

# 航空機材スケジューリング問題へのアプローチ\*

## Approach to Aircraft Schedule Problem\*

花岡伸也\*\*

By Shinya HANAOKA \*\*

### 1. はじめに

航空機材スケジューリング問題（以下、スケジューリング問題）は、オペレーションズリサーチ（OR）の分野で非常にポピュラーな研究テーマである。昨年、ライト兄弟による人類初の有人動力飛行100周年を記念して、Transportation Science誌では、“Special Issue on Aviation Operation Research: Commemorating 100 Years of Aviation”という特集号が組まれた<sup>1)</sup>。この中で、スケジューリング問題は、イールドマネージメントと並んでORが航空分野に最も貢献しているテーマであると論じている<sup>2)</sup>。

わが国の土木計画学の分野でもスケジューリング問題に取り組んだ研究事例があるが<sup>3),4),5),6)</sup>、これらはスケジュール決定問題を組み込んだ機種割当問題を、地域航空（小規模ネットワーク）を対象にモデル化したものであり、スケジューリング問題の一部を対象にしたに過ぎない。そこで、本研究ではスケジューリング問題の全体像を示し、その核である機種割当問題を中心に、構成要素である個別の問題へのアプローチ方法について整理する。なお、久保<sup>7)</sup>がロジスティクス工学の一分野として、スケジューリング問題を運搬スケジューリング問題（時間制約付き運搬経路問題）と位置づけ、その概要をまとめている。併せて参照されたい。

### 2. 航空機材スケジューリング問題

#### (1) スケジューリング問題の構成要素

スケジューリング問題は大きく分けて次の4段階に分類できる<sup>8),9)</sup>。

スケジュール決定問題(schedule design)：路線，頻度，発着時刻を決定する問題。

機種割当問題(fleet assignment problem)：サイズ別の機材（機種）を で決定されたフライトに割り当てる問題。スケジューリング問題の代表。機材メンテナン斯拉ーティング問題(aircraft maintenance routing)：必要なメンテナンスを定期的に特定の場所で実施する問題。単にルーティング問題と称することもある。

乗務員スケジューリング問題(crew scheduling)： で決定された機材割当後のフライトに乗務員を割り当てる問題。

以下、各問題へのアプローチについて述べる。

#### (2) スケジュール決定問題

航空会社が利潤最大化を目的として、路線，頻度，発時刻を決定する、いわゆるダイヤ（時刻表）作成問題である。スケジュールは基本的に需要予測に基づいて決定される。しかし実際には、保有機材構成，スロット制約，二国間協定，騒音規制，折り返し準備時間，他航空会社との競争といった様々な条件を考慮する必要がある<sup>10)</sup>。従って、この問題を機種割当問題の上位の位置づけとする場合、路線，頻度，発時刻は与件とされるのが一般的である。

ただし、発時刻はスロット制約や乗継旅客の乗継時間等を考慮して微調整されるのが普通である。よって、モデルの実用性をより高めるために、発時刻を機種割当問題の決定変数に組み込んで最適化されることもある<sup>4),5),6),11),12)</sup>。

#### (3) 機種割当問題

利潤最大化もしくは費用最小化を目的として、サイズの異なる機材（これを機種(fleet type)と呼ぶ）を、スケジュールの決定したフライト(flight leg)に割り当てる問題である。最も初期のモデルに、線形計画法を用いたFerguson and Dantzig<sup>13)</sup>のモデルがあ

\*キーワード：航空機材，スケジューリング，OR

\*\*正会員 博(情報科学) アジア工科大学土木工学科  
PO Box 4, Klong Luang, Phatumthani 12120,  
THAILAND, TEL: +66-2-524-5681;  
E-mail: hanaoka@ait.ac.th

るが、これはハブアンドスポークネットワークを想定しておらず、小規模な問題を扱っている。ここでは、それ以後に開発された、現実問題に適用可能な機種割当モデル(fleet assignment model, FAM)の基本モデルを説明する<sup>12), 14), 15)</sup>。実際、米国の航空会社がFAMを適用したことによって、運営費用が大幅に削減されたことが報告されている<sup>14), 16)</sup>。このように、FAMは世界の大手航空会社に活用されている。

