

段階的な開発を考慮した市街地再開発事業の金融工学的事業評価手法^{*1}

Cash-flow Evaluation for Urban Redevelopment Project Considering Staged Development^{*1}

寺嶋大輔^{*2}・富田安夫^{*3}

By Daisuke TERASHIMA^{*2} and Yasuo TOMITA^{*3}

1. はじめに

市街地再開発事業の収益性に関する事業評価において、現在は将来の平均的な賃料や稼働率を想定した上で、DCF 法（収益還元法）を用いて収益を算出している¹⁾。しかし、将来には常に不確実性が存在するため、収益もまた不確実性を持つ。特に地価や地代の安定的な値上がりが見込めない近年においては、不確実性によっては収益が負になることも考えられるため、不確実性が収益に及ぼす影響は大きくなっていると考えられる。そのため、収益の不確実性を把握することは今後の事業評価においては重要である。一方、事業主体は事業計画を柔軟に変更することによって、将来の社会経済状況の変化に対応していくことが可能であるが、現在の DCF 法では計画の柔軟性（リアルオプション）を評価することはできない。

事業の不確実性および柔軟性を考慮した収益性を評価する手法として、近年、金融工学の手法を用いた DDCF 法（ダイナミック DCF 法）や、更に DDCF 法を用いたリアルオプションを考慮した評価が行われている。不動産開発の評価としては、例えば、刈屋²⁾は商業用不動産の事業評価において、地代プロセスやテナントの滞在期間や空室期間が確率変動することを前提として、DDCF 法により定式化を行った。更に川口³⁾は建物の開発タイミングオプションと工期短縮オプションの複合オプションを考慮した、不動産開発の計画・建設・経営段階を通じた事業評価を定式化した。

本研究では、このリアルオプションと DDCF 法を用いて将来の不確実性と計画の柔軟性を考慮した市街地再開発事業の収益性評価を行う。市街地再開発事業は複数の建物を段階的に整備していく場合も多く、建物の開発タイミング（建設開始時点）オプションと工期短縮オプションに加え、事業の段階性がリアルオプションであると考えられる。既往の研究は1棟の建物に関する収益性評価を行ったものであり、事業の段階

性は対象としていなかった。そこで本研究では、既往の研究を拡張し、複数建物の段階的な開発を考慮した、市街地再開発事業の収益性に関する評価手法を構築することを目的とする。

2. 事業評価の概要

（1）事業評価の考え方

本研究では、ある市街地再開発事業地区内に建設する複数の建物に関し、ある一定期間（投資期間）において事業の申請、調整、建設、完成後の経営を行うことを想定する。そして、投資期間内にテナントから得られる賃料収入と建設・維持管理等に要する費用に基づいて、それぞれの建物の収益を求める。そして全ての建物の収益の合計値を計画時点で評価した値を事業の収益評価値とする。このとき、将来の市場賃料や空室期間などに不確実性があるものと仮定する。一方、事業者は将来の市場賃料の変化などに対応して、事業計画を変更できるものと仮定する。不確実性と計画の柔軟性を考慮した収益評価手法としてリアルオプションを考慮した DDCF 法を用いる。

この分析では、市場賃料や空室期間などの確率変動の下で、事業収益の期待値とその分布を評価すると共に、オプションを考慮することによって、最適な建設開始時点や建設規模などを求めることが可能である。

（2）市街地再開発事業に関する前提条件

事業地区内に複数の建物を建設する市街地再開発事業を想定する。このとき、それぞれの建物の建築面積を与件とする。また、本研究では建物用途を住宅に限定する。

事業は、事業計画、権利変換、工事、完成後の賃貸経営の4つの段階に分けられる。それぞれの段階における前提条件を設定する。特に各段階における不確実性とオプションについて整理したものが図-1である。不確実性は全て確率変数として定義される。

