ゲームの逆推定における誤差項の系列相関に関する実証研究*

Serial Correlation Between Error Terms and Its Influence on the Inverse Analysis of Game*

奥本　孝之**，喜多　秀行***，谷本　圭志****

by Takayuki OKUMOTO**，Hideyuki KITA***and　Keishi TANIMOTO****

１．はじめに

従来，ゲーム理論は規範モデルとして利用されているが，現象解析モデルとしてあまり利用されてはこなかった．これは現象解析モデルでは結果から利得を推定する必要があるが，容易に利得を推定するための手法がまだあまり提唱されてこなかったことが理由の一つと考えられる．そこで著者らは実際に行われたゲームから得られた解と説明変数の値から利得と均衡解選択確率を同時推定法する方法 [1]（以下，ゲームの逆推定法）を開発した．

ここでは均質な選好構造を有する多数のプレイヤーが同時並行的に複数のゲームを行う状況を想定する．ゲームのプレイヤー相互間では利得や均衡解選択基準が共通知識となっているが，ゲームを外部から観測する分析者には未知であることを想定し，ゲームの共通知識となっている利得と選択基準を，外部の分析者が推計するものである．

しかし，このモデルは，誤差項の独立性を仮定しているため系列相関が存在する場合にバイアスが生じるという問題がある．そこで著者らはこの問題を解決するために森川・山田[2] の研究を参考にモデルの改良を行った[3]．

2 で述べるように確かに分析者が把握しきれない利得相互間に系列相関が存在すると思われる．しかし，それは定量的な測定を行い実証した結果を確認されたものではない．本当に系列相関はゲームの逆推定を行う場合に考慮すべきか，あるいはゲームの逆推定を行う場合に考慮しなければならないような系列相関は存在するのであろうか．そこで本研究では系列相関の存在を確認するために実験を実施し，結果を解析することにより，系列相関の大きさを測定することを目的とする．

*キーワード：　計画基礎論　計画手法論

**学生員　鳥取大学工学部社会開発システム工学科
（〒680-0882　鳥取市湖山町南 4-101，Tel　0857-31-5333，
Fax　0857-31-0882）
***正会員　工博　鳥取大学工学部社会開発システム工学科
（〒680-0882　鳥取市湖山町南 4-101，Tel　0857-31-5309，
Fax　0857-31-0882）
****正会員　工博　鳥取大学工学部社会開発システム工学科
（〒680-0882　鳥取市湖山町南 4-101，Tel　0857-31-5310，
Fax　0857-31-0882）

２．ゲームの利得と系列相関

一般にゲームではプレイヤーは同一の状況下で戦略を選ぶこととなる．そのために，非観測要因（分析者にとって未知の要因）はそれぞれのプレイヤーの各戦略間で共通する要因が少なからず存在すると考えられる．また，ゲームは各プレイヤーが対戦相手の行動に対する最適反応をとることで均衡解が導出されるが，その際，プレイヤーの選択肢に依存した非観測要因選ぶことのみ行動する．例えば，表 1 においてプレイヤーが選択肢 1 を選ぶとき均衡解（1，1)，（1，2）が導かれうる．そのために，U^1_{11} と U^1_{12} との間に共通の非観測要因が存在するケースが十分ありえる．これらのことから，ゲームには系列相関が存在することが十分考えられる．

表１　ゲームの利得表

	1	2
1	$U^1{}_{11}, U^2{}_{11}$	$U^1{}_{12}, U^2{}_{12}$
2	$U^1{}_{21}, U^2{}_{21}$	$U^1{}_{22}, U^2{}_{22}$

$U^k{}_{ij}$：利得

k：プレイヤー　i,j：均衡解

3．逆推定モデルの概要 [1) 3)]

