# 社会的受容性を考慮した混雑料金・投資政策の検討*

Pareto Improvement of Heterogeneous Road Users
by Congestion Toll and Investment Policy*

河野達仁**・田中大輔***

By Tatsuhito KONO**, Daisuke TANAKA***

## 1. はじめに

混雑料金政策は社会厚生最大化の観点から経済学的な正当性を保持している．しかし，混雑料金政策が技術的に導入可能であるにも関わらず実際の社会における導入事例は限られている．主要な理由として以下が挙げられる．

(A)混雑料金の還元

(B)混雑料金制度による利用者間の不公平性

(A)について，混雑料金の還元がなければ利用者の余剰は減少したままで，利用者は損失を被るだけである．また，パレート改善を達成する混雑料金の還元は，その設計が困難という問題がある．また(B)について，社会的余剰が最大化されるような最適混雑料金を利用者に賦課すると支払能力の低い利用者が排除される事になり，公平性の観点から問題がある．

上記の(A)に対して，toll-capital 定理の有効性が交通経済学の分野で主張される事が多い．この定理は，同質な利用者とリンク所要時間関数の０次同次性の２つの仮定の下で混雑料金と道路建設投資量を政策変数として社会的余剰を最大化した場合，(混雑料金収入)=(道路建設投資額)となる事を示している．したがって，混雑料金収入で道路建設投資を行えば，料金還元を行う必要が無く，社会的余剰は最大化される．しかし，toll-capital 定理は利用者の異質性について考慮しておらず，その場合にこの定理によって(A)の必要が無くなるかについて分析されていない．また，この定理によって利用者の異質性の下で発生する(B)が改善されるか，改善されるとすればどの様な条件を要するのかについても分析されていない．

本研究の目的は，利用者の異質性を考慮した toll-capital 定理，及び異質な利用者のパレート改善性に関して分析する事である．具体的に，いくつかの OD からなる高速道路を対象として，第一に，利用者の異質性を考慮した下で混雑料金・道路建設投資量を政策変数とした社会的余剰最大化政策(以降，政策１) を分析して，利用者が異質の場合でも toll-capital 定理によって(A)の必要が無くなるかについて調べる．第二に，toll-capital 定理によって(B)が改善されるかについて調べる．つまり，混雑料金を賦課しない場合と比較して，toll-capital 定理を用いた混雑料金政策を実施する場合に，異質な利用者の各 group の交通量が全て増加するような条件を調べる．ここで，混雑料金無しで道路建設投資量のみを政策変数とした社会的余剰最大化政策(以降，政策２)に対して，政策１を適用する際の利用者のパレート改善条件を分析する．第三に，toll-capital 定理を用いた混雑料金政策を実施しても，(B)が改善されない様な状況が存在する事を考慮し，支払能力の低い利用者の余剰のみを考慮した次善的な混雑料金政策を提案する．ここで，混雑料金・道路建設投資量を政策変数として支払能力の低い利用者の余剰のみを最大化する政策(以降，政策３)を分析し，政策３から得られる混雑料金の性質，及び toll-capital 定理の成立性を調べる．

本研究は以下の様に構成される．

(ⅰ)直列・並列リンクそれぞれにおける，政策１から得られる最適混雑料金，及び toll-capital 定理の成立性の分析

(ⅱ)１リンクにおける，政策２に対する政策１のパレート改善性の分析

(ⅲ)１リンクにおける，政策３から得られる最適混雑料金、及び toll-capital定理の成立性の分析

なお，(ⅱ)に関する既存研究として，Arnott and Yan(2000)[1)]は利用者が同質だと仮定して政策１，２の公共交通の最適料金と最適投資量を分析している．しかし，利用者が異質の場合の分析は行っていない．また，Arnott, de Palma and Lindsey(1993)[2)]は利用者が異質だと仮定してボトルネックモデルを用いて厚生分析を行っている．しかし，ボトルネックモデルに限られた分析となっており定常的な交通混雑の分析は行っていない．

本研究はボトルネックモデルを用いずに定常的な交通混雑の分析，すなわち静学分析を行う．静学モデルを用いて混雑を分析する事の正当性としては，定常的な混雑状況を扱っているという解釈，またはVickley (1969)型のボトルネックモデルによる混雑現象を扱っているという解釈によって，全ての交通費用が静学的な交通費用関数で表現されるという解釈ができる．