a) 全段階共通

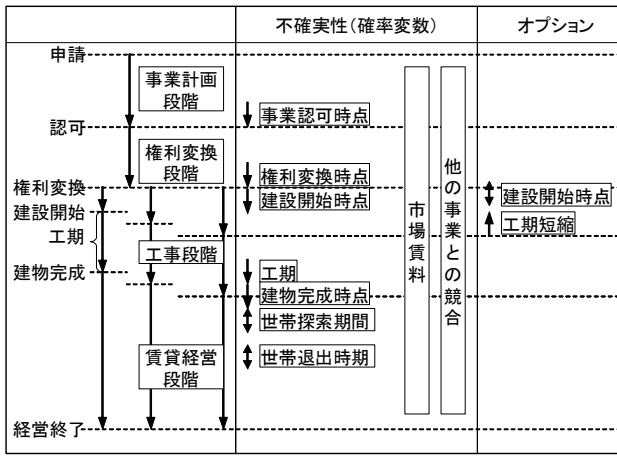
事業の全ての段階において、市場賃料と他の事業との競合の影響を考慮する。これら2つの要素は不確実

^{*1} キーワーズ：公共事業評価，リアルオプション，再開発

^{*2} 学生員 修(工) 神戸大学大学院自然科学研究科
(〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

Tel & Fax : 078-803-6360, E-mail: 998d867n@y01.kobe-u.ac.jp)

^{*3} 正会員 工博 神戸大学工学部建設学科助教授



図－1 事業に関する不確実性・オプション

性を有する。

b) 事業計画段階

事業計画段階では、全ての建物の規模および建設開始時点を決し、行政から事業認可を受ける。この段階で事業認可時点が不確実性を持つ。ただし事業認可は全ての建物に対して同時に行われるものとする。また、事業認可に関して費用は発生しないものとする。

c) 権利変換段階

権利変換段階では、事業計画認可後、地権者との権利変換手続を行う。この段階では権利変換時点（全ての変換が完了する時点）が不確実性を持つ。ただし、事業計画段階同様、全ての建物に対して同時に手続が行われ、また費用は発生しないものとする。

d) 工事段階

工事段階では各建物の建設開始時点と工期が不確実性を持つ。

各建物の建設開始時点は事業計画段階において決められているものの、権利変換時点の不確実性に従って変動するものとする。また権利変換時点の経済状況に応じて、建設開始時点を変更するオプションを有するものとする。

工期は確率的に変動するものとする。ただし、追加投資を行って工期を短縮するオプションを考慮する。事業者は建設費用を建設開始時点に一括して支払うものと仮定する。

e) 賃貸経営段階

賃貸経営段階とは建物が完成してから投資期間終了までの段階である。この段階では世帯の入居および退去に伴って、賃料収入、維持管理費用、次の入居世帯の探索費用が発生する。このとき世帯との契約においては契約期間、新規契約時及び契約継続時の契約賃

料の決定方法、退去方法のルールは事前に決定されているものとする。また、入居1世帯あたりの広さを全ての建物について同一、かつ与件とする。敷金、礼金、保証金および契約更新手数料は考慮しない。

3. オプションのない場合の事業評価モデル

(1) 事業価値の定式化

本節では図－1に示すオプションがない場合の事業価値の定式化を行う。

a) 事業価値の定式化

事業価値は、賃貸経営段階における賃貸収益から建設費用を差し引いた値の期待値として(1)式のように表される。

$$\bar{F} = \sum_m E \left[e^{-r \cdot nl_m} h_m \cdot P_m(nl_m) - e^{-r \cdot ns_m} C(h_m) \right] \quad (1)$$

ここで、 $\bar{F}$ ：事業価値、 m ：建物番号（建設順）、 $E[\]$ ：期待値操作、 r ：利子率、 nl_m ：建物の完成時点、 h_m ：建物規模（戸数）、 $P_m(nl_m)$ ：1戸あたり収益還元価格の nl_m 時点価値、 ns_m ：建物建設開始時点、 $C(h_m)$ ：建設費

b) 1戸あたりの収益還元価格の定式化

1戸あたりの収益還元価格は、刈屋²⁾と同様、建物完成以降の賃料の変動および世帯の入居・退去に基づいて計算する。世帯との契約・入居を1つの「世代」と定義する。建物内の1戸あたりの賃貸収益は、ある一定期間中の全「世代」からの収益の合計値として計算することができる。

$$P_m(nl_m) = \sum_{i=1}^{I^*} \left[-c \sum_{j=1}^{J_i} D_m(T_{i-1} + j) + X_m(i) \sum_{k=1}^{K_i} D_m(T_{i-1} + J_i + k) \right] - bT_i$$

$$T_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} (J_j + K_j) \quad (2)$$