前述したとおり，一般にゲームの実証分析を行うための手法はあまり提唱されていない．そのために分析者が実証的分析を行うためには新しい手法が必要となる．これをゲームの逆推定モデルという．このモデルはゲームの利得がいくつかの影響要因から構成されているものと考え（これを本研究では利得関数と呼ぶ)，最尤推定法を用いてパラメータを推定することで利得を推定するモデル [1] である．しかし，ゲームでは系列相関の存在が懸念されるため，著者らは系列相関が存在する場合を想定し，モデルの改良を行った（以後，改良前のモデル [1] を“ モデルⅠ ”，改良後のモデル [3] を“ モデルⅡ ”と呼ぶ)．

まず，モデルⅠについて説明する．本研究では *2×2* の戦略型ゲームを想定する [1]．表 2 は分析者が認識する利得を表わしたものである．これは分析者にとって非観測要因が存在するためこのような表記を行うものである．この利得表から均衡解の生起確率を求めるた

表２　誤差項表示をしたゲームの利得表

	1	2
1	$\alpha V+\varepsilon^1_{11}$,　$\alpha V+\varepsilon^2_{11}$	$\alpha V+\varepsilon^1_{12}$,　$\alpha V+\varepsilon^2_{12}$
2	$\alpha V+\varepsilon^1_{21}$,　$\alpha V+\varepsilon^2_{21}$	$\alpha V+\varepsilon^1_{22}$,　$\alpha V+\varepsilon^2_{22}$

V：説明変数　　α：パラメータ　ε：誤差項

めには，4 つの利得の大小関係の組み合わせが生起する確率を求める必要がある．これは，ロジットモデルを用い式(1)のような同時確率の和として表現される．ここに，γは複数均衡解が存在する場合にどちらの均衡解が生起するかを示す確率（均衡解選択確率）である．

$$
\begin{aligned}
P_{\mathrm{I}} =& \left(\frac{e^{\mathrm{U}^1_{11}}}{e^{U^1_{11}}+e^{U^1_{21}}} \cdot \frac{e^{U^1_{12}}}{e^{U^1_{12}}+e^{U^1_{22}}} \cdot \frac{e^{U^2_{11}}}{e^{U^2_{11}}+e^{U^2_{12}}} \cdot \frac{e^{U^2_{21}}}{e^{U^2_{21}}+e^{U^2_{22}}} \right) \\
&+ \left(\frac{e^{\mathrm{U}^1_{11}}}{e^{U^1_{11}}+e^{U^1_{21}}} \cdot \frac{e^{U^1_{12}}}{e^{U^1_{12}}+e^{U^1_{22}}} \cdot \frac{e^{U^2_{11}}}{e^{U^2_{11}}+e^{U^2_{12}}} \cdot \frac{e^{U^2_{22}}}{e^{U^2_{21}}+e^{U^2_{22}}} \right) \\
&+ \left(\frac{e^{\mathrm{U}^1_{11}}}{e^{U^1_{11}}+e^{U^1_{21}}} \cdot \frac{e^{U^1_{21}}}{e^{U^1_{22}}+e^{U^1_{12}}} \cdot \frac{e^{U^2_{11}}}{e^{U^2_{11}}+e^{U^2_{12}}} \cdot \frac{e^{U^2_{21}}}{e^{U^2_{21}}+e^{U^2_{22}}} \right) \\
&+ \gamma \left(\frac{e^{\mathrm{U}^1_{11}}}{e^{U^1_{11}}+e^{U^1_{21}}} \cdot \frac{e^{U^1_{22}}}{e^{U^1_{22}}+e^{U^1_{12}}} \cdot \frac{e^{U^2_{11}}}{e^{U^2_{11}}+e^{U^2_{12}}} \cdot \frac{e^{U^2_{22}}}{e^{U^2_{12}}+e^{U^2_{22}}} \right)
\end{aligned} \tag{1}
$$

