トリップチェイン選択を内生化したネットワーク均衡モデル*
Incorporating Trip Chaining Behavior in Network Equilibrium Analysis*

円山 琢也**
By Takuya MARUYAMA**

1. はじめに

都市圏レベルの中長期の交通需要予測に適した手法として，マルチクラス統合需要型ネットワーク均衡モデルの研究が進められている(e.g. Boyce and Bar-Gera[1])が，その多くはトリップを分析単位としている．このことは，例えば,

問題 1) 目的地選択モデルを内生化したモデルで，勤務地が変化した場合に帰宅トリップも変化する構造になっていない

問題 2) 手段選択モデルを内生化したモデルで，通勤手段が変更した場合に,帰宅トリップの手段も変化する構造になっていない

という課題があり，需要予測・便益評価に系統的なバイアスを生じさせる恐れがある．これらの問題意識のもと，本研究はトリップチェイン選択の概念を導入した最も基本的と考えられるネットワーク均衡モデルを提案する．このモデルは，等価最適化問題に変換可能で，実都市圏への適用性も高いことが示される．また，そのモデルの拡張形式を提示する．提案するモデルは，シンプルで操作性も高いモデルであるが，筆者の知る限り，既存研究での展開例は見当たらない．

2. 問題意識

ネットワーク均衡モデルの構築・拡張においては，モデルの論理整合性が強く意識されてきた．モデル内部の整合性の欠如は，便益評価，政策感度などに影響を与えうることが，既存研究[2)]で実証的に示されており，特に都市圏の中長期の将来交通需要予測モデルの構築では，システム全体の整合性を意識することが重要と考えられる．

さて，ネットワーク均衡モデルの一種である分布配分統合モデルには，両側制約型と片側制約型の 2 種類がある.表 1 は,これらの特徴をまとめている．Boyce and Bar-Gera[1)]による統合モデルのレビューでは，両側制約型の適用事例が多いが，このモデルは行動論的根拠が明快でないという問題がある．片側制約型の場合は，目的地選択モデルとして解釈が可能で,行動論的整合性の面で望ましいと考えられる．ただし，この場合，帰宅トリップをどのように扱うのかが問題となる．帰宅目的の目的地選択モデルというのは，奇妙なモデルといえよう．

最近，PT 調査における都市圏交通需要予測モデルで分布レベルに目的地選択モデルを用いる場合も多い．この場合，帰宅トリップについては，通勤等のトリップの裏返しとして設定する，あるいは，トリップ目的別に帰宅率を設定する例が見られる．この設定では，帰宅目的の経路選択行動によって所要時間が変化するという現象の影響の表現が完全とはいえない．

また，観光地の周遊行動のモデル化などでは，逐次型の意思決定構造を仮定し，目的地選択モデルを連続的に適用する例も数多く見られるが，この場合もモデル全体の整合性が完全とはいえない．

本稿ではトリップチェインの概念を導入し，整合的なモデルの構築を目指す．トリップチェイン選択モデルの適用は，行動分析の文脈では数多い．しかし混雑現象との整合性を意識したネットワーク均衡分析の枠組みでの適用は見当たらない．

表 1　分布配分統合モデルの分類と特徴

	両側制約型	片側制約型
行動論的根拠	解釈は困難	目的地選択モデル
パラメータの推定	容易	ゾーン数によっては困難
既存の適用例が多いトリップ目的	勤務-帰宅トリップ	非業務目的トリップ
モデル構造	安定的	不安定
発生選択モデルとの統合	困難	容易

*キーワード: ネットワーク交通流，帰宅トリップ
** 正会員，修，東京大学大学院工学系研究科都市工学専攻
(〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1,
Tel 03-5841-6234, Fax03-5841-8527)