ここで、 i ：入居世帯の代数、 I^* ：計算期間内に1戸に入居する世帯数、 $X_m(i)$ ：第 i 代世帯の契約賃料、 b ：1期間あたり維持管理費用、 c ：空室期間中の探索費用、 J_i ：第 $i-1$ 代世帯退去後、第 i 代目世帯入居までの空室期間、 K_i ：第 i 代世帯入居期間、 T_{i-1} ：第 m 建物完成後、第 $i-1$ 代世帯退去までの期間、 $D_m(\cdot)$ ： nl_m 時点価値を求めるための割引率

(2) 不確実性要素の定式化

前項で定式化した事業評価モデルにおいて確率変数となるのは図－1で整理した、9つの要素である。

a) 市場賃料

市場賃料の時間的変化のプロセスとして、ここでは対数DDモデル⁴⁾で表す。この式では2時点間の市場賃料の伸び率が対数正規分布を示すものと考えている。

$$\tilde{X}(n) = \tilde{X}(n-1) \exp(\mu_{n-1} + \sigma_{n-1} \sqrt{\Delta n} \varepsilon_n) \quad (3)$$

ここで、 $\tilde{X}(n)$ ： n 時点での市場賃料、 μ_{n-1} ：ドリフト、

σ_{n-1} : ボラティリティ, ε_n : 標準正規分布

b) 市場参入

他の事業の実施等に伴う、住宅市場への参入者の増加が、地域の住宅供給を過剰にする場合が考えられる。このとき需要と供給の関係に従い、賃料が低下するものと考えられる。この賃料低下の生起確率をポアソン確率に従うものと仮定すると、(3)式にポアソンジャンプを追加することで市場参入の影響を考慮することが可能である。

c) 事業計画決定時点、権利変換時点、工期

事業計画決定時点、権利変換時点の遅れや工期の延長は、計画時に想定されなかったアクシデントや関係機関の調整の遅れなどにより生じるものと考えられる。本研究ではこれらの変数の確率分布を与える。

d) 建設開始時点、完成時点

建設開始時点は、権利変換時点の影響を、完成時点は、建設開始時点と工期の影響を受ける確率変数であり、それぞれ以下の式で表される。

$$ns_m = \max\{nr, \overline{ns_m}\} \quad (4)$$

$$nl_m = ns_m + nc_m \quad (5)$$

ここで、 nr : 権利変換時点, $\overline{ns_m}$: 計画上の建設開始時点, nc_m : 工期

e) 入居世帯滞在期間 (退出時期)

滞在期間の確率分布の定式化にあたっては、刈屋²⁾と同様、契約期間満期まで滞在する確率が最も高い関数を用いる。関数形の特定化は、建物の不人気度 (空室期間の総和) や次の更新時の家賃水準 (現在の家賃と更新時の市場賃料の差分) や契約更新手数料などに基づいて行う。

f) テナント空室期間

テナント空室期間とは、テナント退出後、次のテナント入居までの期間である。テナント空室期間の定式化にあたっては、建物が新しく、建物の人気が高いほど、市場賃料が低いほど空室期間は短くなるものと考えられる。

4. オプションがある場合の事業評価モデル

(1) 考え方と定式化の手順

本研究におけるオプション価値とは、オプションが存在する場合の事業価値の増分を指す。つまりオプションがある場合の事業価値は、オプションがない場合の事業価値にオプション価値を加えたものである。

本研究で取り扱うオプションは複数の建物間の建設開始時点オプションと工期短縮オプションである。

このうち建設開始時点オプションは、期間内のいずれかの時期に建設を開始するオプションであるため、アメリカンタイプのオプションであると考えられる。このとき、建物の建設順が事前に決められるならば、順番が後ろの建物の建設開始可能期間は、前の建物の建設時期に影響を受ける。一方、工期短縮オプションは建設開始時点においてのみ行使可能なオプションであるものと仮定する。このとき工期短縮オプションの行使時点は建設開始時点オプションの行使時点である。つまり、2つのオプションの関係は図-2で示される依存関係があり、このようなオプションは複合オプションと呼ばれる。これを動的計画法の枠組み (後退法) を用いて、後の段階の工期短縮オプションから、前の段階に向かって定式化を行う。