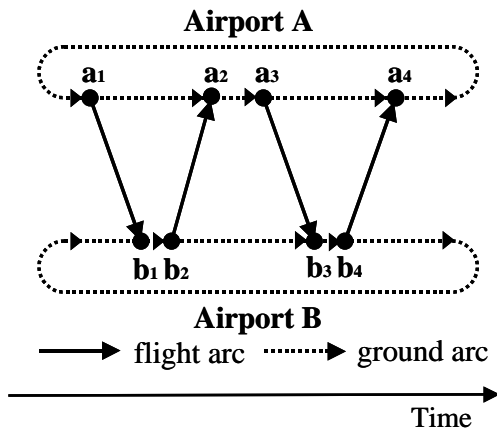


図-1 2 空港間のスケジュール表現

a) スケジュール表現

図-1に、2 空港間のスケジュールを時空間ネットワークとして示す。ノードは空港およびその発着時刻を示す。アークは 2 種類あり、フライトアーク(flight arcs)とグラウンドアーク(ground arcs)に分けられる。各フライトはフライトアークで表現される。グラウンドアークは空港での待機と夜間駐機を示す。

b) 定式化

決定変数は、フライトに機種が割り当てられたとき 1、その他 0 の 2 値変数で示されることから、整数計画問題として定式化される。目的関数は利潤最大化か費用最小化となる。制約条件は問題の設定によって多少異なることもあるが、次の 3 条件は必ず満たす必要がある。

機種割当(flight coverage)

各フライトには一機材が必ず割り当てられる。

総機材数(aircraft count)

入手可能なすべての機材がネットワーク全体に割り当てられる。余剰機材も生じることから一般に不等式制約である。

スケジュールバランス(schedule balance)

各機材に割り当てられる総出発回数と総到着回

数は一致する。各機材は必ずフライトの始点と終点を通過するという機材の連続性(continuity of equipment)を制約条件とすることもあるが、これはスケジュールバランスと同じ意味を持つ。

c) 実用性のための工夫

FAMの実用性を高めるため、計算条件や問題設定の工夫が行われている。ここでは、その代表的なものを紹介する。

ノード結合(Node Consolidation)

計算サイズを小さくするために、Haneら<sup>15)</sup>が提案したテクニックである。到着ノードとその直後にある出発ノードを結合し、ノード数を削減して計算を効率化する。図-1の場合、 $a_4$ と $a_1$ 、 $a_2$ と $a_3$ 、 $b_1$ と $b_2$ 、 $b_3$ と $b_4$ がそれぞれ結合できることから、ノード数は半減する。

アイランド(Island)

ハブ空港や需要の小さい地方の空港では、ある航空会社の機材が日中でも駐機していない時間帯がある。この時間帯(最後の機材が出発してから新たな機材が到着するまで)をグラウンドアークから削減し、計算サイズを小さくするテクニックをアイランドと呼ぶ。ノード結合と同様、Haneら<sup>15)</sup>によって提案された。削除されたグラウンドアークの前後には、ノード結合されたノードの固まりが形成される。この形状からアイランドと呼ばれている。ノード結合とアイランドはその後の研究<sup>12), 17)</sup>にも活用されている。

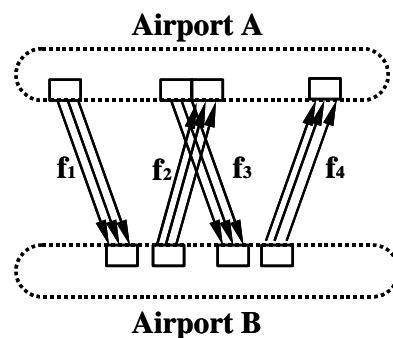


図-2 タイムウィンドウを用いたスケジュール

タイムウィンドウ(Time Window)

発時刻を機種割当問題の決定変数に組み込む方法として、Rexingら<sup>12)</sup>が開発した手法である。図-2のように、一定の時間幅を持った発着時刻のタイムウィンドウを設定し、ウィンドウ内にフライトアーク

のコピーを作成する。図-2において、固定された発着時刻の場合は一つの機材が $f_2$ と $f_3$ の両フライトアークに割り当てられることはないものの、タイムウィンドウを用いた場合は、 $f_2$ の最初のコピーと $f_3$ の最後のコピーが重なるので同一機材で運行可能となる（折り返し準備時間はないものとする）。このコピーを決定変数に組み込むことにより、整数計画問題として求解できる。コピーの数はコピー間の時間間隔によって定まる。間隔が狭いほど解の精度は高まるが、計算サイズは増大するので、調整が必要となる。

#### (4) 機材メンテナンスルーティング問題

各フライトに機材が割り当てられると、個別の機材は、フライトの連続性によって成り立つルート(route)を形成する。機材のメンテナンスのために、各機材は整備場所に定期的にルーティング(ローテーション)する必要がある。機材のルート形成において考慮するのがこのルーティング問題である。

目的関数は通常費用最小化である。制約条件は、FAMと同様の機種割当、総機材数の他、整備場所を訪れる間隔(ルーティング期間、通常3, 4日間)も条件となる。機種割当問題とは独立して問題を設定する場合、グラフ理論によるアプローチ<sup>18),19)</sup>など経路選択問題として扱われることが多い。一方で、機種割当問題とルーティング問題を統合したモデルも開発されている<sup>11),20)</sup>。この場合、整備場所となる空港から出発して戻ってくるまでの連続したフライトを一つのルートとし、ルートに機材が割り当てられたとき1, その他0の整数計画問題となる。