*キーワード：計画手法論，公共交通計画
**正員，博(学術)，東北大学大学院工学研究科
（〒980-8579,仙台市青葉区荒巻字青葉06,Tel022-217-7498）
***学生員，東北大学大学院情報科学研究科
（〒980-8579,仙台市青葉区荒巻字青葉 06,Tel022-217-7498）

## 2．利用者の異質性を考慮した拡張リンクにおける混雑料金・投資政策

本章では，直列および並列リンクを想定し，政策１から得られる混雑料金および toll-capital 定理の成立性を分析する．

### （1）直列リンクにおける政策１の均衡式の導出

図１のようにネットワークを仮定する．ノード１→2(１→３，２→3)に向かう利用者を $\mathrm{group}_{1(2,3)}$ とおく．社会的余剰の最大化問題は

$$\max_{f_{\mathrm{i}},f_{\mathrm{ii}},K_{\mathrm{i}},K_{\mathrm{ii}}} SS=\sum_{l=1,2,3}\left[\int_0^{q_l} P_l(q)dq-q_l P_l(q_l)\right]+\sum_{m=\mathrm{i,ii}}\left[Q_m f_m-K_m\right] \quad (1)$$

s.t. $\mathrm{group}_1$ ; $a_1 T_{\mathrm{i}}(Q_{\mathrm{i}},K_{\mathrm{i}})+ f_{\mathrm{i}} = P_1(q_1)$ (2)

$\mathrm{group}_2$ ; $a_2\left[T_{\mathrm{i}}(Q_{\mathrm{i}},K_{\mathrm{i}})+T_{\mathrm{ii}}(Q_{\mathrm{ii}},K_{\mathrm{ii}})\right] + f_{\mathrm{i}} + f_{\mathrm{ii}} = P_2(q_2)$ (3)

$\mathrm{group}_3$ ; $a_3 T_{\mathrm{ii}}(Q_{\mathrm{ii}},K_{\mathrm{ii}})+ f_{\mathrm{ii}} = P_3(q_3)$ (4)

ここで，$a_l$：$\mathrm{group}_l$ $(l=1,2,3)$ の時間価値，$q_l$：OD 交通量，$P_l(q_l)$：逆需要関数，$Q_m$：リンク $m$ $(m=\mathrm{i,ii})$ の交通量，$K_m$：建設投資額，$T_m(Q_m,K_m)$：所要時間関数(０次同次関数)，$f_m$：混雑料金である．また，

$$\frac{\partial P_l(q_l)}{\partial q_l}<0,\ \frac{\partial T_m(\cdot)}{\partial Q_m}>0,\ \frac{\partial^2 T_m(\cdot)}{\partial Q_m^2}>0,\ \frac{\partial T_m(\cdot)}{\partial K_m}<0,\ \frac{\partial^2 T_m(\cdot)}{\partial K_m^2}>0$$

１階条件から得られる式は以下の様になる．

$$f_{\mathrm{i}}=\left[q_1 a_1+q_2 a_2\right]\frac{\partial T_{\mathrm{i}}(Q_{\mathrm{i}},K_{\mathrm{i}})}{\partial Q_{\mathrm{i}}} \quad (5)$$

$$f_{\mathrm{ii}}=\left[q_2 a_2+q_3 a_3\right]\frac{\partial T_{\mathrm{ii}}(Q_{\mathrm{ii}},K_{\mathrm{ii}})}{\partial Q_{\mathrm{ii}}} \quad (6)$$

$$K_m = f_m Q_m \quad (m=\mathrm{i}, \mathrm{ii}) \quad (7,8)$$

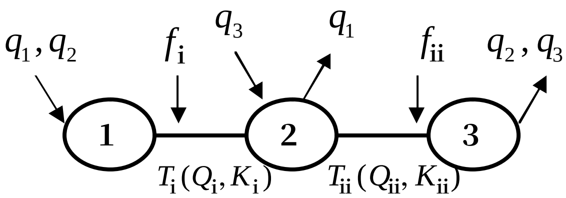



図1　直列リンク

### （2）並列リンクにおける政策１の均衡式の導出

図２のようにネットワークを仮定する．時間価値の異なる利用者を $\mathrm{group}_l$ $(l=1,2)$ とおく．更に各 group でリンク $m$ $(m=\mathrm{i,ii})$ を選択する利用者を $\mathrm{group}_l^m$ とおき，それぞれの交通量を $q_l^m$ $(q_l=q_l^{\mathrm{i}}+q_l^{\mathrm{ii}})$ とおく．社会的余剰の最大化問題は

$$\max_{f_{\mathrm{i}},f_{\mathrm{ii}},K_{\mathrm{i}},K_{\mathrm{ii}}} SS=\sum_{l=1,2}\left[\int_0^{q_l} P_l(q)dq-q_l P_l(q_l)\right]+\sum_{m=\mathrm{i,ii}}\left[Q_m f_m-K_m\right] \quad (9)$$

s.t. $\mathrm{group}_l^m$ ; $a_l T_m(Q_m,K_m)+f_m = P_l(q_l)$ (10~13)