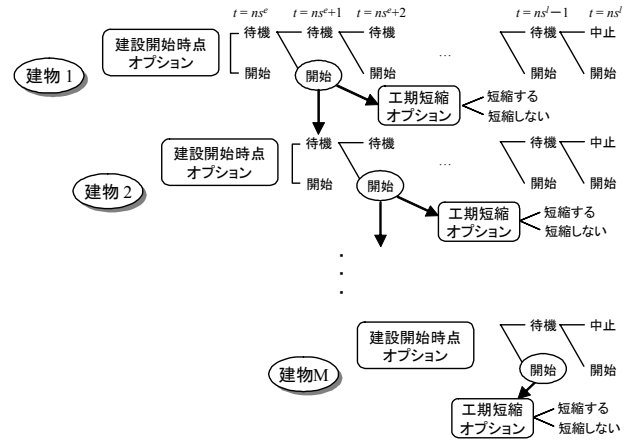


図-2 複合オプションの段階構造

(2) 工期短縮オプション価値の定式化

事業主体は、第 m 建物の工事において、予定された工期を短縮するオプションを有している。このオプション価値はオプションを行使することによって得られる賃貸収益の増分の期待値であり、以下の式で表される。この式は早期に完成することにより、経営期間が前に延びることによる賃貸収益の増分から、工期短縮のために必要とされる建設費の増分を差し引いたものが、工期短縮による収益増分であることを意味している。

$$G_m(ne_m) = \max_{0 \leq ne_m \leq nc_m^e} E^* \left[\frac{\max\{\Theta_m(ne_m), 0\}}{e^{r(nl_m - ne_m)}} \right] \quad (6)$$

$$\Theta_m(ne_m) = h_m \cdot (p_m(nl_m - ne_m) - e^{r(nl_m - ne_m)} p_m(nl_m)) - C_m(ne_m, h_m)$$

ここで、 $G_m(ne_m)$: 第 m 建物の工期短縮オプションの価値, ne_m : 工期短縮幅, $\Theta_m(ne_m)$: 工期を ne_m 期間短縮することによる収益の増加額, nc_m^e : 工期短縮可能限度, $E^*[\cdot]$: 確率測度 Q^* の下での期待値オペレータ, $C_m(ne_m, h_m)$: 工期短縮による建設費増額

(3) 建設開始時点オプションを考慮した複合オプション価値の定式化

次に建設開始時点オプションと工期短縮オプションの複合オプション価値の定式化を後退法に基づいて定式化を行う。まず、最後に建設が開始される建物（第 M 建物とする）の複合オプション価値は(7)式で表される。変数 Ω_M の第1項は工期短縮オプション価値を、第2項、第3項で、建設開始時点オプションを行使したときの収益の増加額を示している。第2項は建設開始時点オプションの行使による収益を、第3項は建設開始時点オプションを行使しないときの収益である。

$$F_M(ns_M) = \max_{0 \leq h_M \leq h_{M \max}} \max_{ns_{M-1} \leq ns_M \leq ns^l} E_{ns_{M-1}}^* \left[\frac{\max\{\Omega_M, 0\}}{e^{r(ns_M - ns_{M-1})}} \right] \quad (7)$$

$$\Omega_M = G_M(ne_M) + P_M(ns_M + nc_M) - P_M(ns_M + nc_M)$$

ここで、 $F_M(ns_M)$ ：第 M 建物の工期短縮オプション・建設開始時期オプションの複合オプションの ns_{M-1} 時点価値、 Ω_M ：建設開始時点 ns_M に変更したときの収益の増加額、 $h_{M \max}$ ：建設規模上限、 ns^l ：最遅建設開始時点

次に $M-1$ 番目建物のオプション価値を考える。 $M-1$ 番目建物の建設時期を考えると、 $M-1$ 番目建物の収益性を考えると同時に、 M 番目の建物の収益性も考慮すると、 $M-1$ 番目の建物の最適建設時点は、 $M-1$ 番目建物と M 番目建物の収益還元価格の総和の期待値を最大にする時点であると考えられる。そこで $M-1$ 番目建物の複合オプション価値は以下の式で表すことができる。

$$F_{M-1}(ns_{M-1}) = \max_{0 \leq h_{M-1} \leq h_{M-1 \max}} \max_{ns_{M-2} \leq ns_{M-1} \leq ns^l} E_{ns_{M-2}}^* \left[\frac{\max\{\Omega_{M-1} + F_M, 0\}}{e^{r(ns_{M-1} - ns_{M-2})}} \right] \quad (8)$$

