

出発時刻選択問題における総スケジュールコスト最小化と均衡状態との等価性*

Equivalence between minimization of total schedule cost and equilibrium in departure time choice problems*

井料隆雅**・吉井稔雄***・朝倉康夫****

By Takamasa IRYO**, Toshio YOSHII***, and Yasuo ASAKURA****

1. はじめに

利用者の道路利用時刻を調整することによって渋滞を解消する方法は「時間分散政策」と呼ばれ、ボトルネックの容量を上回る利用者が一度にボトルネックに流入しないように利用者の出発時刻を調整しよう、というものである。すでにいくつかの研究¹⁾²⁾³⁾⁴⁾によって、この方法が経路変更による空間的分散と比較して大きな渋滞緩和効果があることが確認されている。時間分散政策を行う際には、各利用者が出発地を出発する時刻を変更しなくてはならないが、その際には出発時刻の変更による利用者の負担を出来るだけ少なくするように配慮しなくてはならない。このために、例えば吉井らの研究²⁾では出発時刻を所与とし、出発時刻を変更する利用者の数ができるだけ少なくなるような戦略を採用している。一方で、例えば井料らの研究³⁾では利用者の到着時刻の変更量ができるだけ少なくなるような戦略を採用している。しかし、これまでの研究では「利用者が政策実施前に選んでいた時刻がその利用者の希望している道路利用時刻である」という前提をおり、利用者の中には「希望時刻ではないが道路の混雑のため仕方なく別の時刻を選択している」という人がいる、という可能性を考慮していない。

「出発時刻選択問題」は、どの利用者も「希望道路利用時刻（一般には希望目的地到着時刻として示される）」を持つが、すべての利用者が希望する時

刻に道路を利用しているわけではない、という前提の下に組まれた道路利用者の出発時刻選択に関する理論解析である⁵⁾。出発時刻選択問題では、利用者の一般化交通費用は道路渋滞による遅れ時間と希望時刻に道路を利用できなかったときに受ける費用（スケジュールコスト）で示される。そして、どの利用者も自分の費用をそれ以上下げることが出来ない状態（均衡状態）が達成されるという仮定の下に解析を行うのが一般的である。出発時刻選択問題の枠内では、均衡状態では必ず一部または全部の人は希望通りの時刻に道路を利用していないことが示されている。このことは、現実の渋滞においても、「希望時刻ではないが道路の混雑のため仕方なく別の時刻を選択している人がいる」ことを示唆するものとなっている。

そこで、本研究では、時間分散政策を適用することによって渋滞の緩和を図る場合に、遅れ時間のみではなくスケジュールコストも考慮した上で最適化するような政策はどのようなものかを探ることを目標とし、その最初の段階として、ここでは、出発時刻選択問題の枠組みの下で達成される均衡状態において達成されるボトルネック到着時刻が、全利用者のスケジュールコストの総和を最小としていることを証明することを行う。

2. 考慮する系の定式化

まず、この研究で考えるネットワーク構造について定式化を行う。この研究では、図-1のような1つの出発地領域と1つの目的地領域がただ1本の道路で結ばれるようなネットワークを考える。この道路上には1つの容量一定(=μ)のボトルネックが存在し、容量を超えた車両が流入することによりボトルネック上にポイントキューが発生するとする。

*キーワード：出発時刻選択問題

**正員,博士(工学),神戸大学工学部建設学科
(神戸市灘区六甲台町 1-1 TEL:078-803-6360,
E-mail:iryoy@kobe-u.ac.jp)

***正員,博士(工学),京都大学大学院工学系研究科助
教授

****正員,工博,神戸大学大学院自然科学研究科教授

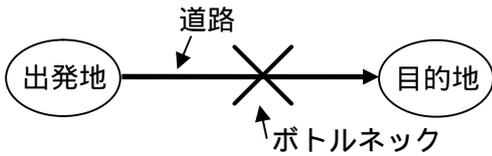


図 - 1 考慮するネットワーク

この道路における旅行時間は、ボトルネックでの遅れ時間を除いてどの区間でも常に一定であるとする。

次に利用者の行動に関する定式化を行う。なお、ここでは1台の車両には1人しか乗車していないと考え（この乗員を利用者と呼ぶ）「利用者」と「車両」を同一視することにする。すべての道路利用者は出発地からボトルネックの存在する道路を経由して目的地へ向かうとする。どの利用者も道路の利用を中止することはなく、道路利用者の総人数は一定であるとする。利用者は各人に固有の費用関数により計算される一般化交通費用を最小化するように目的地到着時刻を選択するものとし、これ以外の選択肢は持たないものとする。なお、ボトルネックから目的地までの旅行時間はつねに一定であるので、

$$\text{ボトルネック流出時刻} + \text{ボトルネックから目的地までの自由流旅行時間} = \text{目的地到着時刻}$$

の関係により、目的地到着時刻を選択することとボトルネック流出時刻を選択することは同等の意味を持つ。以降では利用者はボトルネック流出時刻を選択するものとする。

各利用者の一般化交通費用は「時間」の単位で算出する。利用者に番号 $i=1\dots N$ を付けたとき、利用者 i の一般化交通費用は

$$p_i(t_d) = w(t_d) + p_i(t_d) \quad (1)$$

- t_d ボトルネック出発時刻
- $p_i(t_d)$ 利用者 i がボトルネック出発時刻 t_d を選択したときの一般化交通費用
- $w(t_d)$ 時刻 t_d にボトルネックを流出した利用者がこうむった遅れ時間
- $p_i(t_d)$ 利用者 i が時刻 t_d にボトルネックを流出した際のスケジュールコスト

