単価法が一対比較行列に果たす役割は大きく，AHPにおける新たな発展につながると考えられ，近年発展しているAHPの新しい視点を用いた有効な手法であると改めて言うことができる．

参考文献

1）　刀根薫：「ゲーム感覚意思決定法」，日科技連，1986.
2）　刀根薫，真鍋龍太郎：「AHP事例集」，日科技連，1990.
3）　木下栄蔵：「AHP手法と応用技術」，総合技術センター，1993.
4）　木下栄蔵：入門AHP，日科技連，2000.
5）　木下栄蔵：孫子の兵法の数学モデル，講談社，2000.
6）　木下栄蔵編著：AHPの理論と実際，日科技連，2000.
7）　杉浦伸，木下栄蔵：評価値一斉法，2003年春季研究発表会アブストラクト集，日本オペレーションズリアサーチ学会，pp. 224-225，2003.
8）　高橋磐郎：“連載講座　AHPからANPへの諸問題Ⅰ～Ⅵ”，「オペレーションズ・リサーチ」，1月～6月号，1998.

AHP**における評価単価法の提案***

杉浦伸**・木下栄蔵***

本論文では，評価単価法を提案し，評価単価法が評価値一斉法に基づいていることを示す．一対比較行列から重みベクトルを導出することはAHPにおける最大の特徴である．重みベクトルを導出する手法はすでに複数存在しており，評価単価比法も重みベクトルを導出する新しい手法として本稿で述べる．

また，評価単価比法によって不完全一対比較行列における重みベクトルの推定方法も示す．

A Proposal of Evaluation Unit Method on AHP*

By Shin SUGIURA** • Eizo KINOSHITA***

This research proposes Evaluation Unit Rate Method on AHP.

It is the most characteristic to compare pair wise matrix on AHP. There are a few methods on AHP to get weight vector. Evaluation Unit Method is also such a new method on AHP.

Evaluation Unit Method is able to get weight vector in situation that imperfection comparison pair wise matrix. And this research shows that Evaluation Unit Method is constructed as based Concurrent Convergence method of Evaluation.