事前・再評価のための簡便意思決定スキーム設計手法 *

A Methodology of Designing Simple Evaluation Schemes for Public Projects*

織田澤利守**・長谷川専***・小林潔司****

by Toshimori OTAZAWA**, Atsushi HASEGAWA*** and Kiyoshi KOBAYASHI****

1. はじめに

公共事業の効率性やアカウンタビリティの向上を目的とした体系的な公共事業評価システムの構築が進められており，国土交通省では公共事業の新規事業採択時評価（事前評価），再評価制度の見直しおよび事後評価制度の導入が行われている．これに合わせて不確実性下での公共事業の事前･再評価問題を対象とした理論的な研究が蓄積されてきた[1),2)]．そこでは，再評価制度には，ひとたび着手した事業の継続の可否を投資効率性の観点から検討し，投資の継続が不適当な事業を中止もしくは休止することによりムダの拡大を回避するという重要な役割があることが指摘されている．さらに，事業のオプション価値を明示的に考慮した公共事業の効率性評価モデルも開発されている[3)]．ただし，データ制約のため，便益や事業期間の不確実性が従う確率過程の推定やそのパラメータを高精度に推計できないなどの問題もあり，実際の事業評価への適用には至っていない．一方，より実務的な観点から公共事業の投資意思決定について検討をする際には，事業に係わる選択や決定に大きな影響を有する要因，パラメータが比較的に粗い精度で(準)定量化された指標（ランク）に基づく，より簡便的かつ合理的な枠組みの構築が不可欠である．しかし，筆者の知る限りにおいて，こうした問題について理論的に議論されたことはこれまでにほとんどない．本研究では，公共事業の事前・再評価における簡便的な評価スキームの設計手法として，事業評価モデルにおいて連続として扱われている説明変量を離散的な有限個の属性（カテゴリー）に最適に分割（以下，カテゴリー化と呼ぶ）するための方法論について検討する．以下，2.では，本研究の基本的な考え方を述べ，3.では提案するモデルの定式化を行う．4.ではモデルの解法を示す．

2. 本研究の基本的な考え方

昨今，土木計画学の分野において，公共事業を不確実性・不可逆性下の意思決定問題と捉え，リアル・オプション理論を用いた研究が蓄積されている[4),5)]．さらに，時間軸に沿って実施される評価制度がもたらすオプション価値と事業に内在するリスクについて明示的に考慮した公共事業の最適事前・再評価モデルも提案されている．しかし，モデルの煩雑性やデータの制約のため，個別事業の評価にそのまま適用するのは現状では困難とされる．実務的なレベルにおける事業評価では，一定の評価精度を保った上でより簡便的な意思決定スキームを設計することが必要となる．ただし，厳密な事業評価スキームに比べ精度の粗い指標を採用することによって，事業決定を誤って実施してしまう結果，損失が発生する恐れがある．本研究では，最適事前･再評価モデルを援用し，事業に関する連続な説明変量を離散的な有限個のカテゴリーに分割するための方法論について検討する．すなわち，カテゴリー化に起因する事業選択のエラー（例えば，本来不採択なはずの事業が採択される誤り）のもたらす損失（の二乗）を最小にするような最適なカテゴリー分割政策を導出する．また，提案手法を用いて設計した意思決定スキームは，事業に関する意思決定の判断材料を提供する簡便的な感度分析ツールとしても利用することができる．