3.　分布配分統合型モデル

理解の容易のため最も単純なモデルから示していこう．まず，問題1)の解決を意図したピストン型トリップチェイン分布配分統合モデルを提示しよう．

各ゾーンからの発生交通量のみが与えられているとする．そして，これらの発生交通はすべて単一手段ネットワーク上でピストン型のトリップチェインを形成しているとしよう．この場合，利用者は，起点から中継地を経由して起点に戻ってくる往復の交通費用を基にトリップチェインの選択行動をとる．また，ネットワーク上では混雑が発生し，往路，復路それぞれで利用者均衡状態が成立すると考える(図1)．利用者は，ピストン型のトリップチェインの選択と往路・復路それぞれの経路の選択の3次元の選択行動を行うことになる．

(1) 定式化

ここで，次のような最適化問題を考えてみよう．

$$\min . Z(\mathbf{x}(\mathbf{f}),\mathbf{q},\mathbf{h}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega + \frac{1}{\theta}\sum_{rs} h_{rs}\ln h_{rs}/O_r \quad (1)$$

subject to

$$\sum_s h_{rs} = O_r, \quad \forall r \quad (2)$$

$$q_{rs} = h_{rs} + h_{sr}, \quad \forall r,s \quad (3)$$

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs}, \quad \forall r,s \quad (4)$$

$$x_a = \sum_{r,s,k} \delta_{a,k}^{rs} f_k^{rs}, \quad \forall a \quad (5)$$

$$x_a \ge 0, f_k^{rs} \ge 0, q_{rs} \ge 0, h_{rs} \ge 0 \quad (6)$$

where

O_r　：ゾーン r からの発生交通量
q_{rs}　：ODペア rs 間OD交通量
h_{rs}　：ピストン型トリップチェイン rs 交通量
f_k^{rs}　：ODペア rs 間 k 番目経路交通量
x_a　：リンク a の交通量

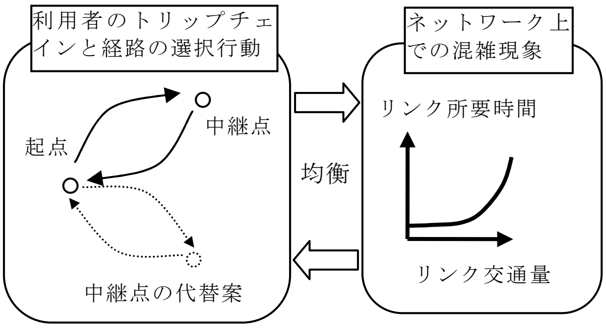

図1 モデルの全体構造

$t_a(x_a)$　：リンク a のリンクコスト関数
$\delta_{a,k}^{rs}$　：リンク経路接続行列
θ　：パラメータ

ここで,トリップチェイン rs とは,起点 r を発し，s を中継するものと定義する．また，点 rs ペアを起点・中継点ペアとする交通量のうち，r から s に向かうものを rs 間OD交通量 q_{rs} と定義している．この q_{rs} は，具体的には，式(3)で，トリップチェイン rs の往路交通量とトリップチェイン sr の復路交通量の和で与えられる(図2).

さて，この問題のLagrange関数を

$$L = Z + \sum_r \lambda_r \left(O_r - \sum_s h_{rs}\right) + \sum_{rs}\mu_{rs}\left\{q_{rs} - (h_{rs}+h_{sr})\right\} + \sum_{rs}\gamma_{rs}\left(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs}\right) \quad (7)$$

とおくと，

$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = \mu_{rs} + \gamma_{rs} \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial h_{rs}} = \frac{1}{\theta}\left\{1 + \ln(h_{rs}/O_r)\right\} - \lambda_r - \mu_{rs} - \mu_{sr} \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_k^{rs}} = c_k^{rs} - \gamma_{rs}, \; c_k^{rs} = \sum_a t_a(x_a)\delta_{a,k}^{rs} \quad (10)$$

となる．c_k^{rs} をODペア rs 間 k 番目経路コストとする．$h_{rs} > 0, q_{rs} > 0$ とすると，一階条件は，

$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = 0, \frac{\partial L}{\partial h_{rs}} = 0, f_k^{rs}\frac{\partial L}{\partial f_k^{rs}} = 0, \frac{\partial L}{\partial f_k^{rs}} \ge 0 \quad (11)$$

