

工期短縮と資源の有効利用を考慮したスケジューリング問題のためのGA構成法*

A Study on Project Scheduling Technique Using Cut Theory and GA*

滑川達**

By Susumu NAMERIKAWA**

1. はじめに

本研究では、次のような二つの目的を設定する。第一の目的は、山崩し法のような従来法の固定的な資源配分ルールを変数化するためにカット理論を用いるとともに、計算量の問題については遺伝的アルゴリズムを適用したメタヒューリスティックなアプローチを通して、従来法以上に計画目標を追求したスケジュールを求めるための手法を構築することである。そして、開発されたスケジューリング手法を、工期最小化問題、資源の有効利用を目的とした問題に適用し性能評価を行う。

また各計画目標の最小化を突き詰めた場合、各目的別に最適解が求められる。これらの解は非劣解と呼ばれトレードオフ関係を持っている。ここでいうトレードオフ関係とは、工期を短縮しようとするれば、必要資源が有効に利用できなくなることまたは、その逆の状況が生まれることを指す。この場合、計画設計者が非劣解集合として求められる効率的フロンティアに位置した代替案の中から対象プロジェクトにおける目標間の重要度やその他の管理基準を考慮し選択することが望ましい。しかし、現状では、精度の不高くない山崩し法計算結果から得られた劣解の中から代替案検討が行われている可能性が高いと考えられる。そこで第二の目的として、開発したスケジューリング手法を活用することにより、複数計画目標を考慮した場合の非劣解集合を求めるためのパラメトリック分析を行う。そして、従来法である山崩し法から求められるスケジュールとの比較により、その有効性を確認する。

2. 対象とする問題

プロジェクトスケジューリング問題は、プロジェクトの遂行に必要となる各アクティビティの所要時間や必要資源、及びアクティビティ間の順序関係が与えられたとき、工期制約・資源制約下で、工期短縮化や資源平滑化などの複数の計画目標を最適にするように、各アクティ

ビティの開始時刻を求める問題と定義されている。一般的にスケジューリング問題を構成する重要な要素は時間と資源であり、これらの最適化問題は、次の2つに類型化できる。

- (a) 資源に関する制約の下で、一連のアクティビティが完了する時間を最適化する。通例、工期短縮が目標となる。
- (b) 時間に関する制約の下で、一連のアクティビティに関する資源を最適化する。通例、資源平滑化が目標となる。

本研究では、(1)・(2)の最適化問題それぞれに対してアプローチを試みる。

本研究では、対象とするプロジェクトネットワークの形式として、AON(ACTIVITY ON NODE)のネットワークを用いる。AONは、作業の相互関係を表すために、アクティビティをノード、アクティビティ間の順序関係についてはアークを用いプロジェクトネットワークを作成するもので、様々な順序関係の設定による拡張機能を有することより、現在では最もポピュラーなネットワークモデルとなっており、市販のPMソフトウェアでも利用されている³⁾。また問題の入力データとして、アクティビティ i 、アクティビティの所要日数 d_i 、アクティビティの必要資源数 w_i 、資源制約 W を与える。

3. 問題の定式化

アクティビティ数 m をもつプロジェクトスケジューリングは、作業間の順序関係からみても資源の投入量制約からみても「開始可能」となった時刻にすぐさまアクティビティを開始すると仮定することにより、 $m \times m$ のマトリックス(以下スケジュールマトリックス)として表すことができる。ここで、実行可能なバーチャート工程表は、以下のような制約条件を満たしていなければならない。

$$\sum_{k=1}^m a_{ik} x_k = d_i \quad \text{for all } i \quad (3.1)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ik} w_i \leq W \quad \text{for all } k \quad (3.2)$$

*キーワード：施工計画・管理、計画手法論

**正員，工博，徳島大学工学部建設工学科

〒770-8506 徳島市南常三島 2-1

TEL (088) 656-9877 FAX (088) 656-7579

$$\text{if } a_{ik} = 1 \quad \bigcap \quad a_{ik} = 1$$

$$\text{then } R_{ii'} = 0 \quad \text{for all } k \quad (3.3)$$

$$x_k \geq 0 \quad \text{for all } k \quad (3.4)$$

ここで、 a_{ik} ; スケジュールマトリックスの k 列におけるアクティビティの実施状況 (1 or 0), x_k ; k 列の区間長で式 (3.1) の連立方程式を解くことによって求められる, $R_{ii'}$; 工程ネットワークの可達行列の要素である。