*キーワーズ：公共事業評価法，システム分析

**正員 博(工) 東北大学大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉06 TEL022-217-7502, FAX 022-217-7500)

***正員　工修　三菱総合研究所　政策科学システム研究部(〒100-8141 東京都千代田区大手町2-3-6 TEL 03-3277-0712/FAX 03-3277-3462)

****フェロー 工博 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町　TEL・FAX 075-753-5071)

3. 最適評価モデルの概要

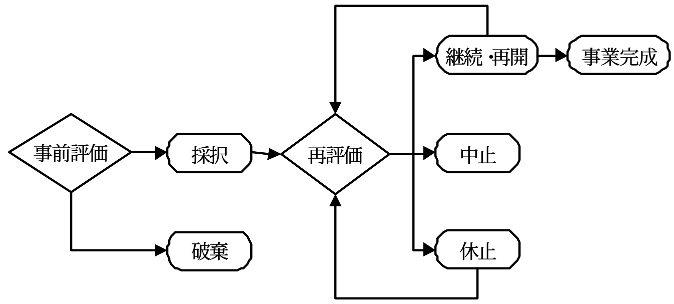
(1) 前提条件

いま，事業便益リスク，遅延リスクという２種類のリスクが存在する事業の実施環境の下で，事前評価時点での事業の採択，不採択と再評価時点における事業の継続，中止，休止のオプション価値を適切に考慮した事前・再評価問題を考えよう．意思決定プロセスの構造を図－１に示す．意思決定者は事前評価時点で，事業を採択するか，あるいは採択しないかを決定する．事業が採択された場合，事業への投資が開始される．事業便益には不確実性が介在し，事業評価の各時点で投資費用に見合うだけの便益が期待できない場合は，事業の不採択，もしくは中止，休止が選択されることとなる．また，事業にはその完成が遅延するという遅延リスクが存在する．事前評価において事業が採択された後，一定期間を経過した時点で事業が完成していない場合，事業の再評価が実施される．再評価時点よりさらに一定期間を経過した時点で事業が完成していない場合，改めて再評価が実施される．なお，再評価時点で事業の休止が選択された場合，事業への投資は中断され，次の再評価時点まで事業は進捗しない．事業を中止する場合は，中止費用が必要となる．その場合，事業への既投資額は完全に埋没すると仮定する．事業に係わる費用としては，投資総額C，中止費用C_a，休止時の維持費用C_p，再評価費用C_eがある．事業が完成した場合，直ちに供用が開始され事業便益が発生する．また，簡単のために，事業は部分供用や暫定供用は行われず，完成後はじめて便益を発生するものと仮定する．

時点tにおける事業の進捗状態を$(M+1)$段階の離散的な状態変数$h_t = m(m = 0, 1, \cdots, M)$を用いて記述する．事業採択時点から初回の再評価時点までの期間および再評価時点間の期間はいずれもτであり，τ個のステップ（１ステップは，例えば１年などの単位期間）により構成される．事業の進捗状態h_tがマルコフ連鎖に従うと仮定し，１ステップで進捗状態mからm'に推移する確率を

$$\mathrm{Prob}\Big[h_{t+1} = m' | h_t = m\Big] = p_{mm'} \qquad (1)$$

と定義する．さらに，推移確率$p_{mm'}$を(m, m')要素とする推移確



図－１　最適評価モデルの構造

率行列を$\boldsymbol{P}$で表現する．推移確率は外生的に与えられ，いずれの主体もその値を制御できないと仮定する．ただし，$\sum_{m'=0}^{M} p_{mm'} = 1,; \quad p_{mm'} \geq 0$を満足する．評価期間$\tau$における進捗状態$h_t$の推移は，推移確率行列$\boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{P}^{\tau}$に従う．$\boldsymbol{\Pi}$の$(m, m')$要素を$\pi_{m,m'}$と表す．

いま，任意の時点tにおける事業価値$B(t)$を，その時点で仮に事業が完成し供用が開始されたと想定した場合の当該時点から将来にわたって発生するであろう期待総便益（当該時点における現在価値）と定義する．再評価時点tで事業価値$\hat{B}_t = B(t)$を観測した下で，つぎの再評価時点$t+1$で観測される事業価値B_{t+1}の分布を表す確率密度関数を$f(B_{t+1}|\hat{B}_t)$と表す．確率密度関数$f(B_{t+1}|\hat{B}_t)$は各時点tで定義できるが，その形式は時点tに依存せず，事業価値$\hat{B}_t$のみに依存すると仮定する．

(2) 最適値関数

いま，再評価時点tにおいて，事業の進捗状態m，事業価値$\hat{B}$が観測された時，事業から獲得される期待純価値の最大値は，最適値関数

$$\tilde{\Psi}_m(\hat{B}) = \max\Big\{\tilde{\Omega}_m(\hat{B}),\ \lambda Q_j(\hat{B}) - C_m,\ -C_a\Big\} \qquad (2)$$