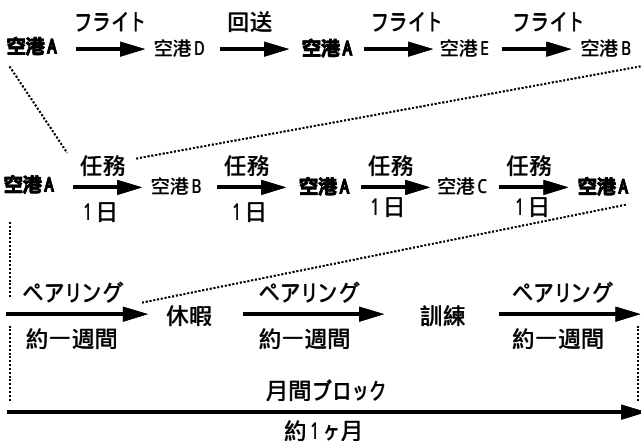


図-3 乗務員スケジューリング問題の階層

#### (5) 乗務員スケジューリング問題

乗務員スケジューリング問題は、大きく2つに問題が区分される<sup>7), 8), 9)</sup>。

##### a) 乗務員ペアリング問題(crew pairing problem)

機種割当問題で決定された機材に対し、機材と乗務員を組み合わせ(ペアリング)、乗務員の勤務スケジュール(通常約1週間)を作成するのがこの問題である。もう少し厳密に説明してみよう<sup>21)</sup>(図-3)。乗務員には、連続するフライトで構成される1日の勤務日程(これを任務(duty)と呼ぶ)がある。任務はフライトだけでなく、回送(deadhead)と休憩時間から構成される。ここで回送とは、任務の調整のために、乗務員が業務ではなく空港間を移動することを意味する(交通手段は問わない)。ペアリング問題とは、乗務員が母空港(home base)を出発してから戻るまでの一連の任務を意味する。

決定変数は、乗務員が機材決定済みのフライトに割り当てられたとき1, その他0の2値変数で示され、目的関数はペアリングの費用最小化問題として定式化される。制約条件は、最大勤務(任務・ペアリング)時間、最小休憩時間等の労働条件となる。

##### b) 乗務員割当問題・月間ブロック割当問題(crew assignment problem, monthly block assignment problem)

乗務員ペアリング問題で定められたペアリングを、月単位(月間ブロック)で個別の乗務員に割り当て、乗務員スケジューリングを調整する問題である(図-3)。決定変数は、ペアリングが乗務員に割り当てられたとき1, その他0の2値変数で示され、年休、訓練期間、待機(reserve blocks)などが制約条件となる。

乗務員割当問題に対しては、次のような3つのアプローチがある<sup>7),9), 21)</sup>。

##### 入札問題(bidline problem)

乗務員の個人情報とは無関係に、まず全てのペアリングをカバーする月間ブロックを構築し、その後、優先順位順(通常は年齢順)に各乗務員が月間ブロックを選択する。

##### 名簿問題(rostering problem)

特定のペアリングや休日などの乗務員の要求(desiderata)に基づいて、月間ブロックを作成する。優先入札問題(preferential bidding problem)

乗務員の個人情報を考慮して、優先順位順(通

常は年齢順)に各乗務員が月間ブロックを選択する。

乗務員スケジューリング問題は、整数計画問題である集合分割問題<sup>22)</sup>の一応用例であり、それに対して各種解法が適用されている<sup>9)</sup>。従来、乗務員ペアリング問題と乗務員割当問題は独立して解かれてきたが、両者を統合した解法も開発されている<sup>21)</sup>。また、機材メンテナンスルーティング問題と乗務員ペアリング問題を同時に解くモデル<sup>23)</sup>や、スケジュール決定問題を除いた3段階を同時に考慮するモデルも開発されている<sup>24)</sup>。

### 3. おわりに

本研究では、航空分野へのORの応用として航空機材スケジューリング問題を取り上げ、各問題へのアプローチ方法を整理した。Barnhartら<sup>9)</sup>は、今後スケジュール問題の中で取り組むべきテーマの一つとして、スケジュール計画(schedule planning)を挙げている。具体的には次の通りである。

4段階を統合したスケジュール決定モデルの開発  
イールドマネジメントを含んだスケジュール計画モデルの開発

ピークの分散を目的としたスケジュールなど、従来とは異なる概念のスケジューリングの構築やその評価

確率的モデルやオペレーションシミュレーターのようなツール開発。

この他、機材の故障、乗務員の欠勤等が起きたときの運営復旧(operation recovery)問題なども重要な課題としている。本論がスケジューリング問題に興味を持つきっかけとなれば幸いである。