また、工期短縮に関する目的関数を「工期最小化」とし、対象工程ネットワーク内のアクティビティに所要日数、必要資源数が与えられた中で、設定された資源制約を満足するスケジュールの工期を最小にする。資源の有効利用に関する目的関数を、「必要資源の分散最小化」とする。さらに、本研究では工期短縮と資源の有効利用といった二つの評価項目におけるバランスを重視した解を求めることを目的としている。よって今回この二つの評価指標を標準化した適合度関数を設定することで多目的問題への拡張を行っている。

今回取り扱う計画目標となる目的関数は以下のようである。

(1) 全体工期 λ の最小化 : プロジェクトの早期完了を目的とする。

$$\min \quad \lambda = \sum_{k=1}^m x_k \quad (3.5)$$

(2) 必要資源の分散 V の最小化 : プロジェクトコストへの負担を軽減することを目的として、最小化を図る。

$$\min \quad V = \frac{1}{\sum_{k=1}^m x_k} \sum_{k=1}^m \left(\sum_{i=1}^m a_{ik} \cdot w_i - \bar{w} \right)^2 \times x_k \quad (3.6)$$

$$\bar{w} = \frac{1}{\sum_{k=1}^m x_k} \sum_{k=1}^m \left(\sum_{i=1}^m a_{ik} w_i \right) \times x_k \quad (3.7)$$

\bar{w} : 必要資源の平均値

またこれらの計画目的を次のように標準化し、多目的問題における適合度を計算することとした。

(3.5)式、(3.6)式に対応する適合度を次のように表す。

(1) f_1 : 工期に関する適合度

$$f_1 = (\lambda - \lambda_{\min}) / (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) \quad (3.8)$$

λ_{\max} : 最大工期

(同時実施を行わない場合の工期、すなわち全アクティビティ所要日数の総和)

λ_{\min} : 最小工期

(資源制約を考慮しない場合の PERT 計算による最短期)

(2) f_2 : 必要資源の有効利用に関する適合度

$$f_2 = \sqrt{V} / \bar{w} \quad (\text{日々の資源使用量の変動係数}) \quad (3.9)$$

\sqrt{V} : 必要資源の標準偏差

さらに、次のようにして総合的な適合度関数を表す。

$$F = \alpha f_1 + \beta f_2 \quad (3.10)$$

F : 総合適合度

また、 α 、 β については施工計画者の当該工事の特性を考慮し設定するものとし、今回はこれら各計画目標のウエイトをパラメータとし $\alpha + \beta = 1$ の範囲内で 0.01 ずつ増減させるかたちでパラメトリック分析を行う。

4. カット理論の適用

前節で紹介したスケジュールマトリックス表現では、任意の列内の資源配分状態をアクティビティ間の順序関係を満足したかたちで決定していかなければならないことから、複雑な組合せ最適化問題となり計算が非常に困難となりうる。しかも、ネットワーク規模が大きくなり、各アクティビティ間順序関係の複雑性が増すと、現実的に最適解を求めることは不可能である。そこで本研究では、この問題における効率的解法としてカット理論を適用する。カットとは、図-1にあるように AON 工程ネットワークの始点ノードを含むアクティビティ集合と終点ノードを含むアクティビティ集合とに二分するアーク集合のうち順方向アークのみから構成される並列関係にあるアーク集合と定義する。そして、この並列関係にあるアーク集合の終了ノード(アクティビティ)集合のうち、集合内に先行アクティビティを持たない実施可能なアクティビティ群は、同時に実施可能なアクティビティ集合と考えることができる。ここでは、このアクティビティ群をカットに対応するアクティビティ群とする。また、カットを交差させることなく遷移させることでアクティビティ間の順序関係の制約を満たしたカットの遷移