右辺の $\{ \}$ のうち、 Ω_{M-1} は $M-1$ 番目建物の複合オプションによる収益増加額、 F_M は M 番目建物のオプション価値であり、 F_{M-1} は $M-1$ 番目建物、 M 番目建物のオプション価値合計である。

(4) 事業全体のオプション価値の定式化

事業全体のオプション価値は前節での定式化を 1 番目の建物まで後退的に行うことで求める。

$$F = e^{-r \cdot nr} F_1(ns_1) = e^{-r \cdot nr} \cdot \max_{0 \leq h_1 \leq h_{1 \max}} \max_{nr \leq ns_1 \leq ns^l} E_{nr}^* \left[\frac{\max\{\Omega_1 + F_2, 0\}}{e^{r(ns_1 - nr)}} \right] \quad (9)$$

オプションを考慮した事業価値は、(1)式に(9)式を加えることで求められる。

5. 計算方法

(1) オプションのない事業価値モデルの計算

4章のオプションのない場合の事業価値モデルの計算は、モンテカルロ・シミュレーションによって行い、事業価値の期待値やその分布を求めることができる。

(2) オプション価値の計算方法

建設開始時点オプションと工期短縮オプションのうち、計算が難しいのは行使可能時点が複数存在する前者である。このオプションはアメリカンタイプのオプションであり、本稿ではこのオプション価値を求める方法として、モンテカルロ・シミュレーションによる数値解法を用いる。これは動的計画法のベルマン方程式によって定式化される (10)式を解いて、オプション価格 $v_1(ns^e)$ を求める問題に相当する。

$$v_m(ns_m) = \max\{F_m(ns_m), e^{-r\Delta t} E[v_m(ns_{m+1}) | F_m(ns_m) = f_m]\} \quad (\text{if } ns_{m-1} \leq ns_m < ns^l) \quad (10)$$

$$v_m(ns_m) = \max\{F_m(ns_m), 0\} \quad (\text{if } ns_m = ns^l)$$

但し、モンテカルロ・シミュレーションによって、 $v_1(ns^e)$ 求める場合に問題となるのは、ある時点 ns_m の行使価値（株式のオプションを考える場合は、証券価格となる）が与えられたときに、オプションを行使せず次期以降にオプション行使を行う待機価値の期待値 $E[v_m(ns_{m+1}) | F_m(ns_m) = f_m]$ の算出である。これを求める方法として、いくつかの方法が提案されている中で、本研究では、最小二乗法による方法を用いる。これは本研究における収益性は、オプション行使、すなわち建物建設後の賃貸事業の収益によって決まることから、経路依存型オプションとして考えられるためである。この手法はあらかじめ、ある時点 ns_m における行使価値 $F_m(ns_m)$ と $E[v_m(ns_{m+1})]$ の関係を回帰式で求めておき、モンテカルロ・シミュレーションにおける各パスにおいて、 $E[v_m(ns_{m+1})]$ の計算を行い、(11)式の条件を満たす ns_m が最適行使時点となる。

$$ns_m = \inf\{F_m(ns_m) - e^{-r\Delta t} E[v_m(ns_{m+1})] \geq 0\} \quad (11)$$

6. おわりに

本研究では、段階的な開発を考慮した市街地再開発事業の事業評価手法の定式化を行い、その計算方法を示した。計算例については講演時に説明する。

【参考文献】

- 1) 市街地再開発事業の効果の推計に関する調査委員会：市街地再開発事業の費用便益マニュアル案
- 2) 刈屋武昭：不動産収益還元価値評価モデルと賃料キャッシュフローのリスク分析法 ― 商業用不動産リアルオプション価値評価法 ―，第1回日本不動産金融工学学会発表講演会，2001
- 3) 川口有一郎：不動産開発事業評価のためのダイナミック DCF 法とリアルオプション評価モデル，第2回日本不動産金融工学学会発表講演会，2002
- 4) 刈屋武昭：金融工学の基礎，東洋経済，1997