### 参考文献

- 1) Clark, J.P. and Gendron B. (2003) Foreword to the special issue on aviation operations research: Commemorating 100 years of aviation, *Transportation Science*, Vol.37, No.4, pp.365.
- 2) Ball M.O. (2003) Introduction to the special issue on aviation operations research: Commemorating 100 years of aviation, *Transportation Science*, Vol.37, No.4, pp.366-367.
- 3) 田村亨, 稲野茂: 地域航空における機材の最適スケジューリング, *土木計画学・論文集*, No.5, pp.155-162, 1988.
- 4) 徳永幸之, 稲村肇: ダイナミック・プログラミングに

よる航空ネットワークのスケジューリングモデル, *土木学会論文集*, No.440/IV-16, pp.109-116, 1992.

- 5) 鬼柳雄一, 徳永幸之, 稲村肇: 整数二次計画法による航空機材のスケジューリングモデル, *土木計画学研究・講演集*, No.15(1), pp.597-602, 1992.
- 6) 稲村肇, 久永健一郎: 航空機材スケジューリングのためのニューラルネットワークアルゴリズムの開発, *土木学会論文集*, No.536/IV-31, pp.9-21, 1996.
- 7) 久保幹雄: *ロジスティクス工学*, 朝倉書店, 2001.
- 8) Etschmaier, M.M. and Mathaisel, D. F.X. (1985) Airline scheduling: an overview, *Transportation Science*, Vol.19, No.2, pp.127-138.
- 9) Barnhart, C., Belobaba, P. and Odoni, A.R. (2003) Applications of operations research in the air transport industry, *Transportation Science*, Vol.37, No.4, pp.368-391.
- 10) Wells, A.T. (1999) *Air Transportation: A Management Perspective 4<sup>th</sup> Ed.*, Wadsworth Publishing Company.
- 11) Desaulniers, G., Desrosiers, J., Dumas, Y., Solomon, M. M. and Soumis, F. (1997) Daily aircraft routing and scheduling, *Management Science*, Vol.43, No.6, pp.841-855.
- 12) Rexing, B., Barnhart, C., Kniker, T., Jarrah, A. and Krishnamurthy, N. (2000) Airline fleet assignment with time windows, *Transportation Science*, Vol.34, No.1, pp.1-20.
- 13) Ferguson, A.R. and Dantzig, G.B. (1956) The problem of routing aircraft, *Aeronautical Engineering Review*, Vol.14, No.4, pp.51-55.
- 14) Abara, J (1989) Applying integer linear programming to the fleet assignment problem, *Interfaces*, Vol.19, No.4, pp.20-28.
- 15) Hane, C.A., Barnhart, C., Johnson, E.L., Marsten, R.E., Nemhauser, G. L. and Sigismondi, G. (1995) The fleet assignment problem: solving a large-scale integer program, *Mathematical Programming*, Vol.70, pp.211-232.
- 16) Rushmeier, R. A. and Kontogiorgis, S.A. (1997) Advances in the optimization of airline fleet assignment, *Transportation Science*, Vol.31, No.2, pp.159-169.
- 17) Jarrah, A.I., Goodstein, J. and Narasimhan, R. (2000) An efficient airline re-fleeting model for the incremental modification of planned fleet assignments, *Transportation Science*, Vol.34, No.4, pp.349-363.
- 18) Gopalan, R. and Talluri, K. (1998) The aircraft maintenance routing problem, *Operations Research*, Vol. 46, pp.260-271.
- 19) Talluri, K. (1998) The four-day aircraft maintenance routing problem, *Transportation Science*, Vol.32, No.1, pp.43-53.
- 20) Barnhart, C., Boland, N.L., Clarke, L.W., Johnson, E.L., Nemhauser, G. L. and Shenoi, R. G. (1998) Flight string models for aircraft fleet and routing, *Transportation Science*, Vol.32, No.3, pp.208-220.
- 21) Stojkovic, M., Soumis, F. and Desrosiers, J. (1998) The operational airline crew scheduling problem, *Transportation Science*, Vol.32, No.3, pp.232-245.
- 22) 今野浩, 鈴木久敏編: 整数計画法と組合せ最適化, *日科技連*, 1982.
- 23) Cordeau, J.F., Stojkovic, G., Soumis, F. and Desrosiers, J. (2001) Benders decomposition for simultaneous aircraft routing and crew scheduling, *Transportation Science*, Vol.35, No.4, pp.375-388.
- 24) Klabjan, D., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., Gelman, E. and Ramaswamy, S. (2002) Airline crew scheduling with time windows and plane-count constraints, *Transportation Science*, Vol.36, No.3, pp.337-348.