であり，これらから，

$$f_k^{rs}(c_k^{rs} - c_{rs}) = 0, c_k^{rs} - c_{rs} \ge 0 \quad (12)$$

$$h_{rs} = O_r \frac{\exp\{-\theta(c_{rs}+c_{sr})\}}{\sum_s \exp\{-\theta(c_{rs}+c_{sr})\}} \quad (13)$$

が導ける．ここで，$c_{rs}(=\mu_{rs})$ をODペア rs 間の最小経路コストとする．式(12)は，トリップチェイン rs の往路およびトリップチェイン sr の復路の利用者均衡条件である．式(13)は，起点 r から中継地 s を経由して起点 r に戻ってくる往復の交通費用を基に，トリップチェインの選択がロジットモデルで表現されることを意味している．従って，式(1)-(6)の問題は，以上のようなトリップチェイン選択内生型のネットワーク均衡モデルと等価であることが証明された．

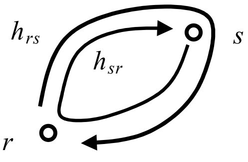

図2 変数間の関係

既存の分布配分統合モデルと比較すると，目的関数 式(1)の第 2 項と，制約条件 式(3)がわずかに変更されているのみであることがわかる．また，中継地に固有の魅力度M_sを考慮する場合は，目的関数の第 3 項として，$\sum_s M_s h_{rs}$ を付加すればよい．

また，エントロピー関数の性質から h_{rs} の一意性が証明できる．$q_{rs}=h_{rs}+h_{sr}$ であるから，q_{rs} も一意になる．また，通常の利用者均衡モデルと同様に f_k^{rs} は必ずしも一意でないが，x_a は一意になる．

(2) 解法

通常の分布配分統合モデルと同様に部分線形化法が有効である．以下，簡単に記述する．

Step 0: 初期許容解の設定．$\mathbf{X}^{(1)}=\{\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{q}^{(1)}, \mathbf{h}^{(1)}\}$

Step 1: リンクコストの更新 $t_a=t_a(x_a^{(n)}),\ \forall a$

Step 2: 方向探索

(a) $\{t_a\}$をもとに OD ペア間の最小経路を探索し，最小コスト$\{c_{rs}\}$を求める．

(b) 式(13)よりトリップチェイン交通量の補助変数$\{\mathbf{h}^{sub}\}$を求め，式(3)よりOD交通量の補助変数$\{\mathbf{q}^{sub}\}$を求める．

(c) $\{\mathbf{q}^{sub}\}$を(1)で求めた最小経路に流し，リンク交通量の補助変数$\{\mathbf{x}^{sub}\}$を得る．

Step 3: 以下の 1 次元探索によりステップサイズαを求める．ここで$\mathbf{Y}=\{\mathbf{x}^{sub}, \mathbf{q}^{sub}, \mathbf{h}^{sub}\}$とする．

$$\min .Z(\mathbf{X}^{(n)}+\alpha(\mathbf{Y}-\mathbf{X}^{(n)})),\quad s.t. 0\le\alpha\le 1$$

Step 3: 解の更新． $\mathbf{X}^{(n+1)}=\mathbf{X}^{(n)}+\alpha(\mathbf{Y}-\mathbf{X}^{(n)})$

Step 4: 収束していれば終了．そうでなければ，$n=n+1$ として Step1 へ．

既存の統合需要型モデルの解法をわずかに修正するだけで利用でき，大規模都市圏にも適用可能である．なお，最近発表されたBar-Gera and Boyce[3)]によるOrigin-basedアルゴリズムも有効と考えられる．