過程を作成でき、この遷移過程をカットパスと呼ぶこと

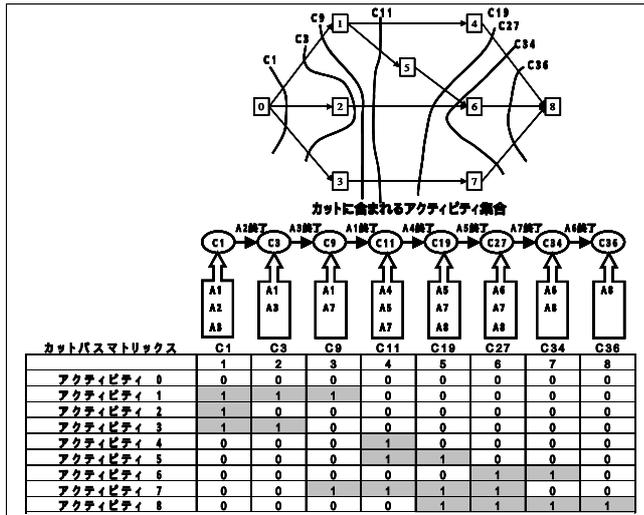


図 - 1 カットパスに対する
同時実施可能なアクティビティ集合

とする。この関係を利用すると、スケジュールマトリックスにおける各列内の全アクティビティを対象とした組合せ最適化問題を、任意のカットパスに対応する同時実施可能なアクティビティ群とその連続過程のみを対象とした部分最適化問題に分解することが可能となる。

5. 遺伝的アルゴリズム (GA) の適用

前節にて紹介したカットパスの要素であるカットがアクティビティを越えていく違いに着目すると、「カットネットワーク」を作成することができる。このとき、カットネットワーク上の一本の経路(カットパス)は、カットがアクティビティ間の順序関係を満たしながらアクティビティを越えていく連続過程のパターンの違いを示しており、カットネットワーク全体ではすべての実行可能な代替案が表現されることとなり、最適解を求めるスケジューリング問題は理論的にはこのカットネットワーク上の最適経路探索問題と等価となる。しかし、ここでも対象ネットワークの大規模化・複雑化に伴い、カットネットワークも巨大化し最適解の探索は困難となる。そこで、この最適経路探索問題の近似解法として本研究ではGAの適用を図ることとする。また、GAを適用する場合に必要なことは生物集団の要素である個体に対応するものをどのように表現するかということが非常に重要である。そこで、今回はこのカットネットワーク上の一本の経路つまりカットパスを個体として採用する。

6. 表現型への変換方法

ここでの表現型への変換とは、個体としてのカットパ

スにもとづいて、代替案としてのスケジュールマトリックスを求めることを意味する。すなわち、まず生成されたカットパスの各カットに含まれるアクティビティを(0.1)で表現したカットパスマトリックスにおいて、現レベルから次レベルへのカットの遷移を決定しているアクティビティを順次各列へ配分することにより、初期解とマトリックスの各列が対応するカットを設定する。なお、この初期解はカットパスごとに完全にユニークである。

上述したスケジュールマトリックスに対して図 - 2 のような列生成法による改良収束計算を行う。この過程により、局所最適解集合のみの解探索が可能となる。

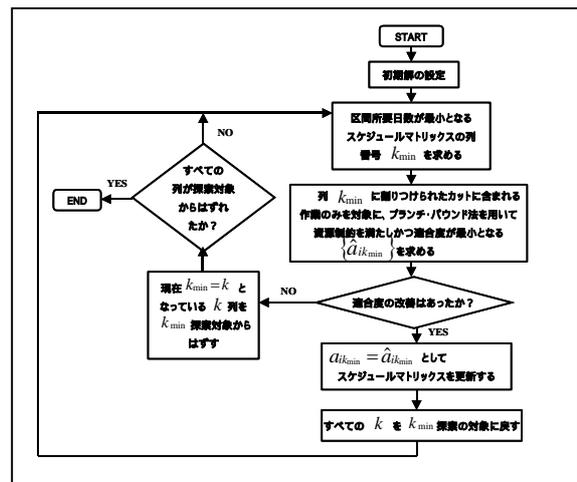


図 - 5 スケジュール計算フロー

7. スケジューリングアルゴリズムの構築

本研究では、カット理論をベースとしてGAを適用したスケジューリングアルゴリズムを構築した。そこでは、GA空間にてGAオペレータを通して最良な個体を探索し、問題空間で列生成による改良収束計算を行い、個体別に適合度を与える構造となっている。

ここでは、GAオペレータの基本動作である、再生、交叉、突然変異、世代の入れ替といったGA特有の処理プロセスについて順に説明する。

(1) 再生 (ランキング選択)