と表される．ここで，$\tilde{\Omega}_m(\hat{B})$は当該時点で事業を継続した場合に獲得できる期待純事業価値であり，

$$\tilde{\Omega}_m(\hat{B}) = W_m(\hat{B}) + \tilde{R}_m(\hat{B}) \qquad (3)$$

と表される．ただし，

$$\tilde{R}_m(\hat{B}) = \bar{\tilde{R}}_m(\hat{B}) + \lambda_j\Big\{\int_0^\infty \tilde{\Psi}_m(B) f(B|\hat{B}) dB - C_e\Big\}$$

$$\bar{\tilde{R}}_m(\hat{B}) = \lambda \sum_{m'=m+1}^{M-1} \pi_{mm'}\Big\{\int_0^\infty \tilde{\Psi}_{m'}(B) f(B|\hat{B}) dB - C \cdot \frac{m'-m}{M} - C_e\Big\}$$

が成立する．ここで，$\lambda = (1+r)^{-\tau}$は割引因子(rは割引率)，$\lambda_m = \lambda\pi_{mm}$である．一方，$\lambda Q_m(\hat{B}) - C_p$は，事業を休止したことにより獲得できる期待純事業価

値（当該時点の現在価値）を表す．ここで，$Q_m(\hat{B})$ は，時点tで事業を休止した場合に，時点$t+1$で獲得できる期待純事業価値の最大値であり，

$$Q_m(\hat{B}) = \int_0^{\infty} \tilde{\Psi}_m(B) f(B|\hat{B}) dB - C_e \qquad (4)$$

と表される．$-C_a$は，事業を中止したときの純事業価値である．

事前評価時点t_0においては，事業を採択するか，あるいは採択しないかを決定する．当該時点では事業は進捗しておらず，$h_0 = 0$が成立する．この時点で観測された事業価値を$\hat{B}$と表記すれば，事業を採択した場合に獲得できる期待純事業価値の最大値は,

$$\tilde{\Omega}_0(\hat{B}) = W_0(\hat{B}) + \tilde{R}_0(\hat{B}) \qquad (5)$$

と表される．ただし，関数$W_0(\hat{B})$, $\tilde{R}_0(\hat{B})$は式(3)で定義される．また，不採択の場合の純事業価値はゼロである．したがって，事前評価時点t_0における最適値関数$\tilde{\Phi}(\hat{B})$は,

$$\tilde{\Phi}(\hat{B}) = \max\{\tilde{\Omega}_0(\hat{B}),\ 0\} \qquad (6)$$

と表される．なお，モデルの詳細は，長谷川等[6)]を参考されたい．ここで，次章の分析に備えて，次のような表記の変更をする．モデル内の状態変数およびパラメータを事業に関する説明変量と解釈し，要因と呼ぶ．各要因によって構成される要因ベクトルを$\boldsymbol{x}$と表し，最適値関数$\tilde{\Phi}(\cdot)$を$\boldsymbol{x}$の関数$\tilde{\Phi}(\boldsymbol{x})$と表すものとする．

4. 簡便意思決定スキームの設計

(1) 前提条件

いま，N個の事業サンプル$i(=1,\cdots,N)$が存在する．各要因$j\ (=1,\cdots,J)$は，L_j個の離散的な値$x_j(l)\ (l=1,\cdots,L_j)$のいずれかをとり得るものとする．ここで，$x_j(l) > x_j(l')\ (l > l')$であるとする．事業サンプル$i$の要因$j$の値は，次式のように表される．

$$x_j^i = \sum_{l=1}^{L_j} \eta_{i,j}(l) \cdot x_j(l) \qquad (7)$$

なお，$\eta i, j(l)$は，事業サンプルiの要因jの値x_jが$x_j(l)$である場合には1を，その他の場合には0をとるダミー変数であり，次のように定義される.

$$\eta_{i,j}(l) = \begin{cases} 1 & : \text{サンプル}\,i\,\text{の要因}\,j\,\text{の値が} \\ & \quad x_j(l)\,\text{の場合} \\ 0 & : \text{それ以外の場合} \end{cases}$$

なお，ダミー変数$\eta_{i,j}(l)$については，以下のような制約式が成立しなければならない．

$$\sum_{l=1}^{L_j} \eta_{i,j}(l) = 1 \qquad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{l=1}^{L_j} \eta_{i,j}(l) = N \qquad (9)$$