4. 分担配分統合型モデル

次に問題2)の解決を意図したピストン型トリップチェイン分担配分統合モデルを提示しよう．ここでは，手段合計のピストン型トリップチェイン交通量が所与とする．m を手段を示す添え字として，次の最適化問題を考えてみよう．

$$\min .Z(\mathbf{x},\mathbf{q},\mathbf{h})=\sum_a\int_0^{x_a^m} t_a^m(\omega)\,d\omega+\frac{1}{\theta}\sum_{rs,m} h_{rs}^m \ln h_{rs}^m / h_{rs} \quad (14)$$

subject to

$$\sum_m h_{rs}^m = h_{rs},\quad \forall r,s \quad (15)$$

$$q_{rs}^m = h_{rs}^m + h_{sr}^m,\quad \forall r,s,m \quad (16)$$

$$\sum_k f_{m,k}^{rs} = q_{rs}^m,\quad \forall r,s,m \quad (17)$$

$$x_a^m=\sum_{r,s,k}\delta_{m,a,k}^{rs} f_{m,k}^{rs},\quad \forall m,a \quad (18)$$

$$x_a^m\ge 0, f_{m,k}^{rs}\ge 0, h_{rs}^m\ge 0, h_{rs}\ge 0 \quad (19)$$

前章と同様に一階条件を求めると，手段別の利用者均衡条件と，手段選択ロジットモデル

$$h_{rs}^m = h_{rs}\frac{\exp\{-\theta(c_{rs}^m+c_{sr}^m)\}}{\sum_m \exp\{-\theta(c_{rs}^m+c_{sr}^m)\}} \quad (20)$$

が導け，トリップチェイン型分担配分統合モデルとの等価性が証明できる．

以上のモデルは，マルチクラス型への展開，経路選択の確率化，分布分担配分統合型への拡張，トリップチェインそのものの発生選択との統合，時間帯別のモデル化などの拡張も容易である．居住地選択と組み合わせた立地均衡モデルなどへの応用も有効であろう．

トリップチェインの種類をピストン型のみと限定している点についての拡張を以下に示す．ただ，都市圏の日常的交通はピストン型行動が大多数であり，以上で示したピストン型基本モデルの価値は高いと考える．

5. 拡張

ピストン型のみならず，一般のトリップチェイン選択を考慮することを考えよう．単一手段ネットワークで各ゾーンからの発生交通量のみが与えられているとする．そして，これらの発生交通はすべてトリップチェインを形成しているとしよう．

トリップチェイン c を，それに含まれる起点c_0，中継点 $c_1, c_2, \cdots, c_n$ として，訪問順序に従い，$c=\{c_0, c_1, c_2, \cdots c_n, c_0\}$ と表現して区別しよう．これらトリップチェインの選択肢集合は既に抽出されているものと考える．そして，以下の最適化問題を考える．

$$\min .Z(\mathbf{x},\mathbf{q},\mathbf{h})=\sum_a\int_0^{x_a} t_a(\omega)\,d\omega+\frac{1}{\theta}\sum_{pc} h_{pc}\ln h_{pc}/O_p \quad (21)$$

subject to

$$\sum_c h_{pc} = O_p, \quad \forall p \tag{22}$$

$$q_{rs} = \sum_{pc} h_{pc}\eta_{pc}^{rs}, \quad \forall r,s \tag{23}$$

$$\sum_k f_k^{rs} = q_{rs}, \quad \forall r,s \tag{24}$$

$$x_a = \sum_{r,s,k} \delta_{a,k}^{rs} f_k^{rs}, \quad \forall a \tag{25}$$

$$x_a \ge 0, f_k^{rs} \ge 0, q_{rs} \ge 0, h_{pc} \ge 0 \tag{26}$$

ここで，h_{pc} は起点 p 発のトリップチェイン c の交通量と定義しなおしている．また，η_{pc}^{rs} は，起点 p 発のトリップチェイン c に，OD ペア rs が含まれるとき(つまり $c = \{\cdots, r, s, \cdots\}$ であるとき) 1，それ以外では，0 をとる行列である．この接続行列を用いると，トリップチェインの総交通費用は，

$$c_{pc} = \sum_{rs} c_{rs}\eta_{pc}^{rs}, \quad \forall r,s \tag{27}$$

と表現される．この問題の Lagrange 関数を

$$\begin{aligned} L = Z + \sum_p \lambda_p \left(O_p - \sum_c h_{pc} \right) + \\ \sum_{rs} \mu_{rs} \left\{ q_{rs} - \sum_{pc} h_{pc}\eta_{pc}^{rs} \right\} + \sum_{rs} \gamma_{rs} \left(q_{rs} - \sum_k f_k^{rs} \right) \end{aligned} \tag{28}$$