$(l,m)=(1,\mathrm{i}), (1,\mathrm{ii}), (2,\mathrm{i}), (2,\mathrm{ii})$

１階条件から得られる式を以下に表す．

$$f_{\mathrm{i}}=f_{\mathrm{ii}}=\frac{1}{r+1}\left[q_1^{\mathrm{i}}a_1+q_2^{\mathrm{i}}a_2\right]\frac{\partial T_{\mathrm{i}}(Q_{\mathrm{i}},K_{\mathrm{i}})}{\partial Q_{\mathrm{i}}} +\frac{r}{r+1}\left[q_1^{\mathrm{ii}}a_1+q_2^{\mathrm{ii}}a_2\right]\frac{\partial T_{\mathrm{ii}}(Q_{\mathrm{ii}},K_{\mathrm{ii}})}{\partial Q_{\mathrm{ii}}} \quad (14)$$

但し $r=\dfrac{\partial T_{\mathrm{i}}(Q_{\mathrm{i}},K_{\mathrm{i}})}{\partial Q_{\mathrm{i}}}\Big/\dfrac{\partial T_{\mathrm{ii}}(Q_{\mathrm{ii}},K_{\mathrm{ii}})}{\partial Q_{\mathrm{ii}}}$

$$K_m = f_m Q_m \quad (m=\mathrm{i}, \mathrm{ii}) \quad (15,16)$$

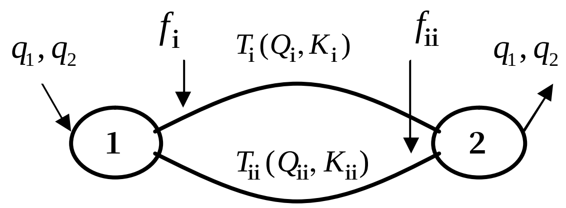



図2　並列リンク

１階条件から得られた式(7,8)，(15,16)より，政策１を実施する事により直列・並列リンクいずれにおいても，あるリンクの建設投資額は，そのリンクを通行する利用者から徴収される混雑料金収入と等しくなり，toll-capital 定理が成り立つ事が示された．この事から，利用者が異質であっても混雑料金の還元(A)が toll-capital定理によって必要無くなる事が分かる．

## 3．利用者が異質な場合における混雑料金・投資政策のパレート改善性

本章では１リンクを想定し，政策２に対して政策１を実施する際のパレート改善条件を分析する．

### （1）政策１の均衡式の導出

図３の様にネットワークを仮定する．時間価値の異なる利用者を $\mathrm{group}_l$ $(l=1,2)$ とおき，時間価値の大小を $a_1<a_2$ と仮定する．社会的余剰の最大化問題は

$$\max_{f,K} SS=\sum_{l=1,2}\left[\int_0^{q_l} P_l(q)dq-q_l P_l(q_l)\right]+Q f-K \quad (17)$$

s.t. $a_l T(Q,K)+f = P_l(q_l)$ $(l=1,2)$ (18,19)

１階条件から得られる式を以下に表す．

$$f=\left[q_1 a_1+q_2 a_2\right]\frac{\partial T(Q,K)}{\partial Q} \quad (20)$$

$$K = f Q \quad (21)$$

$$a_l T(Q,K)+f-P_l(q_l)=0 \quad (l=1,2) \quad (22,23)$$

１階条件から得られた式(20~23)から $f$ を消去し，政策１の均衡解を $(q_1^{*1}, q_2^{*1}, K^{*1})$ とおく．

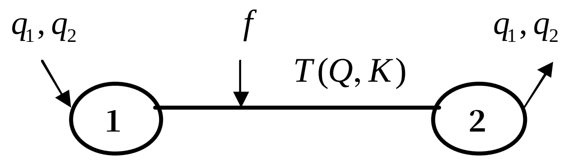



図3　1リンク

### （2）政策２の均衡式の導出

社会的余剰の最大化問題は(17~19)で $f=0$ とした

ものである．１階条件から得られる式を以下に表す．

$$K=\left[\frac{q_1a_1+q_2a_2}{s_1+s_2+1}\frac{\partial T(Q,K)}{\partial Q}\right]Q \qquad (24)$$