次にモデルⅡの説明を行う．モデルⅡでは系列相関の存在を考慮しているので，表 2 で表現した誤差項εを相関性のある項とそうでない項に分ける．第一項を系列相関のある誤差項，第二項を無相関な誤差項とよぶ．

$$\varepsilon = \theta \cdot \lambda + \eta \cdot \nu \tag{2}$$

θ, η：パラメータ　λ：系列相関のある誤差項
ν：無相関な誤差項

系列相関は誤差項間に存在するものであるので，以下のように表せる．ただし，選択肢固有の系列相関としているので $\kappa\lambda_i$ もしくは $\zeta\lambda_i$ と表す．ただし $\kappa+\zeta+\eta=1$ という制約がある．

$\kappa\lambda_1$： ε^1_{11} と ε^1_{12} 間に存在する系列相関
$\zeta\lambda_2$： ε^1_{11} と ε^1_{21} 間に存在する系列相関
$\zeta\lambda_3$： ε^1_{12} と ε^1_{22} 間に存在する系列相関
$\kappa\lambda_4$： ε^1_{21} と ε^1_{22} 間に存在する系列相関
$\kappa\lambda_5$： ε^2_{11} と ε^2_{12} 間に存在する系列相関
$\zeta\lambda_6$： ε^2_{11} と ε^2_{21} 間に存在する系列相関
$\zeta\lambda_7$： ε^2_{12} と ε^2_{22} 間に存在する系列相関
$\kappa\lambda_8$： ε^2_{12} と ε^2_{22} 間に存在する系列相関

これを各誤差項に適用すると以下のようになる．

$\varepsilon^1_{11} = \kappa\lambda_1 + \zeta\lambda_2 + \eta\nu^1_{11}$　　$\varepsilon^1_{12} = \kappa\lambda_1 + \zeta\lambda_3 + \eta\nu^1_{12}$
$\varepsilon^1_{21} = \kappa\lambda_4 + \zeta\lambda_2 + \eta\nu^1_{21}$　　$\varepsilon^1_{22} = \kappa\lambda_4 + \zeta\lambda_3 + \eta\nu^1_{22}$
$\varepsilon^2_{11} = \kappa\lambda_5 + \zeta\lambda_6 + \eta\nu^2_{11}$　　$\varepsilon^2_{12} = \kappa\lambda_5 + \zeta\lambda_7 + \eta\nu^2_{12}$
$\varepsilon^2_{21} = \kappa\lambda_8 + \zeta\lambda_6 + \eta\nu^2_{21}$　　$\varepsilon^2_{22} = \kappa\lambda_8 + \zeta\lambda_7 + \eta\nu^2_{22}$

以上をもとに式(1)を整理すると $\kappa\cdot\lambda_1-\kappa\cdot\lambda_4$ と $\zeta\cdot\lambda_6-\zeta\cdot\lambda_7$ のみ残る．よって，$\kappa\cdot\lambda_1-\kappa\cdot\lambda_4=\sigma_1\pi_1$, $\zeta\cdot\lambda_6-\zeta\cdot\lambda_7=\sigma_2\pi_2$ とおく．u_1, u_2 は標準正規分布に従う確率変数と仮定し，σ_1, σ_2 はパラメータである．これらを用い，均衡解（1，1）の生起確率は次のように求める [3]．

$$P_{11} = \iint p(1,1|u_1,u_2)\cdot f(u_1)\cdot f(u_2)\, d\pi_1 d\pi_2 \tag{3}$$

他の均衡解も同様にして求めることができる．

以上のようにして導き出された均衡解の生起確率を基に，尤度関数 $L(\alpha, \sigma_1\sigma_2 | V)$ を構成し，最尤推定法を用いてパラメータ推定を行う．

４．実験について

(1) 実験のフレーム

本研究では系列相関を測定するために実験を実施した．この実験は分析者が被験者（この章に限り，プレイヤーを被験者と呼ぶ）に限られた情報のみを与え，その情報のみで被験者は意思決定を行うものとする．またプレイヤーは利得最大化行動をとるものと想定しているため実験においてゲームの利得に応じて報酬が支払われるものとした．