さて，事業サンプルiの要因ベクトルが$\boldsymbol{x}^i = (x_1^i,\cdots,x_J^i)$であるとき，当該事業サンプルの期待事業価値（以下，厳密解と呼ぶ）は，要因ベクトル$\boldsymbol{x}^i$の関数$\tilde{\Phi}(\boldsymbol{x}^i)$で表されるものとする．

ここで，各要因が取りうる状態をK_j個のカテゴリー$C_j^d(K_j)\ (k_j = 1,\cdots,K_j)$に分割することを考える．なお，$d$はカテゴリーの分割に関する政策（以下，分割政策）を表す．分割政策dによってカテゴリー化された新たなランクに基づき，事業サンプルを評価するとしよう．すなわち，事業サンプルiのカテゴリー分割後の評価（以下，近似解と呼ぶ）は，分割後の要因ベクトル$\overline{\boldsymbol{x}}^{i,d} = (\overline{x}_1^{i,d},\cdots,\overline{x}_J^{i,d})$の関数$\tilde{\Phi}(\overline{\boldsymbol{x}}^{i,d})$と表される．ただし，分割後の要因ベクトルの各要素$\overline{x}_j^{i,d}$は，サンプル$i$の要因$j$が属するカテゴリー$C_j^d(K_j)$内の全サンプルの要因$j$に関する平均値である．このとき，分割前の要素ベクトル$\boldsymbol{x}^i$で評価した厳密解と分割後の要素ベクトル$\overline{\boldsymbol{x}}^{i,d}$で評価した近似解の間に差異が生じる．これは，カテゴリー化によってもたらされる損失であり，最適分割政策d^*は損失を最小二乗とするように決定される．

(2) 分割政策の定式化

分割政策dのもとで，要因jの値$x_j(l)\ (l=1,\cdots,L_j)$がいずれのカテゴリーに属するかをダミー変数を用いて，次のように表現する．

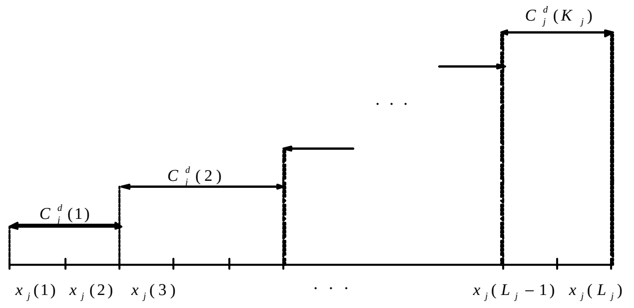
$$\xi_{j,l}^d(k_j) = \begin{cases} 1 & : \text{要因}\,j\,\text{の値}\,x_j(l)\,\text{がカテゴ} \\ & \quad \text{リー}\,C_j^d(K_j)\,\text{に属する場合} \\ 0 & : \text{それ以外の場合} \end{cases}$$

ここで，ダミー変数$\xi_{j,l}^d(k_j)$は，分割政策dのもとで，要因jの値x_lがカテゴリー$C_j^d(K_j)$に属する場合には1を，その他の場合には0をとる変数である．なお，ダミー変数$\xi_{j,l}^d(k_j)$については，以下のような制約式が成立しなければならない．

$$\sum_{k_j}^{K_j} \xi_{j,l}^d(k_j) = 1 \qquad (10)$$

$$\sum_{l=1}^{L_j} \sum_{k_j=1}^{K_j} \xi_{j,l}^d(k_j) = L_j \qquad (11)$$

$$(\xi_{j,l}^d(k_j) - \xi_{j,l+1}^d(k_j))(\xi_{j,l}^d(k_j) - \xi_{j,l+1}^d(k_j+1)) = 0,$$



図－2 ダミー変数$\xi_{j,l}^d(k_j)$によるカテゴリー化(例)

$$\xi_{j,1}^d(1) = 1, \ (1 \le l \le L_j, \ 1 \le k_j \le K_j - 1) \tag{12}$$

なお，式(12)は，隣り合った要素の値$x_j(l)$と$x_j(l+1)$は，必ず同じカテゴリーかもしくは隣り合うカテゴリーに分類される，すなわち，図-2に示すように，カテゴリーの分割が要因の値が小さいほうから順に行われることを表す条件である．なお，