但し $s_l=a_l\dfrac{\partial T(Q,K)}{\partial Q}\Big/\left[-\dfrac{\partial P(q_l)}{\partial q_l}\right]\quad(l=1,2)$

$$a_lT(Q,K)-P_l(q_l)=0\quad(l=1,2) \qquad (25,26)$$

政策２の均衡解を $(q_1^{*2},q_2^{*2},K^{*2})$ とおく．

（３）各政策の均衡解の比較分析

政策１，２で大小比較する均衡解は $q_1$，$q_2$，$K$ の３つである．比較する為に，各政策の３つの均衡式を同時に空間上に表現し，各政策の均衡点の位置関係を表現する必要がある．しかし，それは非常に困難である．そこで以下では，$f,K$ を外生変数，$q_1,q_2$ を内生変数とし，$f,K$ の変化による $q_1$ または $q_2$ の変化を示す条件式を調べる事によって，各政策の均衡解 $q_l^{*1}$，$q_l^{*2}$ $(l=1,2)$ の大小関係に影響を与える要因を調べ，パレート改善される条件を明らかにする．$f$，$K$ のそれぞれの変化に対する $q_l$ $(l=1,2)$ の変化は以下の様に表現できる．

$$dq_l=\frac{\partial q_l}{\partial f}df+\frac{\partial q_l}{\partial K}dK\quad(l=1,2) \qquad (27)$$

(18,19)に陰関数定理を用い，$\dfrac{\partial q_l}{\partial f},\dfrac{\partial q_l}{\partial K}$ を求めて(27)に代入すると $q_l$ の変化は以下の様に表せる．

$$dq_l=t\left\{\underbrace{-\left[\left[a_j-a_l\right]\frac{\partial T(Q,K)}{\partial Q}+\left[-\frac{\partial P_j(q_j)}{\partial q_j}\right]\right]}_{l=1\to -,\ l=2\to +\mathrm{or}-}df+\underbrace{\frac{Q}{K}a_l\frac{\partial T(Q,K)}{\partial Q}\left[-\frac{\partial P_j(q_j)}{\partial q_j}\right]}_{+}dK\right\}$$

$$(l,j)=(1,2)\ ,\ (2,1) \qquad (28,29)$$

但し $t^{-1}=-\left[a_1\dfrac{\partial P_2(q_2)}{\partial q_2}+a_2\dfrac{\partial P_1(q_1)}{\partial q_1}\right]\dfrac{\partial T(Q,K)}{\partial Q}+\dfrac{\partial P_1(q_1)}{\partial q_1}\dfrac{\partial P_2(q_2)}{\partial q_2}>0$

ここで，$K$ の均衡解の大小を仮定して，(28,29)より均衡点が $(q_l^{*2},f=0,K^{*2})\to(q_l^{*1},f^{*1},K^{*1})$ $(l=1,2)$ へ移る時の $q_l^{*2}\to q_l^{*1}$ $(l=1,2)$ の大小関係を分析する．(28,29)の $df$，$dK$ の係数は，３つの関数 $T(Q,K)$，$P_2(q_2)$，$P_1(q_1)$ の形状によって変化する．３つの関数の形状の組み合わせと，均衡解 $q_l^{*1},q_l^{*2}$ $(l=1,2)$ の大小の関係を空間上に表現する．a) $K^{*1}>K^{*2}$ の場合，図４左となり，b) $K^{*1}<K^{*2}$ の場合，図４右となる．図中の $T'(Q,K)$，$P'_l(q_l)$ $(l=1,2)$ は $\dfrac{\partial T(Q,K)}{\partial Q}$，$\dfrac{\partial P_l(q_l)}{\partial q_l}$ である．図中の大小は各関数の勾配が(大きい，小さい)事を表している．

a) $K^{*1}>K^{*2}$ の場合

・関数の形状の組み合わせが[1]のゾーンに入る時

両 group の交通量は増加し，パレート改善が達成される．この時，所要時間関数の総交通量に関する勾配と，時間価値の高い利用者の逆需要関数の勾配が大きい．

・[2]のゾーンに入る時

時間価値の高い利用者の交通量が増加して，時間価値の低い利用者の交通量が減少する．これは１章に挙げた，混雑料金制度による利用者間の不公平を表している．この時，主に所要時間関数の総交通量に関する勾配が大きく，時間価値の高い利用者の逆需要関数の勾配が小さい．