本研究では 2 種類の実験を実施した．実験 1 は表 4 のような利得表を与えて行プレイヤーとして選択肢1, 選択肢 2 のどちらかを選択してもらうものである．これにより最も単純なゲームである 2×2 ゲームを対象に系列相関の有無に関する分析を行う．一方，実験 2 は表 5 を示してゲームの利得表を用い分析を行った．この表はある目的地に行きたいと思っているプレイヤーが２人いる状況で，それぞれのプレイヤーは車か鉄道を交通機関として選択することができる．この表の運転時間・駐車料金・運賃・所要時間（鉄道で目的地に達するために必要な時間）・待ち時間は利得関数を構成する説明変数であり，被験者はこの利得関数が最大となるように行動する．

(2) 実験１

以下の手順に基づき実験を進行する．

表３　実験１の手順

手順
① 被験者を集め，ゲームの内容を説明する
② 被験者が選んだ選択肢を記録するための用紙を配布．
③ スクリーンに得表をうつす
④ 全ての利得表に対するゲームが終了するまで②~③を繰り返す

表 4　実験 1 で用いた利得表

	選択肢 1	選択肢 2
選択肢 1	*x,x*	*ax,cx*
選択肢 2	*bx,dx*	*1200,1200*

x=100，200,･･･,900
(*a, b, c, d*）＝（*2,-2,2,-2*）
(*a, b, c, d*）＝（*1,-1,1,-1*）
(*a, b, c, d*）＝（*1,0.5,0.5,1*）
(*a, b, c, d*）＝（*1,-1,0.5,1*）

被験者には表 4 のような利得表を提示し，行プレイヤーとして選択肢 1，選択肢 2 のどちらかを選択してもらうものである旨を伝えた．

利得表にある x はこの説明変数とし，このゲームの利得表を構成する利得関数は

$$U = \alpha x + \varepsilon \tag{4}$$

U：利得　　x：利得表の利得
α：パラメータ　ε：誤差項

で表される．この利得関数が最大であるようにゲームを行うように，獲得した利得に応じて報酬を支払うこととした．

この実験で得られた結果は可能な限り非観測要因の少ないものである．つまりこの結果は純粋なゲームにおいて系列相関の存在の有無を検討することが可能となる．

（3）実験 2

実験 2 は以下のように設定した．まず，表 5 はゲームの利得関数を構成する説明変数（運転時間・駐車料金・運賃・所要時間・待ち時間）を表示している．このゲームでは両被験者が車を選択すれば駐車料金を 2 人で負担することができ，運転も交代で行えるために運転時間も半分となる．もし，1 人が車で行くならば全て 1 人で負担しなめればならない．鉄道は 1 人で行動しても 2 人でしても変化はない．

各被験者はこの利得表の説明変数を自らの選考に依存した利得関数が最大となるように行動する．そのために，この利得関数の結果が大きい値をとればとるほど報酬は増えるようにした．この利得関数は線形型を想定しており，式（5）のような形で表される．

表 5　実験 2 で用いた利得表

	車		鉄道	
車	運転時間 駐車料金	運転時間 駐車料金	運転時間 駐車料金	運賃 所要時間 待ち時間
鉄道	運賃 所要時間 待ち時間	運転時間 駐車料金	運賃 所要時間 待ち時間	運賃 所要時間 待ち時間

$$U = \alpha_1 V_{運転時間} + \alpha_2 V_{駐車場代} + \alpha_3 V_{運賃} + \varepsilon$$
$$U = \alpha_4 V_{所要時間} + \alpha_5 V_{待ち時間} + \varepsilon \tag{5}$$

U：利得　　V：説明変数
α：パラメータ　ε：誤差項

この利得関数に各説明変数とパラメータを当てはめたものが被験者の利得となる．

表 6　実験 2 の手順

手順
① 被験者を集め、ゲームの内容を説明する
② 被験者が選んだ選択肢を記録するための用紙を配布.
③ スクリーンに表 6 のような利得表をうつす
④ お互いに自分の最適反応を対戦相手に告げる
⑤ その結果をもとに戦略を決定する
⑥ 全ての利得表に対するゲームが終了するまで③~⑤を繰り返す