(3) 最適化問題の定式化

いま，分割政策dのもとで，ダミー変数$\delta_{i,j}^d(k_j)$を$\eta_{i,j}(l)$，$\xi_{j,l}^d(k_j)$の積によって新たに定義する．

$$\delta_{i,j}^d(k_j) = \sum_{l=1}^{L_j} \eta_{i,j}(l) \cdot \xi_{j,l}^d(k_j) \tag{13}$$

したがって，$\delta_{i,j}^d(k_j)$は，

$$\xi_{i,j}^d(k_j) = \begin{cases} 1 & : \text{サンプル} i \text{が要因} j \text{のカテゴリー} C_j^d(K_j) \text{に反応する場合} \\ 0 & : \text{反応しない場合} \end{cases}$$

と表される．なお，ダミー変数$\xi_{i,j}^d(k_j)$については，以下のような制約式が成立しなければならない．

$$\sum_{k_j}^{K_j} \delta_{i,j}^d(k_j) = 1 \tag{14}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{k_j=1}^{K_j} \delta_{i,j}^d(k_j) = N \tag{15}$$

いま，カテゴリー$C_j^d(K_j)$に属する要因の平均値$y_j^d(k_j)$は，ダミー変数$\eta_{i,j}(l)$，$\xi_{j,l}^d(k_j)$を用いて次式のように表される．

$$y_j^d(k_j) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sum_{l=1}^{L_j} \eta_{i,j}(l) \cdot \xi_{j,l}^d(k_j) \cdot x_j(l)}{\sum_{i=1}^{N} \delta_{i,j}^d(k_j)} \tag{16}$$

したがって，分割政策dのもとで，事業サンプルiの分割後要素ベクトル$\overline{\boldsymbol{x}}^{i,d} = (\overline{x}_1^{i,d}, \cdots, \overline{x}_J^{i,d})$の各要素は，

$$\overline{x}_j^{i,d} = \xi_{i,j}^d(k_j) \cdot y_j^d(k_j) \tag{17}$$

と表される．分割政策dのもとで，カテゴリー化による損失Δ^dは，分割前の要素ベクトル$\boldsymbol{x}^i$で評価した厳密解と分割後の要素ベクトル$\overline{\boldsymbol{x}}^{i,d}$で評価した近似解の間に差異として，次式のように定義される．

$$\Delta^d(\boldsymbol{x}^i) = \tilde{\Phi}(\boldsymbol{x}^i) - \tilde{\Phi}(\overline{\boldsymbol{x}}^{i,d}) \tag{18}$$

最適カテゴリー分割問題は，全サンプルの損失の二乗の総和を最小とするように最適分割政策d^*を決定する問題として，次式で表される．

$$\min_{d^*} \sum_i \{\Delta^d(x_i)\}^2 \tag{19}$$

5. おわりに

本研究は，公共事業の合理的で簡便な評価スキームの設計を目的として，これまでの事業評価モデルにおいて連続として扱われている説明変量を離散的な有限個のカテゴリーに分割するための方法論について検討した．そこでは，カテゴリー化に起因する事業選択のエラーのもたらす損失を最小にするようなカテゴリーの分割政策を導出するためのモデルを提案した．なお，本稿は紙面の都合からモデルの定式化に留まった．解法の詳細や数値計算の結果については講演時に報告する．

参考文献

1) 上田孝行: 事前・事中・事後評価の共通フレームに向けて，土木学会第55回年次学術講演会・講演概要集，CD-ROM, 2000.
2) 織田澤利守, 小林潔司：プロジェクトの事前評価と再評価, 土木学会論文集，No.737/IV-60，pp.189-202，2003.
3) 織田澤利守, 小林潔司, 松田明広：評価費用を考慮したプロジェクトの事前・再評価問題，土木学会論文集，No.751/IV-62, pp.97-110.
4) 小林潔司，横松宗太，織田澤利守：サンクコストと治水経済評価：リアルオプションアプローチ，河川技術に関する論文集，第7巻，pp.417-422, 2001.
5) 赤松隆，長江剛志：経済リスクを考慮した社会基盤投資プロジェクトの動学的財務評価，土木学会論文集，No.751/IV-62, pp.39-54.
6) 長谷川専, 織田澤利守, 小林潔司：遅延リスクを考慮したプロジェクトの事前・再評価問題，土木計画学研究・講演集,Vol.28, CD-ROM, 2003.