問題に対する各個体の適合度にほとんど差が発生しない場合、いつまでもたっても良い個体が増殖しないという収束の問題が発生してしまう。ランキング選択は、適合度の高いものから順に再生する個体数をあらかじめ決めておくもので、バランスよく再生を行うことができる。よって今回は再生のバランスを重視して、ランキング選択を採用した。

(2) 交叉

今回のモデル開発にあたって適用した交叉は、個体であるカットパスと等価な情報を持ったアクティビティの終了順序を以下に示す方法で変化させて新しいアクティビティ終了順序列を生成した。

【交叉の手順】

- 手順1** 交叉確率 P_c に従い2個の親を選択し、そのアクティビティ終了順序列を作成する。
- 手順2** 親1のアクティビティ終了順序列の先頭のアクティビティを選択する。
- 手順3** 1) 既に選択されたアクティビティである
2) 順序関係上まだ終了させることができない
3) 全てのアクティビティが選択された
1) 2) の条件に該当しなければ、選択された親のアクティビティを越えるカットを生成後、**手順4**へ進む。
1) 2) の条件に該当する場合は、カットを生成することなく**手順4**へ進む。
3) の条件に該当すれば、終了となる。
- 手順4** 前手順の対象が親1のとき 同じカットレベルにある親2のアクティビティを選択して**手順3**へ戻る。
前手順の対象が親2のとき 次のカットレベルにある親1のアクティビティを選択して**手順3**へ進む。

なお、子2の作成については、手順1で選択するアクティビティを親2のアクティビティからスタートすることで、子1とは異なるアクティビティ順序列を新しく作成することができる。

(3) 突然変異

再生された個体を交叉しているだけでは、個体の親に依存したような限られた範囲の子しか生成されずに解の探索範囲が非常に狭いものとなり局所的な解に陥りやすい。突然変異は、そのような状態に陥るのを防ぐ役割も含んでいる。

【突然変異の手順】

- 手順1** 突然変異確率 P_m に従い対象となる個体(カットパス)を選択し、アクティビティ順序列に変換する。
- 手順2** アクティビティ順序列の2点をランダムに設定する。
- 手順3** 設定された2点間のアクティビティ順序列の順序関係を表現した順序行列 (ij) を作成する。
- 手順4** 作成された順序行列 (ij) の列がすべて、「0」になっているアクティビティ群からランダム

に1つアクティビティ j を選択する。

- 手順5** 選択されたアクティビティ j の、行・列を順序行列 (ij) から削除する。
- 手順6** **手順4** に戻り順序行列 (ij) 行・列がすべて消去されるまで繰り返し、新しいアクティビティ順序列を作成する。
- 手順7** 作成されたアクティビティ順序列を、個体(カットパス)に変換する。

(4) 世代の入れ替え

世代の入れ替えは、現世代での最良の適合度をもつ個体を保存し、次世代で再生された個体群の中で最悪の適合度をもつ個体と入れ替えることである。これを設定された終了世代数 X まで繰り返し行われ、もし次世代において前世代よりも最良の適合度をもつ個体が出現するとその時点でその個体をエリート保存することにする。また、前世代の最良の適合度をもつ個体を越える個体が出現しない場合は、それまで通りにいままでの世代の中で最良の適合度をもつ個体を保存し続けて入れ替え作業を行う。

これは、より良い適合度をもつ個体を探索する可能性を広げる重要な作業であり、再生時に最良の個体を組み込み最悪の個体を排除することによって、早い段階の世代で最良の適合度をもつ個体を見つけ出すことが可能となる。しかし、良い個体ばかりで交叉を行うことにもつながり、局所的な解に陥り易くなるがこれについては突然変異を行うことにより回避できると考える。

10. おわりに

本研究においては、カット理論やGAを用いたプロジェクトスケジューリング手法の開発を行った。さらに本研究ではこの手法を利用し、多目的問題検討のためのパラメトリック分析を行っているが、適用計算結果については発表時に示す。

参考文献

- 1) 高元ほか：工程計画の資源山積みを平準化する 0-1 二次計画アルゴリズム，電子情報通信学会論文誌，Vol.77, D- ，10, pp.2075-2082, 1994.
- 2) 春名攻，滑川達：PERT/MANPOWER 問題の最適解の開発研究 カットネットワークにおける最適資源配分問題への変換を用いた新しい解法 土木計画学・論文集 No.15, pp.41-48, 1998 .
- 3) 坂和正敏，田中正博：遺伝的アルゴリズム，朝倉書店，2000.