実験２の手順は実験１のそれとステップ④が異なる．これは本研究においてプレイヤー間では情報の完備性を仮定しているので，お互いの利得が既知でなければならないが，表 6 から分かるようにこの利得表を見ただけでは対戦相手の選好構造を知りえない．そこで，お互いに最適反応を報告しあうことによって情報の完備性を満たす．一方，実験 1 についてはその必要はない．利得表を見ただけで相手の最適反応を知ることが出来るからである．

5.分析結果

（1）実験 1

図 1 は誤差項を全集合としたときの系列相関のある誤差項と 2 つの系列相関のない誤差項の構成比率を表したものである．ηは系列相関のない誤差項にかかるパラメータであり，π１，π２はそれぞれ列プレイヤー，行プレイヤーの系列相関のある誤差項にかかるパラメータである．例えばηが 100 パーセントに近ければその誤差項には系列相関がないことを意味している．

この図からゲームには系列相関があるケースとそうでないケースがあることが分かった．このことから本研究で行った実験においてゲームに系列相関があるか否か特定することが出来なかった．

このことはゲームの分析を行うときは常に系列相関を考慮した方が良いということがいえると考えられる．

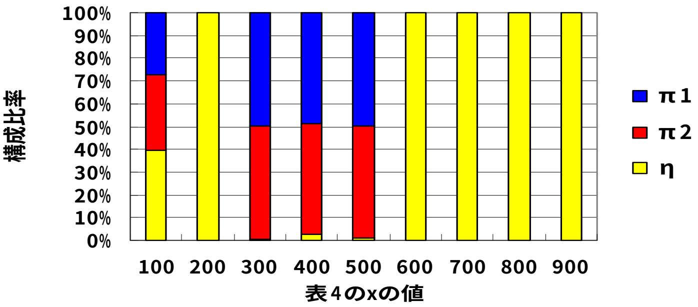

図 1　誤差項を構成する成分の比率

図 2 は系列相関を考慮したモデルで分析したときの尤度比と系列相関を考慮しない場合の尤度比を表した棒グラフと，その比率をあらわしたものである．左側の棒グラフはモデルⅠで求めた尤度比を意味し，右側の棒グラフはモデルⅡで求めた尤度比を意味している．折れ線は“改善度”（モデルⅡで求めた尤度比/モデルⅠで求めた尤度比）を表しており，この値が大きいほど系列相関を考慮することによる説明力の向上の程度が高くなることを意味している．

この図には 200≦x≦500 のとき改善度が非常に高い値を示している．また，このときは尤度比が低い．このことは確定項の大きさが小さいとき，誤差項の大きさに大きく依存することが原因であると考えられる．

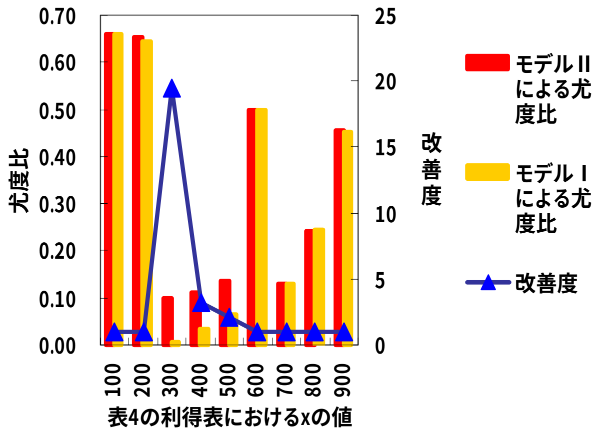

図 2　2 つのモデルにおける尤度比の関係

図 1，図 2 を共通した知見は，本研究で行った実験Ⅰ野結果において系列相関の有無に法則性はほとんどなかった．このことからもゲームの分析を行うときは常に系列相関を考慮した方が良いということがいえると考えられる．