とする。なおここでは、スケジュールコストは各利用者がボトルネックを流出した時刻に従って決定するとしている。言い換えると、各利用者の目的地到着時刻によって決定される、ということの意味している。なお、本稿の解析の枠組みでは、スケジュールコストの関数形に具体的な制約はおかない。

3. スケジュールコストを最小化する時刻選択

この論文では、スケジュールコストの総和を最小にする時刻選択パターン of the 全てを探すことは行わず、以下の命題が満たされることを確認することを行う。

命題

出発時刻選択問題の均衡状態で利用者 $i=1\dots N$ が選択しているボトルネック流出時刻を $t_d^*(i)$ とする。いま、これらの利用者がボトルネック流出時刻を $t_d^*(i)$ から $t_d(i)$ に変更したとき、この変更がボトルネックにおける容量制約条件を守った上で行われていれば、変更によってすべての利用者のスケジュールコストの総和（総スケジュールコスト）が低下することはない。すなわち

$$\sum_{i=1}^N p_i(t_d(i)) \geq \sum_{i=1}^N p_i(t_d^*(i)) \quad (2)$$

となる。

ただし、均衡状態は「どの利用者も自分の費用をそれ以上下げることが出来ない状態」、すなわち任意の利用者 i について

$$w^*(t_d) + p_i(t_d) \geq w^*(t_d^*(i)) + p_i(t_d^*(i)) \quad (3)$$

ただし t_d は任意の時刻

$w^*(t_d)$ 均衡状態における遅れ時間

が成り立つ状態、と定義される。

均衡状態の定義を示す式(3)はすべての t_d とすべての利用者について成立する式なので、均衡状態では、式(3)の左辺の t_d を $t_d(i)$ にして、さらに両辺について全利用者 $i=1\dots N$ について和をとった式

$$M_c = \{i \mid t_d(i) \in T_c\} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N w^*(t_d(i)) + p_i(t_d(i)) \geq \sum_{i=1}^N w^*(t_d^*(i)) + p_i(t_d^*(i)) \quad (4)$$

も成立する．この式の右辺は均衡状態における全利用者の費用の和を意味するが，左辺は式(3)の左辺を形式的に足し合わせただけのものであり，特に何らかの意味を持つ値ではない．そのため式(4)はこのままでは何らかの意味を持つ式とはなっていないことに注意する必要がある．以降ではこの式(4)を変形して証明したい関係式(2)を数学的に導出することを行う．

まず，この命題の中に入っている「容量制約条件」を数学的に記述することを考える．いま，集合 T_c を

$$T_c = \{t_d \mid w^*(t_d) > 0\} \quad (5)$$

と定義する．また，均衡状態において集合 T_c に含まれる時刻を選択している利用者の番号 i の集合を N_c と定義する．すなわち

$$N_c = \{i \mid t_d^*(i) \in T_c\} \quad (6)$$

とする．均衡状態においては，渋滞している時間帯（時間帯 T_c ）ではボトルネックの容量はすでに使い切られているので，時刻変更後に時間帯 T_c を容量制約条件を守った上で各利用者に割り当てる場合には，変更前に時間帯 T_c において各利用者に割り当てられていた時刻を再配分するしか方法がない．このことは，

$$\begin{aligned} t_d(i) &= t_d^*(a_i) \text{ if } t_d(i) \in T_c, \\ \text{where } a_i &\in N_c \text{ and } a_i \neq a_j \text{ if } i \neq j \end{aligned} \quad (7)$$

というルールに従ってボトルネック出発時刻を配分する必要があることを意味している．なお，以下では集合 M_c を，時刻変更後に時間帯 T_c に動いた利用者の集合，すなわち

と定義する．

ここで，式(4)の左辺第1項を式(7)に従って置き換え， $t_d \notin T_c$ では $w^*(t_d) = 0$ になることを考えると，

$$\begin{aligned} \sum_{i \in M_c} w^*(t_d^*(a_i)) + \sum_{i=1}^N p_i(t_d(i)) \\ \geq \sum_{i \in N_c} w^*(t_d^*(i)) + \sum_{i=1}^N p_i(t_d^*(i)) \end{aligned} \quad (9)$$

を得る．式(9)の左辺第1項は，利用者の集合 A_c を

$$A_c = \{i \mid i = a_j \text{ for any } j \in M_c\} \quad (10)$$

と定義すれば，

$$\sum_{i \in M_c} w^*(t_d^*(a_i)) = \sum_{i \in A_c} w^*(t_d^*(i)) \quad (11)$$

と計算できるので，式(9)は

$$\begin{aligned} \sum_{i \in A_c} w^*(t_d^*(i)) + \sum_{i=1}^N p_i(t_d(i)) \\ \geq \sum_{i \in N_c} w^*(t_d^*(i)) + \sum_{i=1}^N p_i(t_d^*(i)) \end{aligned} \quad (12)$$