・[3]のゾーンに入る時

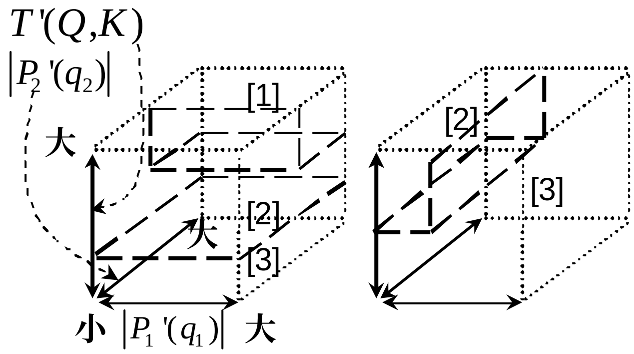
両 group の交通量が減少する．この時，所要時間関数の総交通量に関する勾配が小さい．

b) $K^{*1}<K^{*2}$ の場合

両group同時に交通量が増加する事は無く，パレート改善は達成されない．

[1] $q_1^{*1}>q_1^{*2}$　[2] $q_1^{*1}<q_1^{*2}$　[3] $q_1^{*1}<q_1^{*2}$

$q_2^{*1}>q_2^{*2}$　$q_2^{*1}>q_2^{*2}$　$q_2^{*1}<q_2^{*2}$




a) $K^{*1}>K^{*2}$　　b) $K^{*1}<K^{*2}$

図４　関数形状の組み合わせと均衡解の大小との関係

以上より，$K^{*1}>K^{*2}$ である場合に各関数の形状の組み合わせによっては，政策２に対して政策１を実施するとパレート改善される．つまり，条件によって toll-capital定理を用いる事により利用者間の不公平性(B)が改善される．

上記の分析では $K^{*1}$，$K^{*2}$ の大小に仮定を置いた．パレート改善される状況の前提である $K^{*1}>K^{*2}$ という状況は有り得るのだろうか．しかし，上記の分析からは $K^{*1}$，$K^{*2}$ の大小を判別する事はできない．そこで，$K^{*1}>K^{*2}$ という状況の存在性を調べる為に，異質な場合の近似解として利用者が同質の場合を仮定し，政策１から得られる最適交通量，道路投資額と，政策２から得られる最適交通量，道路投資額を比較する．

図３とネットワークは同じ．利用者は同質であるとし，$a$：利用者の時間価値，$Q$：OD 交通量，$P(Q)$：逆需要関数とする．政策１，２の均衡式を求めると以下の様に表される．

・政策１の均衡式

$$f=Qa\frac{\partial T(Q,K)}{\partial Q} \qquad (30)$$

$$K=fQ \qquad (31)$$

$$aT(Q,K)+f-P(Q)=0 \qquad (32)$$

(30~32)から $f$ を消去し，政策１の均衡解を $(Q^{*1},K^{*1})$ とおく．

・政策２の均衡式

$$K = \left[\frac{Q}{s+1} a \frac{\partial T(Q,K)}{\partial Q}\right] Q \;;\; s = a\frac{\partial T(Q,K)}{\partial Q} \Big/ -\frac{\partial P(Q)}{\partial Q} \tag{33}$$

$$a\,T(Q,K) - P(Q) = 0 \tag{34}$$

政策２の均衡解を $(Q^{*2}, K^{*2})$ とおく．

ここで，単位建設投資額あたりの交通量を $R \equiv Q/K$ と定義すると，$T(Q,K)$ の０次同次性より

$$T(Q,K) = T\left(\frac{Q}{K}, 1\right) \equiv T(R) \tag{35}$$

$T(R)$ は $R$ に関して単調増加であると仮定する．

２つの関数 $T(R)$，$P(Q)$ の形状の組み合わせと，均衡解 $Q^*$，$K^*$ の大小関係を平面上に表現すると図５となる．図中の $T(R)$ の大小は，任意の $R$ において $T(R)$ の値と勾配が共に(大きい，小さい)事を表し，$P(Q)$ の大小は，任意の $Q$ において $P(Q)$ の値と勾配が共に(大きい，小さい)事を表している．