（2）実験 2

5 つの全ての説明変数をもとに“モデルⅠ”と“モデルⅡ”の尤度比を比較した．その場合，ほとんど尤度比の変化が見られなかった．これはこの 5 つ以外には系列相関のある誤差項はないことを意味している．よって，ρ^2_Aはほぼ完全に系列相関のないときの尤度比である．このことを踏まえ，実験 2 の結果を用いて以下の 3 つの分析を行った．

ρ^2_A：モデルⅠにおいて利得関数の全ての説明変数を考慮した場合の尤度比

ρ^2_B：モデルⅡにおいて利得関数の 1 つの説明変数を除いて解析した場合の尤度比

ρ^2_C：モデルⅠにおいて利得関数の 1 つの説明変数を除いて解析した場合の尤度比

上のこの 3 つの尤度比において除いた説明変数は“駐車料金”である．

この 3 つの尤度比はρ^2_Aの分析において尤度比がないことから

$$\rho^2_A \geqq \rho^2_B > \rho^2_C \qquad (6)$$

をみたす．

なぜならば，ρ^2_Aには系列相関がない．ρ^2_B は系列相関があるがモデルが考慮している．もし完全に系列相関のバイアスにモデルが対処するならば$\rho^2_A = \rho^2_B$が成立し，そうでなければ$\rho^2_A > \rho^2_B$ が成立する．また，ρ^2_C のは系列相関が存在しているのにモデルが考慮していないので，$\rho^2_B > \rho^2_C$ 尤が成立する．一般にこれらの場合，深刻な多重共線性の問題がない限り式（6）は成立するはずである．

実験 2 は選択肢に依存した系列相関が存在した場合に“系列相関を考慮したモデル”の有効性を確認する．実験 2 は Aρ^2_A=0.32．ρ^2_B=0.30．ρ^2_C=0.28．となり図 1 の条件を満たしている．このことから一般にゲームには多かれ少なかれ選択肢に依存した非観測要因の存在があると考えられるので,系列相関を考慮しなければならないことが確認された．

表 6　実験 2 の結果

	ρ^2_A		ρ^2_B		ρ^2_C	
	被験者1	被験者2	被験者1	被験者2	被験者1	被験者2
運転時間（分）	-0.05316	-0.01434	-0.05416	-0.01734	-0.05316	-0.01434
駐車場代（円）	-0.00032	-0.00028	-	-	-	-
運賃（円）	-0.00146	0	-0.00136	0	-0.00146	0
所要時間（分）	-0.02947	0	-0.02947	0	-0.02947	0
待ち時間（分）	-0.03573	0	-0.03373	0	-0.03573	0
尤度比		0.320		0.297		0.277

6. おわりに

本研究ではゲームの逆推定における系列相関の有無とその影響の程度を実証することを目的とした．系列相関はゲームにおいてはしばしば存在すること，系列相関が存在する状況下でそれを考慮せずに分析をすることにより精度が低下することが分かった．

【参考文献】

1）喜多秀行，谷本圭志，福山敬；ゲーム的状況下におけるプレイヤーの利得推定モデル,土木学会論文集，No. 737/IV-60，pp147～157，2003

2）森川高行，山田菊子：系列相関を持つ RP データと SP データを同時に用いた離散選択モデルの推定法，土木学会論文集，No. 476/IV-21，pp11～18，1993

3）Kita, H., K.Tanimoto and K.Fukuyama: A Game Theoretic Analysis of Merging-Giveway Interaction — A Joint Estimation Model,*In* Taylor, M.A.P.(ed,): Transportation and Traffic Theory,　Pergamon, 2002

図 1

実験を実施してデータを用いて分析を行う. 被験者(プレイヤーのこと)には表 3 のような利得表を配布し，縦プレイヤーとしてゲームを行ってもらう．そのとき被験者にとって対戦相手は未知である．被験者に利得最大化戦略をとらせるために，得点に応じて報酬を支払う．具体的には 20 点当たり 1 円とした．また，被験者は 10 人であり，サンプル数は約 180 である．また，一回のゲームをおこなう時間は 30 秒とし, 互いにコミュニケーションができないようにした. 全体の実験の時間は約 1 時間であった． 被験者は鳥取大学社会開発システム工学科システム計画学研究室の学生である.