と書き直せる．式(9)の左辺第1項と右辺第1項の大小関係は，式(10)の A_c の定義と，式(7)で示されている $a_i \in N_c$ の関係より，

$$A_c \subset N_c \quad (13)$$

の関係が導けることと， $w^*(t_d)$ は負にはならないことを考えると，必ず

$$\sum_{i \in A_c} w^*(t_d^*(i)) \leq \sum_{i \in N_c} w^*(t_d^*(i)) \quad (14)$$

となる．この関係を図示したのが図 - 2 である．右辺は均衡状態における総遅れ時間を示している．す

なわち図 - 2 の $w^*(t_d)$ の曲線で囲まれた面積になる。この総遅れ時間から、集合 N_c に含まれて集合 A_c に含まれない利用者の受けていた待ち時間を削除したものが左辺になる（図 - 2 の点描部の面積）。

この式(14)より、式(12)の左辺第 1 項と右辺第 1 項を同時に消去しても式(12)の不等号はくずれないことがわかる。式(12)から左辺第 1 項と右辺第 1 項を消去すると式(2)を得るので、これにより式(2)が成立することが証明された。

4. おわりに

以上で示したとおり、式(1)で定義される出発時刻選択問題を考える場合であれば、均衡状態において総スケジュールコストが最小になっていることがわかった。言い換えれば、

- ・ 単一ボトルネックで達成される均衡状態においては、スケジュールコストのみに着目した場合に、系はすでに最適な状態に達している。
- ・ 各利用者のボトルネック流入時刻を、均衡状態におけるその利用者のボトルネック流出時刻にあわせることが可能であるならば、それがスケジュールコストを考慮した上でも最適な渋滞解消法である。

ということを意味している。特に前者は、外部不経済の代表格とされる渋滞現象にも、市場均衡の特性である「各主体の自由行動による系全体の最適化」という側面があることを示唆しているといえよう。

ただし、この研究では、どの車両にも 1 人しか乗車していないと考えていることに注意しなくてはならない。もし 2 人以上乗車している車両が存在した場合は、これらの車両を優先的に人気のある時間帯に配分することにより、スケジュールコストの全乗車人員（全車両ではない）の和をより小さくする可能性があると考えられる。

今後は、例えば、ある割合で出発時刻の変更に従うドライバーを想定するなど、与えられた条件の下におけるスケジュールコストを含んだ渋滞による一般化費用の総和を最小化するための方法論を構築

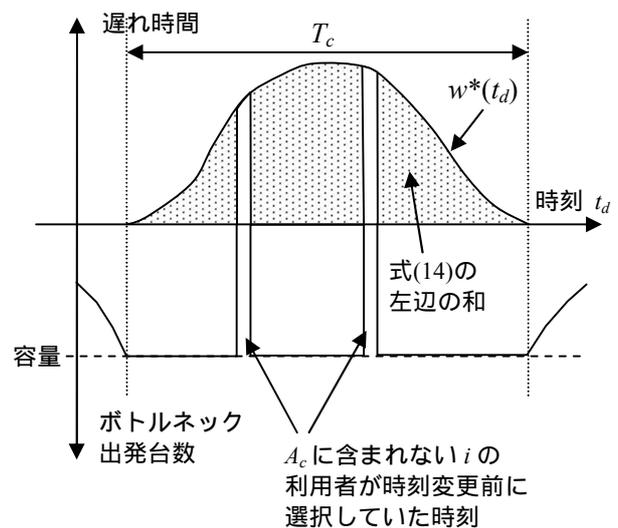


図 - 2 式(14)の関係を示した図

する。さらに、車両の乗車人数の違いやスケジュールコストの違いなど、より詳細かつ現実的な分析を加えていく。

参考文献

- 1) 清宮正好, 桑原雅夫, 赤羽弘和: 高速道路の予約制に関する基礎的研究, 土木学会第 51 回年次学術講演会講演概要集 第 4 部, pp.392-393, 土木学会, 1996.9
- 2) T. Yoshii, S. Ajisawa and M. Kuwahara. Impacts on traffic congestion by switching routes and shifting departure time of trips, 5th World Congress on Intelligent Transport Systems Proceedings, Oct. 1998
- 3) T. Iryo and M. Kuwahara. Simulation analyses of traffic congestion alleviation by demand spreading over time, Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies, Vol.4, No.4, pp. 161-174, Oct. 2001
- 4) 小根山裕之, 井料隆雅, 桑原雅夫: 東京 23 区を対象とした需要の時間分散施策の効果評価, 第 24 回土木計画学研究・講演集, 土木学会, 2001.11
- 5) 桑原雅夫: 道路交通における出発時刻選択に関する研究解説, 土木学会論文集, No.604/IV-41, pp73-84, 土木学会, 1998.1