[1] $Q^{*1} > Q^{*2}$　[2] $Q^{*1} < Q^{*2}$　[3] $Q^{*1} < Q^{*2}$

$K^{*1} > K^{*2}$　　$K^{*1} > K^{*2}$　　$K^{*1} < K^{*2}$

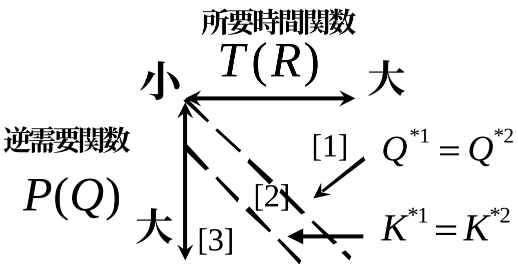



図５　関数形状の組み合わせと均衡解の大小との関係

図５より，逆需要関数の形状に関わらず，任意の $R$ において所要時間関数の値と勾配が共に大きい場合には政策２に対して政策１の $Q$ と $K$ が大きくなる．同質の場合に得られたこの結果は，異質の場合にも適用可能と考えられる．すなわち，所要時間関数の勾配が大きいときに政策２に対して政策１の $Q$ と $K$ が大きくなると考えられる．そして，特にその場合において両groupの交通量が増加する状況があると考えられる．それは，図４から時間価値の高い利用者の逆需要関数の勾配が大きい場合である．したがって，利用者が異質の場合に，パレート改善されるような各関数形状の組み合わせが存在すると考えられる．

## ４．時間価値が低い利用者の余剰を最大化する混雑料金・投資政策

本章では１リンクを想定し，政策３から得られる混雑料金および toll-capital 定理の成立性を分析する．

### （１）政策３の均衡式の導出

図３とネットワークは同じ．設定は３章１節と同じ．時間価値が低い利用者(group $_1$)の余剰の最大化問題は

$$\max_{f,K} S_1 = \int_0^{q_1} P_1(q)\,dq - q_1 P_1(q_1) + \frac{q_1}{Q}\left[Qf - K\right] \tag{36}$$

$$\text{s.t.}\quad a_l T(Q,K) + f = P_l(q_l) \quad (l = 1,2) \tag{37,38}$$

１階条件から得られる式は以下の様になる．

$$f = \left[q_1 a_1 + q_2 a_2\right]\frac{\partial T(Q,K)}{\partial Q} - \underbrace{q_2\left[a_2 - a_1\right]\frac{\partial T(Q,K)}{\partial Q}}_{+} \tag{39}$$

$$K = f\,Q \tag{40}$$

(39)の右辺第１項に注目すると，政策１の混雑料金(20)であり，第２項はマイナスなので，混雑料金(39)は(20)より低いものとなる事が分かる．一方(40)より，リンク建設投資額と混雑料金収入が等しくなり，政策３の場合にも toll-capital 定理は成立する．

政策２に対して政策１を実施した場合に，時間価値の高い利用者が利益を得て，時間価値の低い利用者が被害を受ける事はあっても，その逆の状況は存在しない事が３章での分析で分かっている．この事を考慮すると，政策３の目的上，時間価値の低い利用者の余剰は必ず改善され，時間価値の高い利用者の余剰もある程度改善されると考えられる．ここで政策２において，道路建設財源として利用者全員から均等にガソリン税を賦課すると仮定すると，政策２に対して政策３を実施する事によって必ずパレート改善が達成されると考えられる．つまり，利用者間の不公平性(B)が必ず改善される．この時，所要時間関数や逆需要関数の形状はパレート改善に影響を与えない．しかし政策３の目的上，各関数の形状がパレート改善に依存しない事と引き換えに，社会的余剰は政策１と比較して低くなると考えられる．

## ５．まとめ

利用者の異質性を考慮しても，直列・並列リンクにおいて toll-capital 定理が成立し，混雑料金の還元(A)が必要なくなる事が分かった．次に，１リンクにおいて政策１と政策２の道路建設額の大小に仮定を置いた下で，政策２に対し政策１を実施する際のパレート改善が，リンク所要時間関数と利用者の逆需要関数の形状の組み合わせによって達成される事が示された．つまり，条件によって利用者間の不公平性(B)が toll-capital 定理により改善される事が分かった．最後に，政策２で道路建設財源を課税するという仮定の下で，政策３を実施する事により(B)は必ず改善され，更に toll-capital 定理も成立する事が分かった．

### 主要参考文献

1) Arnott, R. and Yan, A.：The Two-mode Problem : Second-best Pricing and Capacity, Review of Urban and Regional Development Studies,Vol.12, No.3, pp.170-199, 2000.
2) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.：A Structural Model of Peak-Period Congestion : A Traffic Bottleneck with Elastic Demand, American Economic Review, 83, pp.161-179, 1993.