表３　実験で用いた利得表

	1	2
1	x,x	$x,\ 0$
2	$0,x$	$1200,\ 1200$

５．分析結果

結果を以下の表とグラフにまとめた．これらの結果において特徴的な点を次のようにまとめた.

a) $600 \leqq x$ のとき系列相関が小さい

b) $300 \leqq x \leqq 500$ のときは尤度比が低い

c) 確定項の値が小さいほど系列相関が大きい

表４　分析結

d)　尤度比が低いケースに系列相関が高い傾向がみられる

e)　$\sigma_1 = \sigma_2$となった

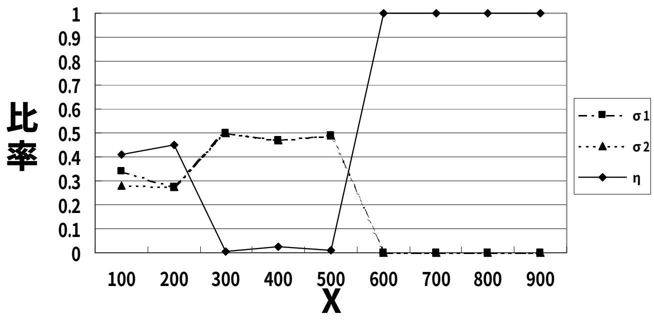

図1 誤差項における系列相関と無相関な誤差項の比率

以上の結果から確定項の値が小さい場合に系列相関が高い傾向が見られた．これは確定項の差が誤差項と比較して小さい場合には誤差項が推定結果に多大な影響を及ぼすが，確定項の差が誤差項と比較して大きい場合誤差項は推定結果には影響を及ぼさないため系列相関を考慮する必要はないからだと考えられる．またこの場合には尤度比も高かった．e)の$\sigma_1 = \sigma_2$であることはプレイヤー１とプレイヤー２では同質のプレイヤーであるので当然のことと考えられる．

６．おわりに

本研究では系列相関の測定を行ったが，系列相関を

調べることは有効であることが実証された．

【参考文献】

4）

5）

6）岡田章：ゲーム理論，有斐閣，1996

7）Harsanyi and Selten: A General Theory of Equilibrium Selection in Games :MIT Press,　Cambridge,　1988

基本的に治したところは 1．背景と目的と 3．利得と均衡解選択確率の同時推定法 5 分析結果だけです．その他は誤字脱後レベルを除き，治していません．

1 目的と背景ですが，これは第一段落に関してほとんどを削除しました．この主な理由は 2 ページ以内に治めなければならないという理由と，先生の指摘で掛かれている内容が広すぎるということから削除し用と考えたからです．残りの内容もかなり変えました．第 2 段落に関しても全面的に削除しました．その主な理由としてあげるのが自分の目的に関する曖昧さからです．以前のゼミではプレイヤーの利得の推定し，プレイヤーがどのような特徴を有しているかということを目的としていましたが，今回はゲーム理論の性質上，系列相関の存在が疑わしいが，本当に系列相関を考慮しなけいればならないのかという趣旨で書き直しました．この章はほとんどすべて治しました．

3．利得と選択確率の同時推定法に関しては赤字の部分を挿入したのと u_1，u_2 パラメータを加えました．

5．分析結果ですがほとんどすべて直しました．内容は前回のゼミで先生に教わった内容です．系列相関があったとしてもそれは影響を及ぼさないほど確定項が大きいとき系列相関は存在しないように見える．という趣旨です．

1．背景と目的と５．分析結果を以下にまとめました.