とおくと，

$$\frac{\partial L}{\partial q_{rs}} = \mu_{rs} + \gamma_{rs} \tag{29}$$

$$\frac{\partial L}{\partial h_{pc}} = \frac{1}{\theta}\left\{1 + \ln(h_{pc}/O_p)\right\} - \lambda_p - \sum_{rs} \mu_{rs}\eta_{pc}^{rs} \tag{30}$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_k^{rs}} = c_k^{rs} - \gamma_{rs} \tag{31}$$

となる． したがって，$h_{pc} > 0, q_{rs} > 0$ とすると，一階条件は，

$$f_k^{rs}(c_k^{rs} - c_{rs}) = 0, c_k^{rs} - c_{rs} \ge 0 \tag{32}$$

$$h_{pc} = O_p \frac{\exp(-\theta c_{pc})}{\sum_c \exp(-\theta c_{pc})} \tag{33}$$

となる．ここで $c_{rs}(=\mu_{rs})$ を OD ペア rs 間の最小経路コストとして，式(27)を用いている．したがって，前章までと同様に，利用者均衡条件と，トリップチェイン選択ロジットモデルを統合したモデルとの等価性が証明できる．

なお，以上では，あるトリップチェインで，同一地点へ複数回訪問することはないと考えている．この仮定を緩和し，Cyclic なトリップチェインの存在を考慮する場合には，η_{pc}^{rs} の定義を，起点 p 発のトリップチェイン c に，OD ペア rs が n 回含まれるとき n, それ以外では, 0 をとると変更すれば対応できる．

また，

$$\eta_{pc}^{rs} = \begin{cases} 1 & if\ pc = rs\, or\ pc = sr \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{34}$$

とおけば，以上のモデルは，3.のモデルと等しくなるから，本章のモデルは，3.の一般形となっていることもわかる．

ちなみに，$\theta \to \infty$ とおき，すべての中継点を 1 回通過するトリップチェインを全て抽出することを想定すると，本モデルは巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem)に類似した問題になる．

本モデルについて実都市圏でのパラメータの推定，トリップチェインの抽出法などは，今後の課題となる．その際， 同一の中継点を含むトリップチェイン選択肢間の効用には強い相関が生じると考えられ，それらを考慮する GEV モデル系への展開も望ましいであろう．この場合でも，最適化問題の変換可能性に問題は生じないと予想される．

6. 結語

本研究は，トリップチェイン選択を内生化したネットワーク均衡モデルをいくつか提案した．ピストン型のモデルは，既存のモデルをわずかに変更することで導かれ，シンプルでかつ論理整合性・操作性が高く，実都市圏への適用において威力を発揮すると考えられる．また，ランダム効用理論の枠内でのモデル化であるので，整合的な便益評価への展開が可能である．

本モデルの特徴を生かすことにより，復路の交通量の影響も考えた最適コードンプライシング設定や，手段補完性を考慮した交通市場分析などが可能と予想され，研究の発展性も高いと思われる．

謝辞: 東京大学大学院 原田昇教授のご助言に感謝いたします．また，本研究は，文部科学省科学研究費 若手研究(B)[課題番号16760421]の補助を受けています．

参考文献

1) Boyce, D. and Bar-Gera, H.: Multiclass combined models for urban travel forecasting, *Networks and Spatial Economics*, Vol. 4, No. 1, pp. 115-124, 2004.
2) 円山琢也，原田昇，太田勝敏: 誘発交通を考慮した混雑地域における道路整備の利用者便益推定，土木学会論文集, No. 744/IV-61, pp. 123-137, 2003.
3) Bar-Gera, H. and Boyce, D.: Origin-based algorithms for combined travel forecasting models, *Transportation Research Part B*, Vol. 37, No. 5, pp. 405–422, 2003.