１．背景と目的

~~交通、維持管理政策などの社会政策を策定するにあたり住民が何を望んでいるか把握し、政策に反映させなければならない。そのためモデルを仮定して分析する際、利得を仮定することが必要であるが、外部から利得を分析することは容易ではない。そのため利得を推定するための手法のひとつとして逆推定がある。これは観測可能な行動結果から利得を推定するためのものであり、著者らはゲーム理論における逆推定を行うモデルである利得と均衡解選択確率の同時推定法[1)]を開発した。~~従来，ゲーム理論では利得は所与とされているが，より厳密な分析を行うためには利得の逆推定を行う必要がある．そのための手法を利得と選択確率の同時推定法[1)]という．

~~しかし、利得と均衡解選択確率の同時推定法は一般のモデルと同様に、誤差項の独立性を仮定しているが系列~~

~~相関の存在が懸念された。しかし、系列相関いついては既存の研究の蓄積があり[2)]、利得と均衡解選択確率同時推定法もそれらをもとにこの問題について解決した。しかし、系列相関の大きさの測定については未解決のままであった。系列相関の程度を測定することはプレイヤーの性質を判断するのに有益な情報のひとつになると考えられる。このことから、本研究では系列相関の程度を数値解析で分析し、新たな知見を得ることを目的とする。~~

このモデルは一般のモデルと同様に，誤差項の独立性を仮定しているが，ゲームでは同一の状況下で戦略を選ぶことから各利得の誤差項間において系列相関の存在が懸念された．著者らはこの問題を解決するために既存の研究[2)]をもとにモデルの改良を行った．
しかし，本当にゲームにおいて系列相関は存在し，それがどの程度の大きさかついては未解決のままであった．そのため，本研究では系列相関の程度を数値解析で分析することで測定し，どのような場合にどの程度系列相関が存在するか明らかにすることを目的とする．

また，本研究では、均衡解選択基準[3)]に関して実験を実施したデータを用いて分析を行った。そして、上述のように系列相関を分析する~~ことでプレイヤーの利得に関する新たな知見を得ることを目的とする~~。

５．分析結果

結果を以下の表にまとめた。それをグラフにまとめたのが以下のグラフである。これらの結果において特徴的な点を次のようにまとめた。

a）　$x≧600$ で系列相関が低い
b)　$300≦x≦500$ では尤度比が低い
c)　~~$\sigma_1=\sigma_2$ となった~~尤度比が低いケースに限って系列相関が低い傾向がみられる
~~*d)*　尤度比が低いケースに限って系列相関が低い傾向がみられる~~ $\sigma_1=\sigma_2$ となった

~~誤差項とは分析者にとって未知の要因の集合である。系列相関とは誤差項間で共通する要因の集合である。そのため、系列相関が低いとは各利得において共通の未知の要因が存在しないことを意味ており、系列相関が高いということは共通の未知の要因が多いことを意味している。ではこのことを踏まえ分析結果を見てみると *300≦X≦500* では誤差項の大部分において系列相関であり、*600≧X* では系列相関はほとんど存在しなかった。このことは現時点でなにを意味しているかは分からないが、*300≦X≦500* では尤度比が低いことから何か見落としの要因が存在すると考えられる。~~どのような場合に系列相関が高いかというと，まず確定項の値が小さい場合であり，尤度比が低い場合である．このようなことが起きる理由として以下のことが考えられる．誤差項の値がどのようになろうとも結果に影響を及ぼさないほど確定項の値が大きければ系列相関も無視できる．またその場合には尤度比も高いと考えられる．

ｃ)の $\sigma_1=\sigma_2$ であることはプレイヤー１とプレイヤー２では同質のプレイヤーであるので当然のことと考えられる。

	車	鉄道
車	運転時間：○○円 駐車場代：○○円 運転時間：○○円 駐車場代：○○円	運転時間：○○円 駐車場代：○○円 運賃　　：○○円 所要時間：○○円 待ち時間：○○円
鉄道	運転時間：○○円 駐車場代：○○円 運賃　　：○○円 所要時間：○○円 待ち時間：○○円	運賃　　：○○円 所要時間：○○円 待ち時間：○○円 運賃　　：○○円 所要時間：○○円 待ち時間：○○円